

ESTUDIO SOBRE LA SUSTENTABILIDAD DEL FONDO DE RESERVA DE PENSIONES

Pablo Castañeda
Rubén Castro
Eduardo Fajnzylber
Juan Pablo Medina



TITULO DEL DOCUMENTO:
ESTUDIO SOBRE LA SUSTENTABILIDAD DEL FONDO DE RESERVA DE PENSIONES

La versión electrónica de este documento se encuentra disponible en la página web de la Dirección de Presupuestos:
www.dipres.cl

AUTORES:

Pablo Castañeda.

Profesor Asistente, Universidad Adolfo Ibañez
Ph.D. (Boston University).

Rubén Castro.

Profesor de Economía, Universidad Técnica Federico Santa María
Ph.D. (University of Pennsylvania).

Eduardo Fajnzylber.

Profesor Asociado, Universidad Adolfo Ibañez
Ph.D. (University of California - Los Angeles)

Juan Pablo Medina.

Profesor Asociado, Universidad Adolfo Ibañez
Ph.D. (University of California - Los Angeles).

AGRADECIMIENTOS:

Se agradecen los valiosos comentarios de Leonardo González y Javier Rivera de la Dirección de Presupuestos, de Andrés Pérez y Francisco Vergara de la Coordinación de Finanzas Internacionales, y de los miembros del Comité Financiero de los Fondos Soberanos del Ministerio de Hacienda.

Publicación de la Dirección de Presupuestos del Ministerio de Hacienda.

Todos los derechos reservados Registro de Propiedad Intelectual
©A-Pendiente ISBN: Pendiente

Diseño Gráfico y Diagramación: Cristian Salas L.

Fecha de publicación: Noviembre 2020

Las opiniones aquí contenidas pertenecen a los autores y no necesariamente son compartidas por la Dirección de Presupuestos ni el Ministerio de Hacienda. Los errores u omisiones son de exclusiva responsabilidad de los autores.

El Estudio sobre la Sustentabilidad del Fondo de Reserva de Pensiones se enmarca en el cumplimiento de la Ley N° 20.128 sobre Responsabilidad Fiscal. Fue adjudicada mediante licitación pública 1618-13-LP18 a Don Eduardo Fajnzylber, cuya propuesta resultó más ventajosa según se indica en Resolución Exenta 148 de 2019 de la Dirección de Presupuestos.

El cierre estadístico de este estudio corresponde al 20 de enero de 2020.



CONTENIDO

Abreviaciones	5
1. Introducción	7
1.1. Antecedentes del FRP	7
1.1.1. Reglas de acumulación y retiros	7
1.1.2. Política de inversión del FRP	8
2. Revisión de literatura	10
2.1. Modelos previsionales de simulación	10
2.1.1. Tipología de modelos de proyección	10
2.1.2. Mortalidad estocástica	11
2.2. Revisión de literatura sobre modelos macroeconómicos	13
2.2.1. Estructura básica de modelos macro-fiscales	13
2.2.2. Extensiones de esta estructura básica y aplicaciones a Chile	14
2.2.3. PIB tendencial y tipo de cambio	15
2.3. Módulo Financiero	15
2.4. El concepto de sustentabilidad	18
2.4.1. La sustentabilidad de la deuda pública.	18
2.4.2. La sustentabilidad de los esquemas de pensión	20
3. Modelo de proyección del Fondo de Reserva de Pensiones	21
3.1. Estructura general del modelo	21
3.2. Módulo previsional	23
3.2.1. Fuentes de información	23
3.2.2. Estructura general de simulación del modelo previsional	24
3.2.3. Modelos laborales	25
3.2.4. Demografía y eventos previsionales	30
3.3. Módulo macro-fiscal	33
3.3.1. Proyecciones macroeconómicas recientes para Chile	34
3.3.2. Modelo macroeconómico para Chile	36
3.3.3. Estimación modelo macroeconómico	45
3.3.4. Escenarios de proyección del modelo macroeconómico-fiscal	47
3.3.5. Proyecciones macroeconómicas para Chile post 18 de Octubre	48
3.4. Módulo financiero	49
3.4.1. Fuentes de información	50
3.4.2. Metodología de estimación de parámetros	51
3.4.3. Metodología de proyección de retornos	51
3.4.4. Parámetros estimados	52

4. Resultados	52
4.1. Proyección determinística	53
4.1.1. Generación de variables macro-fiscales	53
4.1.2. Generación de variables financieras	61
4.1.3. Generación de variables previsionales	62
4.1.4. Simulación determinística del Fondo de Reserva de Pensiones	65
4.2. Proyección estocástica	67
4.2.1. Descripción del proceso de simulación	69
4.2.2. Variables intermedias	71
4.2.3. Evolución estocástica del FRP	75
4.3. Análisis de sensibilidad	78
5. Evaluación límite de 900 millones de UFs	78
5.1. Escenario de tensión	80
5.2. Evaluación	81
5.3. Límite de UF 900 millones, interpretación como dotación	83
6. Conclusiones	85
Anexo 1: Condiciones de equilibrio adicionales del modelo macro-fiscal	85
Anexo 2: Análisis de sensibilidad ante distintos procedimientos de muestreo	86
Anexo 3: Tratamiento de la Cobertura Cambiaria de los Índices de Renta Fija de Bloomberg	88
Bibliografía	91
Tablas y figuras de anexo	98

ABREVIACIONES

SIGLA	EXPLICACIÓN
AFP	Administradora de Fondos de Pensiones
APS	Aporte Previsional Solidario
ARMA	Autoregressive Moving Average
BCCh	Banco Central de Chile
BCU5	Bonos del Banco Central a 5 años emitidos en unidades de fomento.
BIS	Bank for International Settlements
BM	Banco Mundial
BPI	Base Poblacional Inicial
CAPM	Capital Asset Pricing Model
CAPREDENA	Caja de Previsión de la Defensa Nacional
CASEN	Encuesta de Caracterización Socioeconómica de los Hogares
CBO	Congressional Budget Office
CCAPM	Consumption CAPM
CCE	Comisión de las Comunidades Europeas
CELADE	Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía
CEPAL	Comisión Económica para América Latina y el Caribe
CLP	Peso Chileno
DB	Defined Benefit (Beneficio definido)
DC	Defined Contribution (Contribución definida)
DIPRECA	Dirección de Previsión de Carabineros de Chile
DSGE	Modelo dinámico estocástico de equilibrio general
DWP	Department for Work and Pensions
EE	Expectativas Económicas
EMBI	Emerging Markets Bonds Index
EPC	Economic Policy Committee
EPS	Encuesta de Protección Social
FED	Federal Reserve de Estados Unidos
FFAA	Fuerzas Armadas
FEES	Fondo de Estabilización Económica y Social
FIAP	Federación Internacional de Administradoras de Fondos de Pensiones
FMI	Fondo Monetario Internacional
FP	Fondos de Pensiones
FRB	Federal Reserve Board
FRP	Fondo de Reserva de Pensiones
GAMMA	Generational Accounting Model with Maximizing Agents
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
GEPM	Garantía Estatal de Pensión Mínima
HPA	Base de Historias Previsionales de Afiliados, Pensionados y Fallecidos
IMACEC	Indicador Mensual de Actividad Económica
INE	Instituto Nacional de Estadísticas
IPC	Índice de Precios al Consumidor
IPS	Instituto de Previsión Social

SIGLA	EXPLICACIÓN
IS	Curva de Ahorro Inversión (Investment-Savings)
LRF	Ley de Responsabilidad Fiscal
LVACLG, LVACLI	Indices financieros generados por la empresa LVA Indices. LVACLG se refiere al gobierno de Chile y LVACLI a intermediación financiera en Chile.
MCMC	Markov Chains Monte Carlo
MDM	Modelo Dinámico de Micro-simulación
MEP	Modelo Estructural de Proyección (Banco Central de Chile)
MPE	Modelo de Proyección Estocástico
MSAS	Modelos semi-agregados de simulación
MSCI	Empresa generadora de índices financieros, generada por la unión de Morgan Stanley y Capital Group International
OECD	Organization for Economic Co-operation and Development
PBS	Pensión Básica Solidaria
PEA	Población económicamente activa
PIB	Producto Interno Bruto
PLF	Participación laboral femenina
RF1-RF5	Instrumentos de Renta Fija
RV1-RV3	Instrumentos de Renta Variable
SII	Servicio de Impuestos Internos
S&P 500	Indice bursátil de Standard & Poors
SPS	Sistema de Pensiones Solidarias
SSA	Social Security Administration
TIR	Tasa Interna de Retorno
TPM	Tasa de Política Monetaria
UF	Unidad de Fomento
UN	United Nations
USD	Dólar Americano
VaR	Value at Risk
VAR	Vector Auto Regresivo
VW	Artículo de Varas y Walker (2009)

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo del presente estudio es evaluar la sustentabilidad del Fondo de Reserva de Pensiones (FRP). El FRP, uno de los dos fondos soberanos creados por la Ley N° 20.128 de 2006 sobre responsabilidad fiscal, nace con el objetivo de apoyar el financiamiento de las obligaciones fiscales derivadas del sistema civil de pensiones, complementando el financiamiento de las futuras contingencias en materia de pensiones.

En esta sección se ofrece una descripción general del FRP, incluyendo las reglas de aporte, retiro e inversión.

1.1. ANTECEDENTES DEL FRP

El FRP se constituyó el 28 de diciembre de 2006 con un aporte inicial de US\$ 604,5 millones.¹ La reforma previsional de 2008 (Ley N° 20.255) introdujo un conjunto de adecuaciones a la Ley de Responsabilidad Fiscal (Ley N° 20.128 de 2006, en adelante LRF) que tuvieron como objeto ajustar la normativa del FRP a los nuevos beneficios contemplados en la reforma. En particular, el objetivo del FRP quedó definido como el de apoyar el financiamiento de las obligaciones fiscales derivadas de las pensiones básicas solidarias de vejez y de invalidez, así como los aportes previsionales solidarios considerados en la reforma previsional. El FRP está destinado asimismo a financiar, durante la transición, las obligaciones derivadas de la garantía estatal de pensiones mínimas de vejez, invalidez y sobrevivencia (beneficio que será gradualmente sustituido por el aporte previsional solidario).

1.1.1. REGLAS DE ACUMULACIÓN Y RETIROS

Conforme a la LRF, el FRP se incrementa cada año en un monto mínimo equivalente al 0,2% del Producto Interno Bruto (PIB) del año anterior. Si el superávit fiscal efectivo es superior a 0,2% del PIB, el FRP recibe un aporte equivalente a dicho superávit con un máximo de 0,5% del PIB del año anterior.²

Los recursos del FRP sólo pueden ser utilizados para complementar los pagos de las obligaciones de pensiones y del sistema previsional.³ Hasta el año 2016 sólo era posible realizar giros anuales desde el FRP por un máximo equivalente a la rentabilidad que generara el fondo el año anterior. A partir de 2016, se pueden utilizar anualmente recursos por un monto máximo equivalente a un tercio de la diferencia entre el gasto en obligaciones previsionales del año respectivo y el gasto de obligaciones previsionales del 2008 ajustado por inflación.⁴ Asimismo, después de octubre de 2021, el FRP dejará de existir si los giros a efectuarse en un año calendario no superasen el 5% de la suma del gasto en pensiones básicas solidarias de vejez e invalidez y los aportes previsionales solidarios de vejez e invalidez determinados en la Ley de Presupuestos de dicho año. Por último, la LRF establece que en el caso que el FRP alcanzase un monto equivalente a 900 millones de unidades de fomento, "se entenderá cumplida la obligación" de realizar aportes al fondo por parte del Estado.

El cuadro siguiente muestra la evolución del valor de mercado del FRP (en millones de dólares) a abril 2019. Se puede ver que en los últimos 5 años, los aportes se encuentran topados en su valor mínimo (0,2% del PIB del año anterior). Asimismo, los años 2017 y 2018 se realizaron por primera vez retiros desde el FRP.

1 <http://www.hacienda.cl/fondos-soberanos/fondo-de-reserva-de-pensiones.html>

2 El traspaso debe materializarse durante el primer semestre del año. Esta política estará vigente hasta que el FRP alcance un tamaño equivalente a UF 900 millones (Informe Anual Fondos Soberanos, Ministerio de Hacienda, 2017).

3 Informe Anual Fondos Soberanos, Ministerio de Hacienda, 2017.

4 En la legislación original (Ley N° 20.128 sobre responsabilidad fiscal), se establecía el año 2015 como año respecto al cual se calculaba la diferencia. Este guarismo fue modificado por la reforma previsional del año 2008 (Ley N° 20.255), puesto que a contar de esta reforma el FRP debía cumplir la función primaria de ayudar a financiar el gasto en el nuevo Sistema de Pensiones Solidarias (SPS), las cuáles entraron en efecto el año 2008.

TABLA 1 - VALOR DEL FRP
(CIFRAS EN MILLONES DE USD\$ DE CADA AÑO)

DESCOMPOSICIÓN VALOR DE MERCADO	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019 (ABRIL)	DESDE EL INICIO(A)
Valor de mercado inicial ^(a)	604,63	1.466,35	2.506,76	3.420,83	3.836,70	4.405,60	5.883,25	7.335,11	7.943,70	8.112,21	8.862,07	10.010,95	10.106,13	0
Aportes	736,35	909,07	836,71	337,3	443,32	1.197,37	1.376,75	498,93	463,88	462,29	505,15	541,58	0	8.913,24
Aportes (% PIB)	0,50%	0,50%	0,50%	0,20%	0,20%	0,50%	0,50%	0,20%	0,20%	0,20%	0,20%	0,20%		
Retiros	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-313,95	-525,05	0	-839,00
Interés devengado	45,62	71,25	71,86	70,23	75,2	130,65	174,06	190,18	194,29	197,38	207,71	221,70	22,59	1.739,76
Ganancias (pérdidas) de capital	79,79	60,42	5,85	8,74	50,81	150,87	-94,6	-75,9	-485,19	94,45	754,81	-581,19	51,12	397,39
Costos de Adm., custodia y otros(b)	-0,04	-0,33	-0,35	-0,41	-0,43	-1,23	-4,35	-4,63	-4,47	-4,24	-4,85	-4,74	-0,33	-31,87
Ganancias financieras netas	125,37	131,34	77,36	78,56	125,58	280,29	75,11	109,65	-295,38	287,58	957,67	-364,23	73,38	2105,27
Valor de mercado final	1.466,35	2.506,76	3.420,83	3.836,70	4.405,60	5.883,25	7.335,11	7.943,70	8.112,21	8.862,07	10.010,95	9.663,25	10.179,51	10.179,51

(a) La creación del FRP se realizó el 28 de diciembre de 2006, con un aporte inicial de US\$604,5 millones. (b) Incluye costos asociados a asesorías y otros.

Fuente: Construida a partir de Tabla de valor de mercado a abril 2019, Informe Ejecutivo Mensual Fondo de Reserva de Pensiones, a abril de 2019, Ministerio de Hacienda. Cifra de aportes como porcentaje del PIB hasta el 2017 extraída de Informe Anual Fondos Soberanos, Ministerio de Hacienda, 2017. Cifra de aportes como porcentaje del PIB para el año 2018 estimada por los autores.

1.1.2. POLÍTICA DE INVERSIÓN DEL FRP⁵

A continuación se describen los principales elementos de la política de inversión del FRP. Esta fue aprobada en noviembre de 2017 y se encuentra en un proceso de convergencia gradual hacia la composición estratégica de activos, iniciada el año 2018 y que debiera concluir a comienzos del año 2021.

Objetivos de inversión: El principal objetivo de inversión del FRP es generar recursos que permitan financiar parte de las obligaciones fiscales en pensiones. Para ello, se ha definido el objetivo específico de lograr un retorno esperado anualizado (en pesos) de al menos 2% por sobre la inflación chilena en un período de 10 años con una probabilidad de al menos 60%. Por su parte, la tolerancia al riesgo establece que no exista una probabilidad mayor al 5% de que su retorno real expresado en pesos, en cualquier año, sea menor a -12%. Se considera que el horizonte de inversión es de mediano a largo plazo, considerando el tamaño y la oportunidad de las obligaciones que debe financiar.

Composición estratégica de activos: La composición de cartera que se desea lograr a comienzos de 2021 es de 40% en acciones, 23% en bonos soberanos y otros activos relacionados, 13% en bonos corporativos, 8% en bonos de alto rendimiento, 6% en bonos con respaldo de hipotecas de agencias de EE.UU., 5% en inversión inmobiliaria, y 5% en bonos soberanos indexados a inflación. Además, se cubrirá paulatinamente la totalidad de la exposición cambiaria del portafolio de renta fija a pesos.

Comparadores referenciales (o benchmarks): Para cada componente de la composición estratégica de activos se ha definido una cartera de referencia, o benchmark, que corresponde a un índice representativo del mercado respectivo. Estos se describen en la tabla 2.

Implementación de la Política de Inversión: La política de inversión se implementará gradualmente, en un horizonte de tres años, hasta converger a la composición de cartera definida en la tabla 2. Específicamente, a partir de 2018 se comenzó a aumentar gradualmente la exposición accionaria con el fin de converger al 40% deseado a comienzos de 2021. Estos incrementos estarán compensados con reducciones a la exposición en renta fija, principalmente soberana. Por otra parte, desde enero de 2019 se invierte en bonos con respaldo de hipotecas de agencias de EE.UU. y en bonos de alto rendimiento, alcanzando las proporciones definidas para dichas clases de activo en la nueva política de inversión. Se proyecta comenzar a tener exposición en el sector inmobiliario a comienzos de 2020. Finalmente, el Comité Financiero recomendará la forma en que se implementará la estrategia de cobertura cambiaria.

⁵ Extracto de la política de inversión disponible en la dirección: <https://www.hacienda.cl/fondos-soberanos/fondo-de-reserva-de-pensiones/politica-de-inversion.html>

TABLA 2 - CARTERA DE REFERENCIA DEL FRP

CLASE DE ACTIVOS	PORCENTAJE DEL PORTAFOLIO	BENCHMARKS
Acciones	40%	MSCI All Country World Index ex Chile (USD unhedged con dividendos reinvertidos)
Bonos soberanos y otros activos relacionados ^(a)	23%	Bloomberg Barclays Global Aggregate: Treasuries Index (USD unhedged)
		Bloomberg Barclays Global Aggregate: Government-Related Index (USD unhedged)
Bonos corporativos	13%	Bloomberg Barclays Global Aggregate: Corporates Index (USD unhedged)
Bonos de alto rendimiento	8%	Bloomberg Barclays Global High Yield Index (USD unhedged)
Bonos con respaldo de hipotecas de agencias de EE.UU.	6%	Bloomberg Barclays US Mortgage Backed Securities Index
Inversión inmobiliaria	5%	(b)
Bonos soberanos indexados a inflación (real)	5%	Bloomberg Barclays Global Inflation-Linked Index (USD unhedged)

Notas: (a) Cada subíndice de esta clase de activos se agrega de acuerdo a su capitalización relativa. (b) Por definir.
Fuente: <https://www.hacienda.cl/fondos-soberanos/fondo-de-reserva-de-pensiones/politica-de-inversion.html>

El detalle del plan de implementación de la política de inversión se describe en la tabla 3.

TABLA 3 - IMPLEMENTACIÓN DE LA POLÍTICA DE INVERSIÓN

	BONOS SOBERANOS Y OTROS ACTIVOS RELACIONADOS	BONOS SOBERANOS INDEXADOS A LA INFLACIÓN	BONOS CORPORATIVOS	ACCIONES	BONOS CON RESPALDO DE HIPOTECAS DE AGENCIAS DE EE.UU	BONOS DE ALTO RENDIMIENTO	INVERSIÓN INMOBILIARIA	TOTAL
Diciembre-2017	48	17	20	15	0	0	0	100
Junio-2018	44	17	20	19	0	0	0	100
Enero-2019	39	11	13	23	6	8	0	100
Junio-2019	35	11	13	27	6	8	0	100
Enero-2020	32	5	13	31	6	8	5	100
Junio-2020	28	5	13	35	6	8	5	100
Enero-2021	23	5	13	40	6	8	5	100

Fuente: <https://www.hacienda.cl/fondos-soberanos/fondo-de-reserva-de-pensiones/politica-de-inversion.html>

Administración: Los portafolios de bonos soberanos y otros activos relacionados y de bonos soberanos indexados a inflación son gestionados directamente por el Banco Central de Chile, en calidad de agente fiscal. Los portafolios de acciones, bonos corporativos, bonos de alto rendimiento, y bonos con respaldo de hipotecas de agencias de EE.UU. son gestionados por administradores externos contratados por el Banco Central de Chile, seleccionados mediante procesos de licitación.

Límite de tracking error ex ante: Se ha definido un límite de tracking error ex ante de 50 puntos base para el portafolio agregado de bonos soberanos y otros activos relacionados y bonos soberanos indexados a inflación, de 60 puntos base para el de Acciones, de 50 puntos base para el de bonos corporativos, y de 150 puntos base para bonos de alto rendimiento. En el caso de bonos con respaldo de hipotecas de agencias de EE.UU. se exige que el promedio del mes sea inferior a 20 puntos base y que en forma diaria no exceda 30 puntos base.

Pautas de inversión:⁶ En las pautas de inversión se proporciona información adicional acerca de la política de inversión del Fondo de Reserva de Pensiones como, por ejemplo, monedas e instrumentos elegibles, uso de derivados y apalancamiento, y otros límites relevantes, entre otros aspectos asociados a su gestión.

En el modelo de proyección que se presenta en la sección 3 de este informe, particularmente en el módulo financiero, se consideran tanto la composición estratégica de activos (en la etapa de implementación y una vez que ésta haya concluido) como los comparadores referenciales, para simular la evolución futura del FRP.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

El objetivo de esta sección es revisar la literatura internacional y nacional en todos aquellos aspectos relacionados con el modelo descrito en la sección siguiente. Como se verá más adelante, el modelo de proyección para el FRP incluye tres módulos esenciales: un módulo previsional, un módulo macro-fiscal y un módulo financiero. A continuación, presentaremos una revisión de la literatura identificada para cada uno de los tres módulos. Asimismo, la sección 2.4 se enfoca en la literatura relacionada con el concepto de sustentabilidad, tanto en términos generales como aplicado a esquemas de pensiones.

2.1. MODELOS PREVISIONALES DE SIMULACIÓN

El objetivo básico del módulo previsional consiste en proyectar las pensiones a ser percibidas por los afiliados al sistema de pensiones o sus beneficiarios de pensiones de sobrevivencia. Posteriormente, estas proyecciones se usan para proyectar el gasto fiscal asociado fundamentalmente al sistema de pensiones solidarias. Por ello, este tipo de trabajo se enmarca en la literatura de modelos de proyección de obligaciones previsionales.

En esta sección se revisa la literatura relacionada con este tipo de modelos de simulación. Asimismo, se presenta una revisión de la literatura relacionada con la modelación de mortalidad estocástica en modelos de proyección demográficos.

2.1.1. TIPOLOGÍA DE MODELOS DE PROYECCIÓN

Aunque existe gran diversidad de sistemas de pensiones en el mundo, se observa ciertas formas básicas de proyectar los beneficios a ser entregados por un esquema y las obligaciones fiscales que se derivan. En EPC (2007), se hace una revisión de los sistemas previsionales de la mayoría de los países de la Unión Europea, incluyendo una descripción de los modelos utilizados en cada caso para proyectar pensiones. En dicho documento, se hace referencia a las siguientes descripciones de modelos de proyección:⁷

- a) **Modelos semi-agregados de simulación:** Modelos determinísticos en que se definen distintos grupos de individuos (de acuerdo a características como edad, género, grupos de ingreso y tipo de pensión).⁸ A partir de modelos demográficos, laborales y macroeconómicos, se definen las probabilidades de transición entre distintos estados y se calculan los distintos tipos de beneficios para cada uno de los grupos definidos a partir de supuestos acerca de los salarios y pensiones pagadas. Usualmente, se separa el análisis entre el stock de pensionados y los futuros pensionados.

6 Para mayores detalles sobre la pauta de inversión, ver Oficio Ordinario No 2424 del 6 de diciembre 2018, del Ministerio de Hacienda, disponible en <https://www.hacienda.cl/fondos-soberanos/fondo-de-reserva-de-pensiones/politica-de-inversion/pauta-de-inversion.html>.

7 Una descripción más detallada de algunos de los ejemplos presentados aquí se encuentra en Castañeda *et al.* (2013). En esta sección, se resumen los elementos más relevantes de dicha descripción para efectos del actual estudio.

8 EPC (2007), p. 16. Un claro ejemplo de este tipo de modelos es el utilizado por la oficina del actuario jefe de Estados Unidos, quien provee proyecciones de largo plazo sobre el Seguro Social de Estados (ver SSA (2017,2019)). Dicha institución cuenta además con un modelo estocástico, el cual incorpora variación aleatoria, en torno al escenario intermedio, en algunas de las variables clave del modelo de largo plazo (SSA, 2004). El Congreso de Estados Unidos, por su parte, cuenta con su propio modelo de proyección, conocido como CBOLT, el cual presenta resultados con 3 modos de solución: (i) un modelo de proyección estático con un entorno macro fijo; (ii) un modelo macro de crecimiento con proyecciones actuariales y reglas presupuestarias federales detalladas; (iii) un tercer modelo que incluye el modelo macro anterior pero incorpora además un modelo de micro-simulación dinámica (O'Harra *et al.*, 2004).

- b) **Modelos de equilibrio parcial:** Esquemas utilizados para agregar los resultados de distintos submodelos (típicamente asociados a esquemas para distintos grupos de trabajadores) de forma de obtener coherencia a nivel macro. En esta categoría, se incluyen también modelos utilizados para comunicar modelos demográficos con otros de índole financiera.
- c) **Modelos dinámicos de microsimulación:** Modelos similares en su estructura general a los MSAS, pero en que la unidad de agregación corresponde a individuos (o familias) provenientes de una muestra representativa de la población general. Por lo tanto, su principal ventaja radica en la posibilidad de proyectar distribuciones en lugar de promedios, de permitir comportamientos heterogéneos entre los distintos agentes (lo cual está limitado en los MSAS por los niveles de agregación utilizados).^{9 10} En un MDM, el estado de cada individuo en la muestra es actualizado en cada año de simulación a partir de una serie de submodelos en secuencia.¹¹
- d) **Modelos de equilibrio general:** Modelos que incorporan las decisiones de los distintos agentes económicos, tales como los hogares, las firmas y los fondos de pensiones.¹²

En el caso chileno, uno de los modelos más relevantes para efectos de realizar proyecciones previsionales es el modelo de proyección desarrollado por DIPRES, el cual combina un esquema similar al utilizado en los MDM para proyectar pensiones y gasto asociados a los actuales pensionados y un modelo de tipo MSAS para los futuros pensionados.¹³

Por último, el modelo descrito en este documento está basado en aquel desarrollado en Castañeda *et al.* (2013) y Castañeda *et al.* (2016), los cuales incluyen un MDM completo para proyectar la evolución futura de cotizantes y pensionados. Mayores detalles sobre este modelo se encuentran en la sección 3 de este documento.

2.1.2. MORTALIDAD ESTOCÁSTICA

La idea de mortalidad estocástica se refiere a un cambio en los parámetros “profundos” que determinan la tasa de mortalidad. En sí, la mortalidad estocástica no tiene una aplicación muy interesante para modelos de corto plazo, porque a corto plazo es difícil distinguir entre una realización particular y un cambio de parámetros (por ejemplo, si la probabilidad de un accidente es 30% pero hoy se observa un 40% de accidentes, es difícil distinguir entre la influencia de factores aleatorios y un cambio en la probabilidad en sí).

La mortalidad estocástica, como fenómeno de largo plazo, es lo que determina el “riesgo de longevidad”, es decir, la incerteza que se tiene sobre el nivel de las “expectativas de vida” en el futuro. Este tema preocupa a los sistemas de seguridad social debido al aumento constante en las expectativas de vida y al impacto que dicha incerteza podría tener sobre su evolución futura.

La aplicación más potente que se tiene hasta ahora sobre la mortalidad estocástica está en el estudio y desarrollo de instrumentos financieros para diversificar el riesgo de longevidad. Sin embargo el mercado internacional para estos instrumentos, que por sí solos podrían cubrir bastante este riesgo, es aún reducido.¹⁴

En el sector de las finanzas los modelos para estimar la mortalidad estocástica (y con ello estimar el posible precio de un instrumento financiero) se basan en modelos autoregresivos univariados. Estos provienen de las metodologías utilizadas para modelar la evolución de las tasas de interés y se dividen en dos grandes grupos:

9 Esto puede ser particularmente relevante en el caso chileno (y particularmente para proyectar los gastos emanados del Sistema de Pensiones Solidarias), puesto que los beneficios no contributivos dependen directamente del valor de las pensiones autofinanciadas por cada individuo, por lo que la heterogeneidad es un elemento clave en la proyección (sobre todo a mediano plazo).

10 La característica de “dinámicos” asociada a estos modelos se utiliza para diferenciarlos de los modelos estáticos, los cuales toman determinada distribución de individuos en un momento dado y asumen que éstos no reaccionan ante un cambio en los parámetros (como variaciones en el sistema impositivo).

11 En el caso paradigmático del modelo SESIM utilizado por el Ministerio de Finanzas de Suecia, la estructura recursiva incluye módulos de tipo demográfico, de educación, de mercado laboral, de riqueza y vivienda, de impuestos y transferencias (incluyendo pensiones) y de beneficios no monetarios.

12 En el modelo de los Países Bajos de equilibrio general de generaciones traslapadas, conocido como GAMMA, los hogares deciden sobre cuánto trabajo ofertar y sobre su ahorro privado, las firmas demandan trabajo y capital y los fondos de pensiones (de beneficio definido) deciden sobre las tasas de cotización y los niveles de beneficios. El gobierno es modelado en forma simplificada a partir de ecuaciones de contabilidad generacional. Los agentes son racionales y con visión de futuro, y optimizan en forma consistente. Ver Draper *et al.* (2007).

13 Más detalles sobre este modelo pueden encontrarse en Arenas de Mesa *et al.* (2008) y Dirección de Presupuestos (2019, cap. IV).

14 Sherris, M., & Wills, S. (2011), Blake, D., Cairns, A. J., & Dowd, K. (2006).

aquellos que tienden a regresar a su media determinística (*mean reverting process*) y aquellos que no.¹⁵ En la raíz de estos modelos se encuentra el clásico modelo Lee Carter, al cual se incorporan elementos autoregresivos en la modelación de los factores estocásticos.¹⁶ El modelo Lee Carter se basa en suponer que el logaritmo de las tasas de mortalidad sigue un aumento determinístico a través del tiempo, al cual se le agrega un elemento estocástico que representa el componente de incerteza sobre la evolución futura de las tasas. Entre las críticas a este tipo de modelos, se menciona que un único parámetro de aumento aplicado a todos los tramos de edad genera en el mediano plazo un perfil etéreo poco realista.¹⁷ Buena parte de la literatura ha incorporado la modelación del efecto cohorte (las diferencias existentes en la mortalidad, para una misma edad, entre personas nacidas en distinta época), en forma complementaria al efecto edad.¹⁸

Recientemente, la División de Población de Naciones Unidas (UN) ha publicado su primer informe de proyección de población en que se utiliza este tipo de mortalidad.¹⁹ Si bien la media de las proyecciones se ha calibrado para replicar aquella que se obtendría sin incorporar elementos estocásticos, esta publicación es fruto del trabajo de una serie de profesionales tanto en UN como en las universidades y constituye un punto de partida importante para incorporar al análisis algunas estimaciones de mortalidad estocástica a través de los países.

El modelo UN se enfoca en estimar y proyectar el aumento en las expectativas de vida de las mujeres, y con ello, este se “baja” a cambios en las tasas de mortalidad por edad (o tramos de edad, las que luego se expanden a edades simples²⁰) asumiendo que se cumplen patrones estándar de cambios en tasas de mortalidad por edad. Si bien este es un elemento claramente arbitrario, al mismo tiempo simplifica el análisis y mantiene coherencia con los perfiles etarios.

Luego, este modelo estima y proyecta la brecha hombre-mujeres en las expectativas de vida; con ello obtiene la evolución de las expectativas de vida para hombres, a las que le aplica la misma bajada a tasas por edad que se usó en mujeres. UN además realiza un proceso similar para estimar una fecundidad estocástica en las mujeres.

En todos estas estimaciones y proyecciones, el modelo utiliza un enfoque bayesiano; se asigna a los parámetros una distribución “a priori”, para posteriormente estimar la distribución “a posteriori” en virtud de un proceso de optimización de manera de maximizar la verosimilitud de los datos observados. Dicha optimización se basa en el método de MCMC (Markov Chains Monte Carlo), pues una solución analítica no se encuentra en general disponible en modelos bayesianos.

El modelo UN incorpora prácticamente todos los datos históricos “oficiales” (o de alta calidad) disponibles. La implementación del modelo implica estimar 13 parámetros; 6 parámetros bayesianos (media y varianza) más un parámetro aleatorio estándar, para el que se necesita la varianza.

Es importante señalar que para el caso de Chile, la media de las proyecciones es un tanto superior a la última proyección de expectativas de vida del INE. Todas las ecuaciones y los datos de este proyecto UN están disponibles públicamente.²¹

En el proceso de simulación estocástica del FRP, se hace uso de las tablas de mortalidad estocásticas generadas por Naciones Unidas de forma de incorporar la incertidumbre sobre la mortalidad futura de la población chilena.

15 Sherris, M., & Wills, S. (2011), Luciano, E., Spreeuw, J., & Vigna, E. (2008)

16 Girosi, F., & King, G. (2007).

17 Girosi, F., & King, G. (2007)

18 Cairns et al. (2007)

19 Raftery, A. E., Li, N., Ševčíková, H., Gerland, P., & Heilig, G. K. (2012)

20 Kostaki, A., & Panousis, V. (2001)

21 Ševčíková, H., Raftery, A., & Gerland, P. (2013)

2.2. REVISIÓN DE LITERATURA SOBRE MODELOS MACROECONÓMICOS

El propósito de esta parte es resumir brevemente la estructura de los modelos macroeconómicos con un bloque fiscal que son utilizados para el análisis y proyecciones. Se ilustra la estructura básica de este tipo de modelos para luego describir las extensiones y aplicaciones para Chile disponibles en la literatura relacionada. Basado en esta revisión, en la subsección 3.3 se presenta la estructura de un modelo macro-fiscal simplificado para Chile que permite dar coherencia económica a las proyecciones base y a la simulación estocástica.

2.2.1. ESTRUCTURA BÁSICA DE MODELOS MACRO-FISCALES

Los modelos macroeconómicos han sido desarrollados para analizar los efectos agregados de los cambios en variables macroeconómicas de interés. Los modelos son una herramienta para entender, organizar y dar disciplina al análisis y las proyecciones. Para el análisis de la política monetaria, los modelos Nekeynesianos usados son caracterizados por tres ecuaciones (ver Clarida *et al.*, 1999, Rotemberg y Woodford, 1997, Goodfriend y King, 1997, entre otros).

Dado que nuestro propósito es incluir las variables del balance fiscal, ecuaciones adicionales para las variables fiscales son necesarias. Un trabajo relevante en la literatura donde se incorpora la política fiscal en un modelo de equilibrio general es Baxter y King (1993). Este trabajo considera de manera separada lo que es el consumo de gobierno y la inversión pública, ambos con efectos agregados diferentes. Luego de la crisis financiera global y los grandes impulsos fiscales llevados adelante por países avanzados, ha surgido la necesidad de evaluar las consecuencias macroeconómicas de las expansiones fiscales.²² Estos trabajos se analizan los efectos temporales tanto de cambios en impuestos y en gasto de gobierno. Un elemento central para la cuantificación es cómo el financiamiento del gobierno puede alterar el perfil temporal de la deuda de un gobierno. Así, si una expansión fiscal conlleva a un excesivo endeudamiento es posible que termine generando un efecto negativo a mediano plazo si pone en riesgo la sostenibilidad fiscal en su conjunto (e.g. Uhlig, 2010)

En el caso de modelos Nekeynesianos con política fiscal y política monetaria Galí *et al.* (2007) es una buena exposición en el contexto de una economía cerrada. Para el caso de economía abierta, un ejemplo es el trabajo de Coenen *et al.* (2013) que buscan cuantificar los efectos macroeconómicos del estímulo fiscal en la zona Euro, considerando el rol del sector externo y de la política monetaria para esta cuantificación.

En estos modelos DSGE Nekeynesianos, las variables son expresadas de manera cíclica. Es decir, en las ecuaciones, las variables tienden a expresarse como desvíos con respecto a sus niveles tendenciales o de largo plazo.²³ Asimismo, junto con las ecuaciones dinámicas, existen un conjunto de condiciones de equilibrio que caracterizan los valores de largo plazo de cada variable. Con esto, se busca garantizar la coherencia económica de los niveles tendenciales o de largo plazo.

A nivel metodológico, un modelo macro-fiscal básico debe incluir en primer lugar un sector de hogares que determinan las decisiones de ahorro, inversión y consumo. Esto lo hace en un contexto intertemporal donde los hogares planifican su consumo tomando en cuenta su restricción presupuestaria a lo largo del tiempo y los diferentes activos para ahorrar, endeudarse e invertir. Junto con lo anterior los hogares determinan la oferta de trabajo de la economía.

A continuación se incluye a las empresas que demandan insumos productivos proporcionados por los hogares para determinan la oferta de bienes de la economía. Si se considera la presencia de la política monetaria y precios rígidos en el corto plazo, estos modelos contemplan una ecuación para la dinámica de la inflación en función de las holguras de capacidad versus demanda en la economía. Esta última variable se suele medir como la brecha PIB o producto de la economía y a esta ecuación se le llama la curva de Phillips.

²² Ver Ramey (2019) para una revisión detallada de la investigación sobre los efectos fiscales a nivel agregado.

²³ DSGE viene de la sigla en inglés: Dynamic Stochastic General Equilibrium, lo que refleja que el modelo es dinámico, estocástico y de equilibrio general.

Un tercer bloque lo constituye el gobierno. Esto requiere considerar la restricción presupuestaria del gobierno. Usualmente, los ingresos fiscales están vinculados endógenamente a la actividad y demanda de la economía. Junto con lo anterior, es necesario incluir además ecuaciones para el comportamiento de la política monetaria y la política fiscal. Para la política monetaria, se utiliza una regla de tipo Taylor que fija la tasa de interés en función de la brecha del PIB y la inflación (Taylor, 1993). Por su parte, una regla para determinar el gasto público podría definir la trayectoria del balance fiscal.

Una ventaja de este tipo de modelos dinámicos y de equilibrio general es que los parámetros del modelo tienen una interpretación estructural, al provenir de las preferencias de los hogares y de las tecnologías de producción de las firmas. Al mismo tiempo, las expectativas son consistentes con la estructura de modelo y el proceso estocástico explícito de las fluctuaciones económicas. No obstante, la estructura del modelo puede ser también semi-estructural o macro-econométrica como en Svensson (2000), donde los parámetros pueden tener una interpretación de forma reducida y son estimados empíricamente sin mayores restricciones en la teoría económica. Este tipo de modelos son como el FRB-US de la Reserva Federal o como vectores autorregresivos.²⁴ En cualquier caso, la determinación conjunta de las variables del modelo hace que fluctuaciones de una variable tengan efectos en las otras. Además, existen condiciones en las cuales los modelos estructurales puede ser especificados como modelos de series de tiempo similares a un vector autoregresivo (ver, por ejemplo, Fernández-Villaverde *et al.*, 2007).

2.2.2. EXTENSIONES DE ESTA ESTRUCTURA BÁSICA Y APLICACIONES A CHILE

La especificación básica descrita anteriormente puede ser extendida en varias dimensiones. En primer lugar, si incluimos características de economía abierta, el tipo de cambio aparecería e incorporaríamos una ecuación como la paridad de tasas de interés para la determinación del tipo de cambio (ver por ejemplo, Galí y Monacelli, 2005). En el caso de Chile, una versión de este tipo de modelo corresponde al Modelo Estructural de Proyección (MEP), uno de los principales modelos macroeconómicos utilizados por el Banco Central de Chile (BCCh) para proyectar las variables macroeconómicas más relevantes y realizar ejercicios de simulación y política económica (ver Banco Central de Chile, 2003). Una de las características del MEP es que contiene ecuaciones que describen las dinámicas de las variables tanto en el corto plazo como las condiciones de equilibrio de largo plazo, lo que permite distinguir entre efectos de corto y largo plazo. El modelo de Medina y Soto (2007) es una versión más detallada y estructural, basado en la derivación y estimación de un modelo dinámico estocástico de equilibrio general (DSGE) especificado para la economía chilena.

Es importante destacar que en estos modelos especificados para Chile, las variables externas juegan un rol fundamental para explicar la economía chilena. También la política monetaria ha desempeñado un rol relevante. Otros trabajos para Chile han llegado a conclusiones similares por medio de vectores autorregresivos (ver, por ejemplo, Valdés (1998), Parrado (2001), Franken *et al.* (2005)).

Otra dimensión de extensión corresponde a la incorporación de materias primas y cómo el ciclo del precio de las materias afecta las variables agregadas. Esta idea es capturada por Blanchard y Galí (2007) al analizar los efectos en PIB e inflación del precio del petróleo. En el caso de Chile, Medina y Soto (2016) analizan el efecto del precio del cobre y como la política fiscal del balance estructural ayuda a aislar la economía chilena de las fluctuaciones del precio del cobre. Medina (2018) analiza también como el sector cobre tiene efectos agregados relevantes por lado de la producción sin que tenga que ver con la política fiscal y los ingresos fiscal vinculados al cobre. Trabajos similares que analizan el efecto macroeconómico de cambios en el precio de las materias primas son García *et al.* (2011), García-Cicco y Kawamura (2015), por nombrar algunos. Usando la especificación básica de arriba, la regla del balance estructural de Chile podría definirse como un caso especial de la ecuación para la regla que determina el gasto público.

Luego de la crisis financiera global del 2008-2009, ha surgido un interés por modelos que capturen la dinámica entre las variables financieras y la actividad económica. Ejemplos de estos modelos son Bernanke *et al.* (1999), Kiyotaki y Moore (1997), Cúrdia y Woodford (2010), Gertler y Karadi (2012), por nombrar algunos. En estos trabajos,

²⁴ El modelo FRB-US está descrito en Brayton y Tinsley (1996). Aplicaciones de modelos macroeconómicos basados en vectores autorregresivos comenzó a popularizarse con Sims (1980) y un resumen de la literatura al respecto se encuentra en Stock y Watson (2001).

las restricciones financieras hacen que la transmisión de ciertas fluctuaciones económicas se vea amplificada, y además, las fluctuaciones del sector financiero pueden afectar las variables macroeconómicas agregadas. La presencia de estas restricciones financieras hace que una variable financiera aparezca en la demanda agregada de la economía. Cada vez que las condiciones financieras mejoran, la demanda puede aumentar independiente de la posición de la política monetaria o fiscal. Asimismo, una nueva ecuación se anexa al modelo, donde esta variable financiera depende de la actividad y demanda agregada y de la tasa de interés.

La crisis también promovió el interés de considerar no solo cambios en los niveles de las variables sino que también modificaciones en la volatilidad de las variables. Algunos trabajos en esta línea son Bloom (2009), Fernández-Villaverde *et al.* (2011), Carrière-Swallow y Céspedes (2013). Cambios en la volatilidad son interpretados como cambios en la incertidumbre agregada, lo cual tiende a afectar las decisiones de consumo e inversión. Cambios en la volatilidad podrían ser capturados como una variable adicional que afectaría la actividad y demanda de la economía.

2.2.3. PIB TENDENCIAL Y TIPO DE CAMBIO

Dos variables para la proyección macroeconómica son el PIB tendencial y el tipo de cambio. El PIB potencial o tendencial mide la capacidad productiva de la economía cuando los factores que afectan el ciclo económico han dejado de tener efecto. Del mismo modo, el tipo de cambio real de largo plazo es el que prevalece cuando la economía no tiene más fluctuaciones económicas de origen interno y externo.

El modelo utilizado en este estudio considera que tanto el nivel tendencial del PIB como el tipo de cambio real de largo plazo se proyectan dentro del modelo presentado anteriormente. De todas formas, vale la pena mencionar las metodologías alternativas utilizadas para estimar el PIB tendencial o potencial y el tipo de cambio real de largo plazo.

En el caso del PIB tendencial, se puede utilizar una serie de procedimientos para estimar el producto de tendencia, siendo los más comunes los filtros estadísticos (e.g. Hodrick y Prescott (1997), o Baxter y King (1999)). Estos filtros estadísticos buscan extraer de la serie del PIB una componente más permanente o que no cambia con las fluctuaciones de corto plazo. Otra alternativa para construir una serie del PIB tendencial es utilizar una metodología de descomposición de fuentes de crecimiento por medio de una función de producción agregada, que busca estimar las trayectorias tendenciales de los factores en la función de producción. Cabe destacar, que esta última metodología es la que se ha diseñado por el Ministerio de Hacienda para el comité consultivo del PIB tendencial. Aplicaciones de estas metodologías en Chile se encuentra en Fuentes *et al.* (2008).

En el caso del tipo de cambio real, existen varios enfoques para determinar su valor de largo plazo. Este valor de largo plazo permite realizar una evaluación del nivel actual en relación a su nivel de largo plazo estimado. Una revisión de las metodologías empleadas para esta evaluación está disponible en Lee *et al.* (2008) y Phillips *et al.* (2013). Estos trabajos incluyen un resumen de los métodos y de la literatura relevante, la cual es amplia y variada. En ellos se identifican tres enfoques para la evaluación del tipo de cambio real. El primer enfoque denominado el "equilibrio macroeconómico", busca determinar el ajuste del tipo cambio de forma tal que la cuenta corriente se iguale a un nivel considerado normal. El segundo enfoque llamado "tipo de cambio de equilibrio" realiza una predicción del tipo de cambio basado en un conjunto de fundamentales o determinantes. Finalmente, el enfoque de sostenibilidad externa es similar al primer enfoque, pero donde el nivel de cuenta corriente que se desea alcanzar es uno considerado sostenible. En el caso de Chile, Caputo y Nuñez (2008) han aplicado estas metodologías con adaptaciones a las particularidades de la economía chilena.

2.3. MÓDULO FINANCIERO

El módulo financiero aporta los elementos necesarios para proyectar los retornos de los activos en los que se invierten los recursos del FRP y de los Fondos de Pensiones (FP), toda vez que la cuantía de estos últimos incide en el monto de las obligaciones que debe financiar el FRP. La revisión de la literatura se concentra, por tanto, en

aquellas contribuciones que se refieren a cómo proyectar los retornos desde una óptica agregada, es decir, para distintas clase de activos (acciones, bonos, etc.), que es el nivel de agregación requerido en la proyección de los retornos de los activos en que invierten el FRP y los FP.

El punto de partida de la revisión es el conocido CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) de Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), que postula una relación lineal entre el retorno de las distintas clases de activos y el retorno del portfolio de mercado (R_m). Si bien el CAPM permite caracterizar el retorno de los distintos activos (o portfolios) que pertenecen al mercado de valores, no provee una guía en relación a los fundamentos que determinan el retorno del portfolio de mercado. En este sentido, el trabajo de Breeden (1979) es uno de los primeros en proponer al consumo agregado como determinante del retorno del portfolio de mercado, dando origen al modelo CCAPM (*Consumption CAPM*).²⁵

2.3.1. RETORNOS ESPERADOS.

Dentro de las variables o factores capaces de ajustar empíricamente los retornos esperados,²⁶ el CCAPM ha mostrado un desempeño pobre (similar al del CAPM) en las pruebas empíricas recientes (Breeden *et al.*, 1989).²⁷ Sin embargo, Lettau y Ludvigson (2001) encuentran que el (logaritmo del) ratio consumo-riqueza agregada (denotado por: ca_y_t) tiene un mayor poder predictivo sobre el retorno del mercado accionario agregado en EE.UU. (R^2 de 10% aproximadamente en predicción trimestral). En otro estudio reciente, Cooper y Priestley (2013) le otorgan un alto poder predictivo al ratio capital-producto, en un análisis que considera una muestra de países desarrollados.

Además del consumo agregado y otras variables macroeconómicas (por ej., inflación), la literatura sobre la capacidad predictiva de ratios financieros para predecir los retornos futuros²⁸ a distintos horizontes (por ej., Rozeff, 1984; Fama y French, 1988; Campbell y Shiller, 1988; Cochrane, 1992; Goetzmann y Jorion, 1993; Hodrick, 1992; Lewellen, 2004; entre otros) propone a la tasa de dividendo, o los ratios de utilidad o ingresos a precio, entre varios otros (detallados más adelante). En esta lista, un lugar destacado lo obtiene la tasa de dividendo (*dividend yield*), la cual obtiene un poder predictivo de más de 40% (dentro y fuera de muestra) en el reciente estudio de Jagannathan y Liu (2019). Adicional a los ratios financieros ya señalados, otros estudios han destacado otras variables predictivas. En términos cronológicos, Fama y Schwert (1977) y Fama (1981) postulan a la tasa corta (denotada por: r_t) como variable predictiva, Keim y Stambaugh (1986), Campbell (1987) y Fama y French (1989) postulan la pendiente de la estructura temporal de tasas de interés (también llamada *term spread*), Nelson (1976), Fama y Schwetz (1977), y Campbell y Vuolteenaho (2004) postulan la tasa de inflación, Fama y Bliss (1987), Campbell (1987), y Fama y French (1989) proponen el premio por riesgo de crédito (o *default spread*, que corresponde a la diferencia entre la TIR de bonos corporativos y bonos AAA), mientras que Guo (2006) propone la volatilidad del mercado accionario. Más recientemente, Kojien, Lustig y Van Nieuwerburgh (2017) han mostrado que algunas de las variables o factores del mercado de renta fija están, a su vez, asociadas con los cambios futuros en la actividad económica.

Por su parte, en cuanto a los mercados estudiados, la mayor parte de los estudios se ha centrado en el mercado de EE.UU. De entre los estudios que han analizado la capacidad predictiva de estos ratios en otros mercados, destacan los trabajos de Ferson y Harvey (1993), Ang y Bekaert (2007), y Hjalmarsson (2010), los que han corroborado la evidencia encontrada en EE.UU., aunque en magnitudes diversas. En particular, Hjalmarsson (2010) encuentra evidencia de predictibilidad para el *term spread* y la tasa corta, en un estudio que analiza los retornos accionarios en 40 países (incluyendo 24 economías desarrolladas). Por su parte, Rapach *et al.* (2013) encuentran que el retorno rezagado del mercado accionario de EE.UU. tiene un fuerte poder explicativo del retorno en mercados accionarios de países industrializados, mientras que Chen *et al.* (2019) encuentran que los cambios en la asimetría de retornos en EE.UU. afecta los retornos de 11 países industrializados. Por su parte, Calomiris y Mamaysky (2019) muestran que el contenido de las noticias afecta el retorno y la volatilidad del mercado accionario en 51 mercados accionarios.

²⁵ Estudios más recientes (véase, por ej., Bansal y Yaron, 2004) han mostrado que hay una relación directa entre el proceso generador de retornos que se emplea para el consumo agregado (incluyendo aleatoriedad en su tasa de crecimiento y volatilidad) y el proceso generador de retornos resultante para los activos financieros.

²⁶ La literatura sobre representaciones factoriales usualmente distingue dos grupos de factores (Connor, 1995). Por una parte se cuentan los factores macroeconómicos y fundamentales, y por la otra, los puramente estadísticos. Dado que la proyección es a muy largo plazo (20 años y más), resulta aconsejable emplear factores del primer tipo para así evitar que las proyecciones se escapen del rango razonable en el largo plazo.

²⁷ El desempeño del CAPM comenzó a ser puesto en entredicho en los últimos 20 años.

²⁸ La identificación de factores está naturalmente entrecruzada por la discusión sobre la predictibilidad de los retornos. Al respecto, si bien el debate no está completamente zanjado, la discusión ha convergido en favor de la predictibilidad (véase, por ej., Cochrane, 2008; Pastor y Stambaugh, 2009).

En un plano menos macro-fundamental, Neely *et al.* (2014) encuentran que el uso de promedios móviles mejora considerablemente el poder predictivo de modelos basados únicamente en variables macro-fundamentales.

La siguiente tabla presenta una lista con catorce variables predictivas, extraída de Rapach y Zhou (2013).

TABLA 4 - FACTORES FINANCIEROS CONSIDERADOS COMO VARIABLES PREDICTIVAS

VARIABLE	DEFINICIÓN
DivPrecio	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por un índice accionario (por ej., IPSA, S&P500m, etc.), menos el logaritmo del índice accionario. (log(DP))
DivYield	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por un índice accionario, menos el logaritmo del índice en cuestión rezagado. (log(DY))
UtilidadPrecio	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de las utilidades obtenidas por un índice accionario, menos el logaritmo del índice en cuestión. (log(EP))
DivUtilidad	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por un índice accionario, menos el logaritmo de la suma móvil en 12 meses de sus utilidades. (log(DE))
EqRiskPremiumVol	Volatilidad móvil del premio por riesgo accionario, basado en el estimador de la desviación estándar móvil: $\widehat{vol}_t = \sqrt{\pi/2} \sqrt{12} \hat{\sigma}_t$, en donde $\hat{\sigma}_t = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} r_{t+1-i} $.
LibroBolsa	Cociente entre el valor libro y la capitalización bursátil de las acciones que componen un índice.
TIRBonosCortos	Tasa de interés de obligaciones a tres meses del país en cuestión.
TIRBonosLargos	Tasa de interés de bonos de largo plazo del país en cuestión.
RetBonosLargos	Retorno de bonos de gobierno de largo plazo.
TermSpread	TIR de bonos de gobierno de largo plazo, menos TIR de papeles de gobierno de corto plazo.
DefaultYieldSpread	Diferencia entre TIR de bonos corporativos de bajo riesgo crediticio, menos TIR de bonos corporativos de baja calidad crediticia.
DefaultRetSpread	Diferencia entre retorno de bonos corporativos de bajo riesgo crediticio, menos retorno de bonos corporativos de baja calidad crediticia.
RetUSA	Retorno rezagado del índice accionario S&P500.
Inflación	Variación rezagada del índice de precios del país correspondiente.

Fuente: Elaboración propia en base a Rapach y Zhou (2013).

2.3.2. VOLATILIDAD DE LOS RETORNOS.

En cuanto a las variables o factores capaces de ajustar empíricamente la volatilidad de los retornos, la naturaleza de largo plazo de las proyecciones hace relevante distinguir entre volatilidad de corto y largo plazo, haciendo mucho más relevante el segundo componente. En este sentido, la literatura ha destacado la relación entre la volatilidad de largo plazo y el ciclo económico. Por ejemplo, Schwert (1989) y Hamilton y Lin (1996) encuentran que las recesiones económicas son el factor más importante que influencia la volatilidad del mercado accionario de EE.UU. Por su parte, Genotte y Marsh (1993) encuentran una relación entre la volatilidad del mercado accionario de EE.UU. y la volatilidad de fundamentales como el PIB. Mientras que David y Veronesi (2008) identifican a la inflación y a la incertidumbre en las ganancias de empresas como factores que influyen la volatilidad del mercado accionario de EE.UU. Más recientemente Engle y Rangel (2008) y Rangel y Engle (2012) proponen una metodología para descomponer la volatilidad entre volatilidad de corto y largo plazo, y analizar su relación con variables macroeconómicas. Complementariamente, David y Veronesi (2015) proponen un modelo económico que relaciona la volatilidad de los activos financieros con las variables macroeconómicas.

2.4. EL CONCEPTO DE SUSTENTABILIDAD

Esta sección resume las principales definiciones de sustentabilidad habitualmente utilizadas. La sustentabilidad de los fondos de pensión suele estar relacionada con la sustentabilidad fiscal o de la deuda pública. En el caso de los planes de pensión públicos de beneficios definidos (DB), esto se debe a que el Estado debe responder por cualquier déficit en financiamiento del plan, mientras que en el caso de los planes de contribuciones definidas (DC), el Estado puede tener una responsabilidad contingente, si es que existen garantías mínimas de pensión o algún tipo de beneficio similar.

Dado lo anterior, primero se abordan los lineamientos pertenecientes a la sustentabilidad de la deuda pública. Después se resumen los principales lineamientos de sustentabilidad utilizados en el área de pensiones. Debido a que nuestro interés consiste en que los pagos de beneficios asociados a pensiones puedan cumplirse, dejamos de lado el tema de la sostenibilidad de las inversiones realizadas por los planes de pensiones o bien los fondos soberanos²⁹.

2.4.1. LA SUSTENTABILIDAD DE LA DEUDA PÚBLICA.

La sustentabilidad es un tema que ha sido tratado en el área de la deuda pública y los déficit fiscales. Su relevancia radical es la necesidad de evitar situación de estrés o crisis fiscal donde el gasto público debe recortarse debido a un crecimiento excesivo de la deuda de gobierno. En esta área el Fondo Monetario Internacional (FMI) y el Banco Mundial (BM) (ver Fondo Monetario Internacional, 2011, 2013^a, 2013b y 2017) tiene una serie de marcos analíticos para evaluar la sostenibilidad fiscal.³⁰

En general, la deuda pública sería sustentable en la medida que el valor presente descontado y esperado de los balances fiscales son suficientes para pagar esa deuda. En ese sentido el FMI y BM ha elaborado diferentes metodologías para evaluar la sostenibilidad de las finanzas fiscales. Por ejemplo, desde un punto de vista determinístico se considera que la deuda pública es sostenible si el balance fiscal primario que se necesita para estabilizar la deuda bajo un escenario futuro base y bajo escenarios de shocks es económica y políticamente factible. De esta forma, el nivel de deuda alcanzado debería ser consistente con un riesgo de refinanciamiento que sea bajo, a la vez que se mantiene el crecimiento potencial a un nivel aceptable. Además, si no existe un grado de ajuste fiscal realista (i.e. económica y políticamente factible) que pueda disminuir la deuda por debajo de este nivel, se considera que la deuda pública no es sustentable. Sin embargo, existen dos aspectos adicionales a la hora de

²⁹ Este concepto de sostenibilidad se asocia usualmente a que las inversiones hechas con recursos de los fondos de pensiones sean realizadas teniendo en mente no sólo el riesgo y rentabilidad esperada de las mismas, sino también consideraciones de tipo ético, medio ambiental, responsabilidad social de las empresas en las que se invierte, etc. Para una discusión de la sostenibilidad de las inversiones de los fondos soberanos ver Moles (2013).

³⁰ Una actualización reciente de estos marcos analíticos para el caso de la deuda externa y publica se encuentra en <https://www.imf.org/external/pubs/ft/dsa/>

evaluar la sostenibilidad fiscal. Por una parte, es pertinente evaluar si la regla de reacción sistemática de la política fiscal genera o no una trayectoria estable de la deuda pública a PIB. Por otra parte, es necesario no sólo proyectar las trayectorias determinísticas sino que también estocásticas para analizar la distribución de la sostenibilidad fiscal proyectada.

Es importante destacar que el análisis de deuda llevado a cabo por el FMI y el BM toma en cuenta no solo el flujo de obligaciones generadas por la deuda pública (i.e. intereses y amortizaciones a pagar en un año determinado) sino también el valor presente de estas.

Es importante notar que el FMI y el BM al analizar la sostenibilidad diferencian entre países de ingresos medios con acceso al mercado de capitales externos y países de bajos ingresos. Para el primer grupo de países las trayectorias de las tasas de interés de la deuda dependen de condiciones de mercado y específicas al rating del país. Por su parte, en el caso de los países de bajos ingresos, es necesario contemplar las fuentes de financiamiento de organismos multilaterales y otros fondos no transados en el mercado financiero.

En el caso del análisis de sustentabilidad enfocado a países de ingresos bajos, el FMI clasifica los países en tres categorías de desempeño económico (firme, mediano y deficiente), de acuerdo al índice de Evaluaciones Institucionales y de Políticas del BM,³¹ y posteriormente se definen diferentes umbrales para la carga de la deuda. Los umbrales son más altos para países con mejor categoría de desempeño económico. La Tabla 5 muestra los umbrales vigentes.

TABLA 5: UMBRALES DE LA CARGA DE DEUDA PARA PAÍSES DE INGRESOS BAJOS

DESEMPEÑO ECONÓMICO	VP DE LA DEUDA COMO PORCENTAJE DE			SERVICIO DE LA DEUDA COMO PORCENTAJE DE	
	EXPORTACIÓN	PIB	INGRESO	EXPORTACIÓN	INGRESO
Deficiente	100	30	200	15	25
Mediano	150	40	250	20	30
Firme	200	50	300	25	35

Fuente: FMI (<https://www.imf.org/external/np/exr/facts/spa/jdsfs.htm>)

Una vez definidos estos umbrales, se clasifica a los países en una de las siguientes categorías de riesgo para la deuda pública externa: Bajo (todos los indicadores están muy por debajo de los umbrales); Moderado (los indicadores están por debajo de los umbrales en la situación hipotética de base, pero los umbrales se superaran bajo escenarios de estrés); Alto (actualmente el país logra cumplir sus obligaciones relacionadas con la deuda, pero se produce incumplimiento prolongado bajo el escenario base y los de estrés); y Sobreendeudamiento (el país ya experimenta dificultades de pago).

En cuanto a los escenarios de estrés utilizados por el FMI, estos se basan en modificaciones a variables clave utilizadas en los ejercicios de simulación. A saber: balance primario, crecimiento del PIB real, tasas de interés y tipo de cambio.

A los elementos anteriores, es posible añadir criterios adicionales de sustentabilidad. Así, por ejemplo, Shick (2005) considera cuatro dimensiones comprendidas dentro de dicho concepto. A saber: Solvencia (habilidad del Estado para cumplir con sus obligaciones financieras); Crecimiento (existencia de una política fiscal que sustente el crecimiento económico); Estabilidad (capacidad del gobierno para cumplir con sus obligaciones financieras futuras con la carga fiscal actual); y Justicia (capacidad del gobierno para cumplir con sus obligaciones actuales sin traspasar este costo a las generaciones futuras). Así, el autor propone que a las herramientas utilizadas en análisis fiscales tales como los del FMI y el BM, deberían incluirse ejercicios relacionados con transferencias intergeneracionales, a fin de calcular las transferencias netas (impuestos pagados menos recursos recibidos por

³¹ Este índice se encuentra disponible en http://databank.bancomundial.org/data/reports.aspx?Report_Name=CPIA_TOPIC_ClusterC_3&Id=fe80b0a7

parte del gobierno) para cada cohorte dentro del país. Esto sería relevante dado que los estudios existentes sobre el tema sugieren que las cohortes actuales estarían recibiendo transferencias netas positivas, pero las cohortes futuras cargarían con transferencias netas negativas.

2.4.2. LA SUSTENTABILIDAD DE LOS ESQUEMAS DE PENSIÓN

Desde una perspectiva de esquemas de pensiones, no existe criterio consensuado respecto a la magnitud de los fondos que deberían respaldar los pagos futuros de pensiones y tampoco existe consenso acerca de una definición única acerca de sustentabilidad. Brown *et al.* (2011) revisa algunos de los estudios que analizan el tema de la conveniencia de contar con fondos para cubrir pagos futuros de pensiones, así como la decisión del tipo de activos en los que dichos fondos deberían ser invertidos.

Para el caso del Reino Unido, DWP (2010) presenta un recuento de los aspectos tomados en cuenta durante la discusión de políticas públicas que culminó con el aumento de la edad de pago de las pensiones estatales hasta los 66 años a partir del 2020. Este proceso se basó en la búsqueda de lograr que dichos pagos fueran sustentables y además, que esta sustentabilidad limitara los costos impuestos a los miembros del esquema de pensiones que están actualmente en la etapa activa de sus vidas.

Por otro lado, Karam *et al.* (2010) simulan el impacto de varias reformas a los sistemas de pensiones públicos en diferentes economías, a fin de determinar los efectos de modificaciones en tasas de contribución, edad de retiro y pago de beneficios. Los autores definen una métrica de sustentabilidad basada en la proporción que los gastos estatales en pensiones como porcentaje del PIB permanezca constante. Los autores concluyen que aumentos en la edad de retiro tienen el mayor impacto en el crecimiento de las economías, debido a que un mayor ingreso laboral en el corto plazo estimula el crecimiento de la demanda agregada, mientras que en el largo plazo contribuye al crecimiento de la oferta agregada, vía mayor cantidad de empleo.

Ramaswamy (2012) lleva a cabo una serie de ejercicios a fin de proyectar las pensiones futuras y posibles obligaciones para los patrocinadores de planes de pensión de beneficio definido, bajo una serie de supuestos acerca de: participación de los trabajadores en los planes, tasas de interés, longevidad, etc. El objetivo de estos ejercicios es mostrar la interacción entre distintos elementos de diseño de los planes de pensión y los gastos asociados al pago de beneficios a los miembros.

Un ejemplo de la búsqueda de un estándar de sustentabilidad se encuentra en el índice realizado por la empresa consultora Mercer. Este índice, elaborado desde hace 7 años, compara un total de 25 esquemas de pensión utilizando un conjunto de más de 40 indicadores. La comparación entre esquemas se hacen a través de 3 índices: calidad de los beneficios, sustentabilidad e integridad. Para nuestros efectos, el índice más relevante es el de sustentabilidad. Para evaluar este aspecto, Mercer toma en cuenta los siguientes factores: la cobertura de los esquemas de pensión (porcentaje de la población en edad de pertenecer a la fuerza de trabajo que es miembro del esquema de pensiones; el nivel de activos (como porcentaje del PIB) con que cuentan los fondos de pensiones privados y los fondos de reserva de pensiones públicos, entre otros; la diferencia actual entre la esperanza de vida al nacer y la edad para recibir una pensión estatal; la proyección del diferencial anterior que se proyecta para el 2038; la razón de trabajadores pasivos a activos proyectada al 2038; la tasa de fertilidad promedio de los últimos 7 años; la tasa de contribución obligatoria al esquema de pensión (como porcentaje del salario); la tasa de participación en la fuerza laboral para personas entre 55 y 64 años de edad; nivel de deuda pública (neta de cualquier fondo soberano cuyo objetivo no es el pago de pensiones futuras) como porcentaje del PIB; y posibilidad de trabajadores de edad avanzada para acceder a parte de sus fondos de jubilación y continuar trabajando y contribuyendo al esquema de pensión. Para más detalles de los índices de calidad e integridad, ver Mercer (2018).

Es interesante destacar que en la actualidad varios países han mostrado preocupación por la sustentabilidad de sus esquemas de pensión, basados no solamente en el estudio de una trayectoria de beneficios a pagar esperada. Así, países como México, Australia, Dinamarca y los Países Bajos han introducido, como parte de su modelo de supervisión, requerimientos de capital basado en riesgo para sus fondos de pensión. La idea de este tipo de supervisión es asegurar que los fondos sean sustentables no sólo bajo la trayectoria esperada, sino también bajo

escenarios poco favorables. Este concepto de requerimientos de solvencia fue adoptado para el caso de bancos internacionalmente activos bajo los acuerdos de capital de Basilea (ver BIS, 1988) y en el caso de las aseguradoras este esquema está siendo introducido a través de los acuerdos de Solvencia II (ver CCE, 2007).

Los mecanismos de supervisión basados en riesgo llevan implícitos algún tipo de definición del concepto de sustentabilidad. Por este motivo, se resumen a continuación los principales elementos de supervisión basada en riesgo para los casos de los Países Bajos, Dinamarca, Finlandia e Irlanda (para una descripción más detallada de estas regulaciones ver Brunner *et al.*, 2008 y OECD, 2015).

Los Países Bajos adoptaron requerimientos basados en riesgo para sus fondos de pensión en 1997. Los requerimientos actuales estipulan que, a partir del 2015, los fondos de pensión deben tener una reserva mínima de 5% del valor de las provisiones técnicas de dicho fondo (las cuales dependen de las obligaciones esperadas del fondo por pago de pensiones). Esta reserva se aumenta en base a exposiciones a riesgo de longevidad, precios de activos y tasas de interés. Los ponderadores de riesgo para estas exposiciones están basadas en el percentil 97.5 del Value-at-Risk (VaR) del fondo, con horizonte a un año.

A partir del 2001, Dinamarca posee un sistema de semáforos para evaluar la solvencia de sus fondos de pensión (con naturaleza de DB) y sus aseguradoras. Los fondos de pensiones deben evaluar sus razones de cobertura (monto de los fondos versus obligaciones de pago de pensiones) aplicando factores de estrés a: la longevidad de los miembros; precios de activos; tipo de cambio; y tasas de interés. Los fondos que mantienen una razón de cobertura positiva bajo todos los escenarios de estrés reciben una luz verde. Si la solvencia se ve comprometida en algún escenario de estrés alto, se recibe una luz amarilla. Finalmente, si el margen no se mantiene aún en un escenario de estrés bajo, el fondo recibe una luz roja. Suecia también tiene un sistema de semáforos desde el 2007, en el cual los fondos reciben una luz roja si su capital es insuficiente para superar pruebas de estrés en riesgos de mercado, de crédito, tipo de cambio y tasas de interés, basados en el percentil 99.5 de un VaR con horizonte de un año.

En el caso de Finlandia, el esquema de solvencia basado en riesgo fue introducido en 1997. Los límites de solvencia se calculan en base a ponderadores de riesgo para distintas clases de activo. Bajo el esquema usado, los ponderadores de riesgo se estiman en base a una medida VaR, usando el percentil 97, a un horizonte de un año, tomando en cuenta las correlaciones existentes entre los distintos riesgos que enfrenta el fondo, para así determinar los requerimientos de capital.

A partir del 2016, Irlanda introduciría requerimientos mínimos de fondos relacionados con la asignación de los activos en los que se invierte. Actualmente se exige mantener una reserva de riesgo igual al 15% del valor de los activos que no se invierten en efectivo o en bonos.

3. MODELO DE PROYECCIÓN DEL FONDO DE RESERVA DE PENSIONES

3.1. ESTRUCTURA GENERAL DEL MODELO

Para este estudio, se utiliza un modelo de proyección estocástico para el FRP, el cual incluye restricciones económicas y estadísticas que permiten proyectar de forma consistente los tres componentes involucrados en la ecuación que describe la trayectoria futura del FRP,

$$FRP_{t+1} = (1 + R_{t+1}^{FRP})FRP_t + AP_{t+1} - EG_{t+1}$$

donde FRP_t es el valor acumulado del FRP al final del año t , R_{t+1}^{FRP} es la rentabilidad del FRP en el año $t + 1$, AP_{t+1} es el monto de aportes realizados al FRP en $t + 1$, de acuerdo a la regla de aportes establecida en la LRF, mientras que EG_{t+1} es el monto de retiros efectuados, en igual periodo, de acuerdo a la LRF.

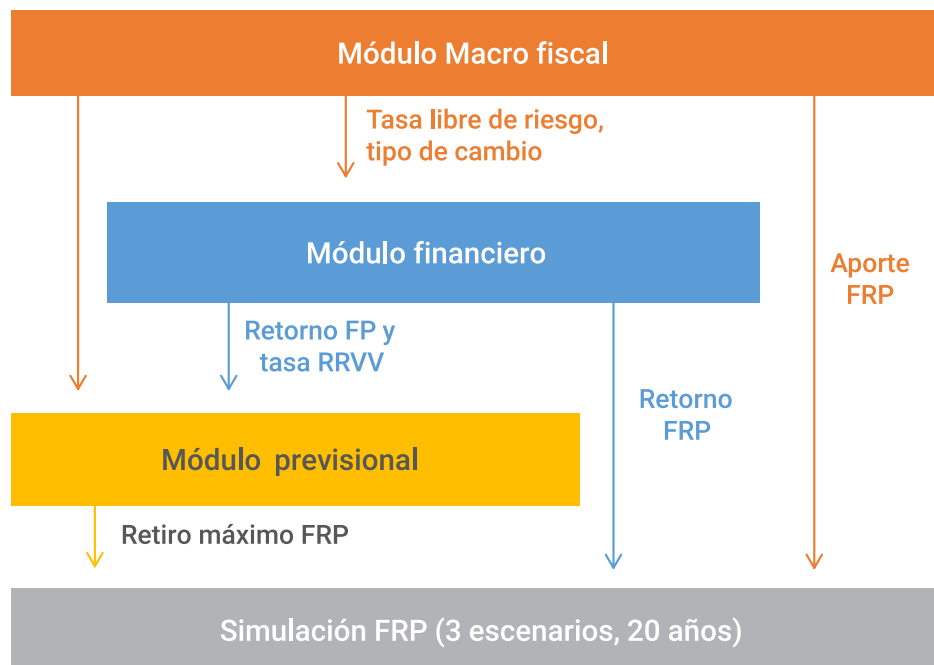
La importancia de imponer restricciones que garanticen la consistencia (lógica, económica, e incluso, estadística) entre los aportes, retiros, y retornos obtenidos por el FRP, obedece a la necesidad de producir proyecciones que sean coherentes con la evolución de los factores que subyacen a estos tres componentes, tanto en el corto, como en el largo plazo.

Al respecto, no es difícil imaginar la existencia de factores (estocásticos) comunes con el potencial de afectar simultáneamente los tres componentes del FRP. Este es el caso, por ejemplo, en un escenario de mayor crecimiento económico producto de un aumento de la productividad, es esperable que tenga efectos positivos sobre el empleo y los salarios reales, al mismo tiempo, sobre las rentabilidades de los activos locales, el tipo de cambio real, etc.³²

Adicionalmente, y dado lo extenso del horizonte de proyección a considerar (20 años), resulta especialmente deseable que tanto las proyecciones, como las simulaciones que se realicen, tengan en consideración las relaciones de co-movimiento entre estos factores comunes, tanto en el corto como en el largo plazo.

El modelo utilizado busca imponer consistencia económica y estadística entre los distintos factores y componentes del modelo de proyección. La figura 1 ilustra la estructura general del modelo de proyección, incluyendo los principales elementos de interrelación entre los distintos módulos y cómo todos aportan a la proyección final del FRP. Por ejemplo, el módulo macro-fiscal genera insumos para el módulo financiero (la tasa libre de riesgo y el tipo de cambio) pero también genera la proyección de aportes al FRP. El módulo financiero a su vez genera insumos para el módulo previsional (retornos de los fondos de pensiones y tasa de interés a usar en el cálculo de las rentas vitalicias) pero además alimenta al modelo general con la proyección de retornos del FRP. Por último el módulo previsional recibe insumos de los módulos anteriores y genera la proyección de retiros máximos desde el FRP (a partir de la proyección del gasto en el SPS). A continuación se describe cada módulo en mayor profundidad.

FIGURA 1 - ESTRUCTURA GENERAL DEL MODELO DE PROYECCIÓN ESTOCÁSTICO.



Fuente: Elaboración propia

³² Véase, por ejemplo, Boldrin et al., 2001 y Bocola y Gornemann (2013).

3.2. MÓDULO PREVISIONAL

El módulo previsional tiene como objetivo fundamental generar la proyección de los retiros del FRP que se derivan de los beneficios del Sistema de Pensiones Solidarias (SPS), a saber: de la Pensión Básica Solidaria (PBS) y el Aporte Previsional Solidario (APS).

Para cumplir este objetivo, se desarrolló un modelo dinámico de microsimulación (MDM) para la población chilena, pero centrado en la proyección de derechos previsionales. Siguiendo la línea de los modelos descritos en la revisión de literatura, este tipo de modelos permite modelar la evolución del sistema haciéndose cargo de la gran heterogeneidad del mercado laboral chileno, además de ofrecer un modelamiento transparente de las transiciones entre distintos estados, como por ejemplo la transición entre el estado de trabajador independiente y trabajador dependiente, y la conformación de matrimonios (un aspecto importante dentro del sistema, debido al efecto que pueden tener las pensiones de sobrevivencia sobre el derecho de subsidios del SPS).

Una segunda motivación es aprovechar la disponibilidad de información a nivel individual con que cuenta DIPRES. En efecto, a través del Sistema de Información de Datos Previsionales, DIPRES cuenta con una base de datos cruzada entre distintas instituciones, la que, complementada con información de encuestas como CASEN o EPS, permite configurar el punto de partida de la simulación con bastante detalle.

3.2.1. FUENTES DE INFORMACIÓN

La simulación de las obligaciones fiscales previsionales (y por ende los posibles retiros desde el FRP) consta de 2 partes: En una primera etapa se constituye una foto de la población chilena a diciembre 2018; A continuación se simulan las historias (demográficas, laborales y previsionales) para una muestra representativa de la población. Los requerimientos de información para implementar estas 2 etapas son los siguientes:

a) Información necesaria para construir foto inicial de la población chilena.

En esta etapa se requiere inicialmente de una base de datos que incluya a toda la población chilena. Para esta etapa se utiliza la base "*Data_poblacion*", conteniendo información proveniente del Registro Civil e Identificación, cruzada con información de la Ficha de Protección Social, provista por el Ministerio de Desarrollo Social.

Esta información debe ser complementada con otras bases de datos: Información de afiliados, pensionados y beneficiarios del sistema de AFP (base "*Data_afp*"), información detallada de los saldos en las distintas cuentas de capitalización individual de los afiliados al sistema de AFP (base "*Data_saldo*"), detalle de los movimientos recientes en las cuentas de capitalización individual (base "*Data_movsaldo*"), información de las pensiones en pago en modalidad de renta vitalicia (base "*Data_SVS*"), información de las pensiones en pago por parte del Instituto de Previsión Social (base "*Data_IPS*"), información de los actuales cotizantes a alguna de las cajas administradas por el IPS (base "*Data_cotIPS*"), información de las Pensiones Básicas Solidarias y Aportes Previsionales Solidarios actualmente en pago por parte del IPS (base "*Data_SPS*"), información de las pensiones en pago por parte de CAPREDENA, DIPRECA, las pensiones de gracia que otorga el gobierno, además de la información de la información sobre el seguro de accidentes laborales (base "*Data_SUSESO*"), información de los beneficios por concepto de bono por hijo (base "*Data_bph*"), información de los bonos de reconocimiento emitidos (base "*Data_brec*"), información de las historias administrativas de los afiliados (base "*Data_hpa*").

b) Información necesaria para simular las historias de las personas incluidas en la foto inicial de la población chilena.

Como se describe en la subsección siguiente, los eventos laborales (cotizaciones-ingresos) son estimados a partir de la base de historias previsionales (HPA) o a partir de la base de movimientos de cotizaciones del año 2018, además de la encuesta CASEN 2017 (modelos relacionados con los ingresos por concepto de boletas de honorarios) y la encuesta panel CASEN (para simular transiciones entre estados civiles).

Adicionalmente, se busca utilizar los mismos supuestos generales empleados por el modelo actualmente empleado por DIPRES: modelo demográfico, tablas de probabilidades de afiliación según edad y sexo, tablas de probabilidades de invalidez según sexo y edad. Esta información es proporcionada por DIPRES.

3.2.2. ESTRUCTURA GENERAL DE SIMULACIÓN DEL MODELO PREVISIONAL

La estructura de simulación del modelo es la siguiente:

- 1- En primer lugar, se constituye una base de datos inicial, a diciembre 2018, representativa de toda la población chilena, distinguiendo entre afiliados activos del sistema de AFP, cotizantes a algunas de las cajas administradas por el IPS, pensionados del nuevo o antiguo sistema (distinguiendo entre jubilados en retiro programado, renta vitalicia, o pensiones del IPS), pensionados o beneficiarios de CAPREDENA o DIPRECA y no afiliados a ningún sistema. La información disponible para cada una de estas categorías varía pero en su nivel elemental, se cuenta con información de edad y sexo de cada persona.
- 2- La base madre para construir la fotografía inicial corresponde a una base provista por el Registro Civil, cruzada con información de la Ficha de Protección Social. De ser la información de personas vivas superior a la población estimada para Chile (posiblemente debido al sub-reporte de fallecimientos), es necesario seleccionar una sub-muestra de dicha base.
- 3- Una vez que se cuenta con una base ajustada a la población chilena a diciembre 2018, es necesario aumentar las variables existentes a partir de información proveniente de otras encuestas. En particular, es importante imputar variables como estado civil, presencia de hijos, educación y pobreza, pero respetando su distribución conjunta a nivel poblacional y entre los distintos grupos de base (afiliados, pensionados, no afiliados). Para ello, se utiliza la encuesta CASEN 2017 para asignar a cada persona en la base poblacional un nivel educacional y un estado civil.³³ Posteriormente se crean matrimonios que sean consistentes con la estructura general, en términos de las características personales de los 2 cónyuges. En forma similar, se genera una asociación entre las madres y sus correspondientes hijos en la base de datos poblacional.
- 4- En forma paralela se estiman modelos econométricos para simular la probabilidad de cotizar y el ingreso imponible en caso de cotizar, a partir de los datos administrativos disponibles en la base de Historias Previsionales (HPA).³⁴ Para modelar la probabilidad (e ingreso) de cotizar como trabajador independiente, se utiliza la encuesta CASEN 2017. Estos modelos son posteriormente utilizados para proyectar el historial laboral de cada individuo (participación en el mercado laboral, condición de "boleta de honorarios", salario) en la muestra, en función de características personales pero también de variables agregadas. Esto último es particularmente importante pues provee una conexión directa con los módulos macro-fiscal y financiero.

³³ Aunque la base proveniente del Ministerio de Desarrollo Social incluye algunas de estas variables, éstas sólo están disponibles si la persona está incluida en el Registro Social de Hogares. Para las otras personas es necesario realizar imputaciones a partir de CASEN.

³⁴ En forma alternativa, se consideraron modelos estimados a partir de la base de movimientos de cotización del año 2018. Más adelante, se describen en mayor detalle los modelos laborales estimados.

- 5- Adicionalmente a los modelos laborales, es necesario modelar la ocurrencia de una serie de eventos que pueden terminar afectando las pensiones y por lo tanto las obligaciones fiscales previsionales. Específicamente, los tipos de eventos que son modelados para cada individuo son los siguientes:
- a) Todos los individuos en la base pueden morir de un año al siguiente. Para simular este evento, se utilizan las tablas de mortalidad implícitas en el modelo demográfico de DIPRES.
 - b) Los individuos no afiliados pueden afiliarse al sistema. Para simular este evento, se utilizan las tablas de probabilidades de afiliación según edad y sexo utilizadas en el modelo DIPRES.
 - c) Los afiliados activos pueden invalidarse. Nuevamente se utilizan los mismos supuestos empleados en el modelo DIPRES.³⁵ En caso de una ocurrencia de este tipo, se calcula la cobertura del seguro de invalidez y sobrevivencia y se calcula la pensión de invalidez correspondiente, incluyendo el acceso a beneficios de PBS o APS de invalidez, o el derecho a garantía estatal de pensión mínima. En el cálculo de las pensiones, se utilizan las tasas de interés generadas a partir de los módulos macro-fiscales y financieros.
 - d) Los afiliados activos pueden pensionarse por vejez. Para simular estas probabilidades, se estiman modelos econométricos especiales, puesto que la decisión de jubilarse puede depender de los derechos previsionales que la persona haya acumulado hasta determinado momento (incluyendo las condiciones de elegibilidad para jubilación anticipada). Al igual que en el caso de invalidez, se modela la modalidad de pensión y el posible acceso a beneficios estatales.
 - e) En todo momento, las personas solteras pueden casarse y las personas casadas pueden divorciarse. Para modelar este tipo de situaciones, se estiman matrices de transición entre ambos estados según edad, sexo y nivel educacional. Para ello, se utiliza las bases de panel provenientes de la EPS. Tratándose de un modelo de microsimulación, al producirse un matrimonio, se deben identificar (y modificar el estado civil) de ambas partes en la base poblacional.
 - f) Los afiliados activos (no pensionados) pueden realizar cotizaciones durante el año. Para estimar la probabilidad de cotizar y el ingreso imponible, se utilizan los modelos econométricos descritos anteriormente. Asimismo, el saldo actualizado de cada afiliado se obtiene a partir del saldo anterior, de las cotizaciones realizadas durante el año y del retorno de los fondos de pensiones proyectado a partir del módulo financiero.
- 6- Una vez constituida la base inicial y estimados los modelos a ser utilizados en la proyección, es posible simular año a año el comportamiento de cada individuo, incluyendo sus transiciones entre estados. Este proceso se repite para cada año del periodo proyectado.

3.2.3. MODELOS LABORALES

La implementación del modelo requiere desarrollar modelos econométricos de proyección del historial previsional para los afiliados no pensionados del sistema de AFP. Para este fin se utilizaron 2 procedimientos alternativos de modelación, basados en 2 fuentes de datos distintas: El primer procedimiento está basado en los perfiles individuales de cotización e ingreso registrados en la base de datos de Historia Previsional Administrativa de Afiliados al Sistema de Pensiones (en adelante, HPA), disponible en el sitio web de la Superintendencia de Pensiones. En el segundo procedimiento, se utiliza el historial de cotizaciones de todos los cotizantes al sistema durante el año 2018.

El primer procedimiento, al utilizar datos de panel de larga duración, permite introducir algunos elementos estocásticos contenidos en los módulos macro-fiscal y financiero, en el cálculo de los retiros que afectan al FRP, generando consistencia entre las variables clave del sistema previsional (la tasa de crecimiento de los salarios, densidad de cotizaciones, etc.), y los factores macro-financieros. Al mismo tiempo, esto hace que el producto generado por el módulo previsional, las proyecciones de retiros del FRP, sea coherente con la evolución de los factores que subyacen al monto y densidad de las futuras cotizaciones (productividad, crecimiento del PIB, tasas

³⁵ Las probabilidades de invalidez podrán ser recalculadas en caso de recibirse información más reciente acerca de las solicitudes de calificación presentadas en los últimos años.

de interés, etc.), y que también afectan los retornos que obtienen las cuentas de capitalización individual, e incluso, la tasa implícita de las rentas vitalicias a ser usada en el cálculo del APS. Sin embargo, la HPA está basada en una muestra representativa de los afiliados al 2002, por lo que presenta deficiencias para obtener distribuciones similares (particularmente en términos del ingreso imponible) a las estadísticas recientes. Los datos provenientes de la base de movimientos del 2018 tienen la ventaja de la pertinencia temporal y representatividad aunque, por su corta duración temporal, no permite estimar modelos de duración o incorporar el efecto de variables macro-fiscales.

Como se discutirá más adelante, en las simulaciones de las secciones posteriores, se optó por utilizar el segundo procedimiento, puesto que entregaba proyecciones para la probabilidad de cotizar y el ingreso imponible más cercanas a las estadísticas recientes para estas 2 variables. A continuación se presentan los 2 procedimientos alternativos.

3.2.3.1. MODELOS DE DURACIÓN EN BASE A HPA

Para modelar la dinámica de cotizaciones individuales, se estiman modelos de tasas de riesgo para la duración de los períodos con cotizaciones y los períodos sin cotizaciones. La ventaja de la estimación de tasas de riesgo está en medir con mayor claridad la exposición al riesgo y la ocurrencia de eventos, y, en la aplicación a la proyección de pensiones, en la simpleza con que replica la frecuencia y duración tanto de los periodos de cotizaciones como de los sin ellas. Específicamente, un modelo de tasas de riesgo puede replicar la cantidad de lagunas y su duración, sin necesidad de incluir variables rezagadas en el análisis, y con ello puede replicar mejor la distribución de la densidad, no sólo la densidad promedio.

Para este estudio se utiliza un modelo Weibull para la duración de los periodos de cotizaciones y de los periodos sin cotizaciones (se estiman dos modelos). El modelo Weibull es de uso muy común en una serie de disciplinas, pues replica con razonable precisión las más diversas series de datos tipo “survival data” y cuenta con abundante literatura de apoyo.³⁶ En el modelo Weibull existen dos parámetros: uno gobierna la tasa de riesgo inicial (el tamaño o “scale parameter”, usualmente denominado por γ), y el otro la velocidad a la que dicha tasa va cambiando (“shape parameter”, usualmente denominado por λ). En la aplicación a este estudio, las variables independientes crean una proporcionalidad entre los individuos; es decir, este modelo se puede entender en la métrica de “proportional hazard model”. Para la estimación de los parámetros (scale, shape, beta coefficients), lo natural es utilizar el criterio de máxima verosimilitud, por cuanto ya se ha tomado una decisión que parametriza la componente de volatilidad del modelo (la parametrización Weibull). En la estimación se indica el tiempo de exposición de cada individuo, y por ende las observaciones “censuradas”. Como variables explicativas se incluyen el sexo, la edad, la edad al cuadrado, el ingreso imponible del individuo, el PIB al momento de iniciar el período y la densidad de cotizaciones desde los 15 años.³⁷

Con lo anterior la predicción se basa en el uso de la “función de sobrevivencia” asociada al modelo. Ella nos dice la proporción de individuos con antigüedad entre x y $x+n$ que sobreviven hasta el fin de un periodo de largo n . Con ella se simula la proporción de individuos que sigue en el mismo estado luego de un periodo unitario de tiempo, que en esta parte del modelo se simula en forma mensual. De ser anual, se perdería parte importante de riqueza del modelo.

La función de riesgo (hazard function) al utilizar una distribución Weibull con parámetros γ y λ corresponde, en su forma de tasa proporcional, a:

$$h(t, X_i, \lambda, \gamma, \theta) = h_0(t) \cdot e^{X_i' \theta} = (\lambda \cdot \gamma \cdot t^{\lambda-1}) \cdot e^{X_i' \theta}$$

³⁶ Las ecuaciones para la estimación se describen en Smith (1991) y Zhang (2016).

³⁷ Las distintas especificaciones ensayadas se presentan en las tablas de anexo A.3. Las estadísticas descriptivas asociadas a estas estimaciones se encuentran en la tabla A.4.

Donde X_i representa un vector que incluye las características individuales del afiliado (descritas anteriormente).

A continuación se muestra la ecuación econométrica que permite simular el ingreso imponible de un afiliado en cada momento del tiempo (véase, por ejemplo, Berstein *et al.*, 2006):

$$\ln Y_{it} = \beta_0 + \phi \cdot \ln Y_{it-1} + \beta_1' X_{it} + \beta_2 PIB_t + \varepsilon_{it}$$

en donde $\ln Y_{it}$ es el logaritmo natural del ingreso imponible del individuo i en el mes t .³⁸ La variable $\ln Y_{it-1}$ representa la versión rezagada (1 mes) de la variable dependiente. X_{it} es un vector de características individuales del individuo i en el mes t (género, edad, edad al cuadrado, género interactuado con edad y edad al cuadrado y densidad de cotizaciones hasta ese momento), PIB_t es el Producto Interno Bruto de Chile en el tiempo t y ε_{it} es un término de error. Este modelo econométrico es estimado por MCO con errores robustos.

El ingreso imponible de los afiliados corresponde al menor valor entre su ingreso y el tope imponible.³⁹ Aunque es de esperarse que los afiliados con ingresos superiores al tope imponible no sean, en general, sujeto de los beneficios solidarios, es importante considerar el carácter de dato censurado en las observaciones de ingreso imponible. Para ello, se procede a estimar el modelo para el logaritmo del ingreso imponible únicamente entre las personas con ingresos imponibles inferiores al tope imponible.⁴⁰ El modelo resultante puede ser utilizado posteriormente utilizado para proyectar el ingreso de todas las personas y para efectos de las proyecciones previsionales se aplica el tope imponible proyectado.

Los modelos anteriores permiten simular la evolución de ingresos, cotizaciones, y haciendo uso de las rentabilidades que entrega el módulo financiero, es posible determinar el saldo de cada individuo en la muestra, a lo largo de cualquier trayectoria de simulación del modelo completo.⁴¹

En forma similar, es importante poder proyectar las cotizaciones de los trabajadores independientes con contratos a honorarios, sobre quienes la reforma del año 2008 (y las modificaciones posteriores) impuso la obligación de cotizar a partir del año 2019.⁴² Para ello, se estiman modelos econométricos similares a los descritos anteriormente, basados en la información autoreportada de ingresos por honorarios disponibles en la encuesta CASEN del 2017.

38 Como se menciona más adelante, también es posible incluir modelos en donde el ingreso se encuentra acotado por el sueldo mínimo, o bien, por el tope imponible.

39 El valor del tope imponible aplicable a partir de febrero 2019 corresponde a 79,2 unidades de fomento, equivalentes a \$2.185.337 pesos al 4 de junio de 2019.

40 Una alternativa, explicada más adelante, consiste en modelar el error de la ecuación de ingresos (por ejemplo como una distribución normal) y estimar el modelo por máxima verosimilitud, incluyendo las observaciones censuradas por el tope imponible. Este tipo de modelo se conoce como tobit.

41 Para determinar la Pensión Auto Financiada de Referencia (PAFE), se utilizará el valor proyectado de la tasa implícita de las rentas vitalicias que arroje el módulo financiero.

42 Esta obligación sufrió varios cambios legales, el último de los cuales corresponde a la Ley N° 21.133 de febrero 2019. Esta establece que a partir de abril de 2019, los trabajadores que emiten boletas de honorarios por un monto bruto anual o superior a cinco ingresos mínimos mensuales estarán obligados a cotizar por el 80% de sus rentas brutas anuales. La cotización a pensiones, sin embargo, se irá incrementando en forma gradual, a medida que se vaya aumentando la retención del 10% que afecta a las boletas de honorarios. Dicha retención aumentará en 0,75% por cada año entre el 2020 y el 2027, en 1% el año 2027, llegando a 17% el año 2028.

3.2.3.2. MODELOS BASADOS EN MOVIMIENTOS DE COTIZACIÓN 2018

La base de movimientos del 2018 permite obtener información reciente de la probabilidad de cotizar e ingreso imponible de todos los afiliados que cotizaron al menos una vez durante ese año. Esto mejora la calidad y pertinencia de las estimaciones pero limita la capacidad de incluir elementos macro-fiscales entre los regresores o estimar modelos de duración. Por lo mismo, se emplea una modelación diferente a la descrita en la subsección anterior.

Para modelar la probabilidad de cotizar, dado que contamos con información de cotizaciones de 1 año, se utiliza un modelo de regresión para variables contenidas entre 0 y 1, basado en los modelos logit. En éstos, la probabilidad de que la variable dependiente (binaria) sea igual a uno, como función de las características individuales incluidas en el vector X , está dada por la siguiente expresión:

$$p_i = Pr(Y_i = 1|X_i) = \frac{\exp(X_i'\beta)}{1 + \exp(X_i'\beta)} \rightarrow \ln\left(\frac{p_i}{1 - p_i}\right) = X_i'\beta$$

Por lo tanto, el modelo para la densidad de cotizaciones está dado por:

$$l_i = \ln\left(\frac{d_i}{\hat{d}_i}\right) = X_i'\beta + \varepsilon_i$$

donde d_i corresponde a la densidad observada durante el 2018,⁴³ y el vector X_i incluye el género, edad, edad al cuadrado, las interacciones de género con edad y edad al cuadrado y el último ingreso imponible observado. Una vez estimados los parámetros $\hat{\beta}$, se puede predecir la densidad anual a partir de la siguiente expresión:

$$\hat{d}_i = \frac{\exp(\hat{l}_i)}{1 + \exp(\hat{l}_i)} = \frac{\exp(X_i'\hat{\beta})}{1 + \exp(X_i'\hat{\beta})}$$

Las predicciones anteriores deben ser ajustadas por el hecho de que la base de movimientos del 2018 se encuentra sesgada hacia aquellos individuos que cotizaron al menos 1 vez durante ese año. Por otro lado, al ser la densidad predicha una función no lineal de los errores del modelo, es necesario ajustar las predicciones para que sean consistentes con las densidades originales. En definitiva, se aplicó un ajuste que incorpora ambas fuentes de error, de manera tal de obtener consistencia entre los datos históricos de cotizantes y los cotizantes proyectados por el modelo (ver figura A.3).

Por su parte para el ingreso imponible, se utiliza una estimación tipo tobit (la cual se hace cargo de que la variable dependiente está censurada en el tope imponible) para el logaritmo del ingreso imponible, la cual incluye además de las variables anteriores de género y edad, una medida del logaritmo del último ingreso imponible anterior y de la densidad reciente. Al igual que en el caso anterior, se aplicó un factor de ajuste por la no linealidad de los ingresos con respecto a los errores del modelo, pero no se incluyeron ajustes adicionales, permitiendo que la proyección difiriera de la trayectoria histórica de ingreso imponibles.

43 Para el modelo anterior, la probabilidad debe estar estrictamente entre 0 y 1. Dado esto, la densidad observada se calcula como el número de cotizaciones menos 0,5 dividido por 12, resultando en un número estrictamente entre 0 y 1.

3.2.3.3. MODELOS ESTIMADOS

En esta sección, se presentan los resultados de los modelos econométricos estimados relativos a los procesos de cotizaciones, ingreso imponible de los cotizantes, y probabilidad y monto de los ingresos por honorarios.

La tabla A.3 muestra los resultados de los modelos de duración estimados para los períodos de cotizaciones y períodos sin cotizaciones, a partir de la base HPA.⁴⁴ Se presentan tanto los coeficientes estimados como los efectos marginales del género, edad e ingreso imponible (expresado en UFs) del trabajador sobre la duración promedio. Los modelos estimados incluyen además la edad al cuadrado y una constante. La variable de duración está medida en meses. Todos los efectos estimados son estadísticamente significativos al 1% de significancia. Los modelos sugieren que las mujeres tienen duraciones de empleo (períodos con cotización) 1.92 meses superiores a los hombres pero también duraciones sin cotizaciones 3.10 meses superiores. Asimismo, el efecto marginal promedio de un año adicional de edad también es positivo, tanto para los períodos con cotizaciones (0,17 meses por cada año adicional) como para los períodos sin cotizaciones (0,13 meses adicionales). Por último, individuos con mayor ingreso imponible tienen mayores períodos con cotizaciones y menores períodos sin cotizaciones (1,59 meses más de empleo por cada UF adicional de ingreso y 0,20 meses menos de desempleo por cada UF adicional).

La tabla A.4 muestra las estadísticas descriptivas de la muestra utilizada en la estimación, incluyendo las duraciones promedio predichas a partir de ambos modelos. El individuo promedio tiene 31,7 años, el 39% es mujer, el ingreso promedio es 9,2 UFs, la duración promedio con cotizaciones corresponde a 15,0 (y la duración media predicha tiene un promedio de 15,1, aunque con mucho menor varianza) y la duración media sin cotizaciones es de 10,2 meses (con una predicción de 9,5 meses).

La tabla A.5 muestra los resultados de estimación de 2 modelos de regresión lineal que buscan explicar, a partir de la base HPA, el logaritmo del ingreso imponible a partir del género de la persona, la edad, la edad al cuadrado y la interacción entre la variable “mujer” y las variables de edad. En el segundo modelo se incluye además como regresor el logaritmo del ingreso en la última cotización anterior. Las columnas (1) y (3) muestran los coeficientes estimados y las columnas (2) y (4) los efectos marginales asociados con género, edad y el logaritmo del ingreso rezagado. Los resultados sugieren que las mujeres perciben un ingreso imponible 8,08% menor que los hombres en el modelo (1) y 1,4% menos si se considera el modelo (3). Cada año adicional de edad aumenta en promedio el ingreso imponible en 0,8% (en el modelo sin rezago) y 0,1% en el modelo con rezago. Como el objetivo de estos modelos es el de predecir el ingreso de los futuros cotizantes, es importante resaltar el significativo aumento del R2 del modelo al incluir la variable dependiente rezagada (de 2,5% a 66,3%).

La tabla A.6 muestra los resultados obtenidos a partir de la base de movimientos de cotización del año 2018 (ver sección 3.2.3.2). Los 3 primeros modelos corresponden a estimaciones tobit para el logaritmo del ingreso imponible, considerando la censura que se produce en el tope imponible. Los modelos (1) y (2) utilizan la muestra completa mientras que el modelo (3) se restringe a los que se afiliaron al sistema durante el año 2018. Los modelos (4) y (5) corresponden a estimaciones mediante MCO de modelos en que la variable dependiente corresponde al logaritmo del ratio de probabilidades (conocido como “odds ratio”). Nuevamente, el modelo (4) corresponde a la muestra completa y el modelo (5) a la submuestra de afiliados 2018. Los modelos (1) y (4) se utilizan en las proyecciones de ingreso imponible y densidad anual para los afiliados al sistema, mientras que los modelos (3) y (5) para proyectar ingreso y densidad entre quienes se afilian al sistema durante el horizonte de proyección.

Por último, la tabla A.7 muestra los resultados de 3 modelos estimados a partir de la Encuesta CASEN 2017, relativos a la recepción de ingresos por honorarios:⁴⁵ (i) el primero es un modelo de probabilidad lineal (con errores robustos) para explicar la posibilidad de que una persona perciba ingresos por honorarios en función de variables de género, edad, edad al cuadrado, escolaridad y las interacciones de “mujer” con las otras variables. La segunda

44 En la estimación se utilizó una sub-muestra de la HPA, consistente en todos los individuos que presentaron cotizaciones obligatorias entre las edades de 15 y 70 años, restringiéndose además al período comprendido entre la fecha de afiliación y la fecha de jubilación (o fallecimiento). Se descartaron los individuos con ingresos fuera del rango 5%-95% de la distribución de ingreso. El ingreso está expresado en UFs y corresponde al ingreso promedio del período con cotizaciones.

45 Para determinar si la persona percibió ingresos por honorarios, se utilizó la pregunta o14: “En su trabajo o negocio principal, ¿usted da boleta?”. Se identificaron como perceptores de honorarios a quienes respondieron “Sí, da boleta de servicios (honorarios)”. Sólo el 3,52% de la muestra cumplía con esta definición. Se aplicaron filtros similares a los utilizados en la estimación de modelos a partir de la HPA: se descartaron a las personas con menos de 18 o más de 70 años o quienes perciban ingresos por jubilación de vejez o invalidez (ya sea autofinanciada o proveniente del SPS). Del tercer modelo se excluyeron también las personas con ingresos por honorarios inferiores a \$120 mil o superiores a \$2 millones (los percentiles 5% y 95% de dicha distribución).

columna muestra los efectos marginales principales. (ii) El segundo modelo también busca explicar la probabilidad de que el trabajador, en su ocupación principal, perciba ingresos por honorarios, pero a partir de un modelo probit (con los correspondientes efectos marginales en la columna 4). (iii) El modelo de la columna (5), estimado por MCO (con errores robustos) busca explicar el logaritmo del ingreso de quienes perciben honorarios en su ocupación principal (corregidos) en función de las mismas variables independientes.

Los resultados sugieren que las mujeres presentan menor probabilidad de percibir este tipo de ingreso en su ocupación principal (aproximadamente 0,2 puntos porcentuales menos que los hombres). En caso de percibirlo, su nivel de ingresos es 21,9% más bajo que el de los hombres. A mayor edad, mayor propensión a percibir honorarios y por montos mayores. Lo mismo ocurre entre las personas con mayores niveles de escolaridad. Aunque la mayoría de las variables son estadísticamente significativas al 1%, la capacidad predictiva de estos modelos es relativamente baja, especialmente para los modelos que explican la probabilidad de recibir honorarios.

En la simulación presentada en la siguiente sección (tanto determinística como estocástica), se optó por utilizar las estimaciones provenientes de la base de movimientos de 2018. Aunque se pierde la conexión directa con el modelo macro-fiscal que proporciona la inclusión directa del PIB en los modelos de cotizaciones e ingreso, se obtiene un modelo que refleja de mejor manera la situación actual de aportantes y sus ingresos.

3.2.4. DEMOGRAFÍA Y EVENTOS PREVISIONALES

En esta sección se describen las principales tablas que resumen las probabilidades de ocurrencia de los distintos eventos a que están expuestos los individuos del modelo.

3.2.4.1. DEMOGRAFÍA

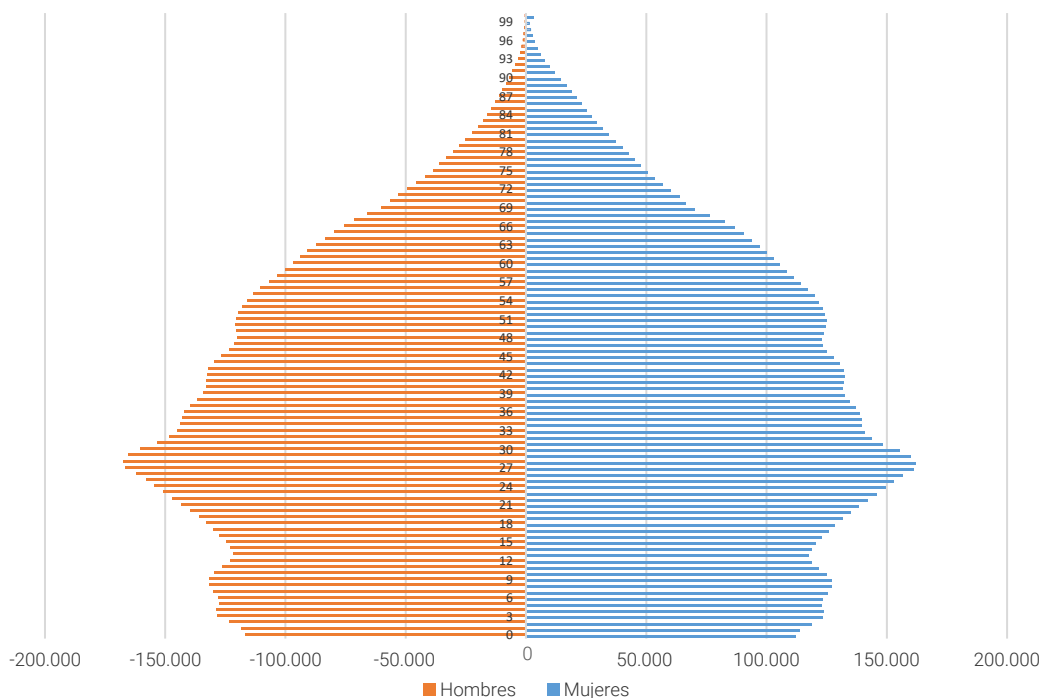
La microsimulación parte desde una muestra representativa de la población nacional, la cual debe poder expandirse a la población general al inicio de la proyección, es decir a diciembre 2018.

A partir de la proyección de población total del país por edad y sexo para los años 2018 y 2019 (a junio de cada año) generada por el INE en base al Censo 2017, se estimó la población al 31 de diciembre del 2018.⁴⁶ El resultado es un universo de 18.929.359 personas (9.595.022 mujeres y 9.334.337 hombres). La distribución por edad y sexo se presenta en la pirámide de la figura 2.

El detalle por edad y sexo es utilizado para ajustar la base de datos inicial de población proveniente del registro civil, la cual incluye una población superior a la real, especialmente a edades avanzadas.

Dado que la proyección de este estudio tiene un horizonte de 20 años, la mayor parte de los beneficiarios del SPS durante el horizonte de proyección ya se encuentra vivo. Sin embargo, el nacimiento de hijos (particularmente al principio) puede afectar los beneficios de invalidez o el cálculo de las pensiones de sobrevivencia. Por este motivo, se modelará también el proceso de fecundidad de las mujeres. Para ello, se asume que las tasas de fecundidad se mantienen constantes en su último valor observado (contenido en Estadísticas Vitales INE). Estas deben, sin embargo, reparametrizarse para integrarse a un modelo de microsimulación. En efecto, las tasas INE se construyen como un ratio entre hijos totales y población femenina total, en cada tramo de edad. Sin embargo, en un ambiente de microsimulación se debe guardar coherencia a nivel individual, por lo que se necesitan tasas de fecundidad para cada tramo de edad y en función del número de hijos o hijas anteriores (una mujer con dos hijos, por ejemplo, no expone al riesgo de tener un primer hijo). Para lograr este objetivo el modelo incluye la evolución del primer, segundo y tercer hijo, y las tasas se estiman vía prueba y error con el objeto de replicar la cantidad de hijos totales que generaría la aplicación de la tasa agregada INE y replicar en forma aproximada la distribución de hijos totales por grupo de edad. Los resultados se presentan en la tabla A.1, en el anexo de este documento.

⁴⁶ INE, Estimaciones y proyecciones de la población de Chile 1992-2050 base 2017 población e indicadores, disponible en <https://www.ine.cl/estadisticas/demograficas-y-vitales>.

FIGURA 2 – PIRÁMIDE POBLACIONAL A DICIEMBRE 2018

Fuente: INE.

Por otro lado, las personas simuladas en el modelo se exponen cada año a la probabilidad de fallecer, la cual depende de la edad y el sexo de la persona. Aunque existen tablas de mortalidad oficiales del sistema de pensiones, estas son construidas a partir de los pensionados del sistema y por lo tanto no son necesariamente válidas para la población en general. Por esto, se deben utilizar tablas de mortalidad poblacionales, como las generadas por INE, CELADE o Naciones Unidas.⁴⁷

El modelo incorpora la formación de parejas y el quintil de ingreso autónomo del hogar. Las parejas se usan para asignar las pensiones de sobrevivencia. Por su parte el quintil se utiliza para asignar los beneficios del sistema solidario.

En la población inicial, ambas variables se imputan en base a parear los datos con la CASEN 2017. En base a sexo, edad, y quintil (de ingreso observado en base a suma de pensiones, en el caso del modelo, y de ingreso autónomo per cápita del hogar, en el caso de CASEN 2017) se buscan “donantes” en CASEN 2017 y se leen sus variables sociales (“Estado civil” y quintil).

De lo anterior se desprende que la distribución del “estado civil” y quintil en el modelo es muy similar a la distribución en CASEN 2017; las diferencias tienen que ver con las diferencias en la distribución de las variables sexo y edad en el modelo versus CASEN 2017.

En la población proyectada, se asume una probabilidad de contraer matrimonio y de divorciarse (notar que el mero hecho de tener un hijo implica la formación de una pareja), vía prueba y error, con el objeto de replicar las escasas estadísticas nacionales sobre el tema. Las probabilidades estimadas se presentan en la tabla A.2 del anexo.

⁴⁷ Buscando garantizar comparabilidad con el modelo de proyección de DIPRES, se utilizarán idealmente las tablas de mortalidad utilizadas por dicha institución. En caso de no poder acceder a ellas, se deberán utilizar otras fuentes de información para proyectar la mortalidad de los individuos simulados.

3.2.4.1. EVENTOS PREVISIONALES

Para modelar la afiliación al sistema de AFP, en principio se utilizan las tablas existentes según edad y sexo empleadas en el modelo de proyección de DIPRES.⁴⁸ En forma similar, se recurre a los supuestos utilizados por DIPRES para modelar la probabilidad de invalidarse de una persona no pensionada (afiliado o no afiliado).⁴⁹

El cálculo de pensión de los afiliados que se invalidan depende de su historial de cotizaciones. Este afecta tanto el saldo del afiliado como su cobertura por el Seguro de Invalidez y Supervivencia (SIS).⁵⁰ Una vez calculado el monto de pensión, se verifica la elegibilidad para subsidios ya sea de garantía estatal de pensión mínima (GEPM) o para beneficios solidarios (APS o PBS) de invalidez. En aquellos casos en que un pensionado es elegible para ambos tipos de subsidios, se opta por aquel que entregue una mayor pensión inicial.

Para imputar la elección de modalidad de pensión (tanto de afiliados por invalidez como para aquellos por vejez o beneficiarios de pensiones de supervivencia), se utilizan los siguientes criterios:

- Los pensionados por montos inferiores a la PBS seleccionan necesariamente la modalidad de retiro programado.
- Los pensionados por vejez anticipada seleccionan la modalidad de renta vitalicia.
- Para el resto de los casos, se seleccionan probabilidades de elección de renta vitalicia.⁵¹

Para modelar la decisión de jubilarse por vejez, se estima un modelo de duración (separados para hombres y mujeres) para la probabilidad de salir del estado de no pensionado, entre los individuos elegibles para jubilarse por edad. En dichos modelos, se incluye una especificación flexible de la edad, el status laboral actual, la tasa de reemplazo en caso de jubilarse, y si la persona ya superó la edad legal de jubilación.

La modelación de matrimonios y divorcios se realiza mediante matrices de transición de año a año, estimadas en función de edad, sexo y nivel educacional. Durante la simulación, al detectar una mujer que cambia de status (de soltera a casada) en función de la matriz de transición, se procede posteriormente a simular el tipo de hombre (edad y nivel educacional) con el que esta persona se casará. Esto se puede realizar a partir de la distribución empírica de matrimonios a partir de los cuales se calcularon las matrices de transición. Tratándose de un modelo de microsimulación, se procede entonces a seleccionar un hombre soltero con las características simuladas (edad y nivel educacional) y se genera la unión.⁵²

Como resultado, el procedimiento anteriormente descrito arroja información previsional detallada de la población chilena para cada año entre el 2018 y el 2038.⁵³

Por último, las figuras A.1 y A.2 incluidas en anexo presentan la evolución reciente de las pensiones pagadas por el SPS (tanto en número como en monto). Durante diciembre 2018, se pagaron 1.507.592 beneficios desde el SPS (404.348 de PBS de vejez, 182.911 de PBS de invalidez, 853.431 de APS de vejez y 66.902 de APS de invalidez). En general se aprecia una evolución relativamente estable tanto en número como en el monto de los beneficios pagados, salvo por el creciente número de individuos beneficiarios de Aportes Previsionales Solidarios (particularmente de vejez) mientras el número de PBS de vejez se mantiene constante. Esto refleja el hecho de que los nuevos beneficiarios acceden mayormente a aportes complementarios a sus pensiones autofinanciadas.

48 Alternativamente, se puede construir una tabla de afiliación a partir de la información individual provista por DIPRES o a partir de estadísticas públicas sobre el sistema de pensiones.

49 En caso de contar con antecedentes más recientes de las solicitudes de calificación de invalidez, se construirán nuevas tablas, posiblemente segmentadas entre afiliados cubiertos, afiliados no cubiertos y no afiliados.

50 Como se mencionó anteriormente, en el cálculo de las pensiones, se utilizarán las tasas de interés (aplicables a retiros programados o rentas vitalicias) generadas a partir de los módulos macro-fiscal y financiero.

51 Para el cálculo de estas probabilidades, se analizan diversas fuentes: los datos individuales proporcionados por DIPRES, la base de historias previsionales (HPA), la encuesta CASEN 2017 y las estadísticas agregadas del sistema de pensiones proporcionadas por la Superintendencia de Pensiones (SP).

52 Un procedimiento alternativo, particularmente útil si los tamaños muestrales son insuficientes para realizar estimaciones adecuadas, es estimar modelos de duración para los estados de casado y no casado.

53 Para ser más precisos, el modelo será representativo de la población incluida en el Registro Civil, que se encontraba viva en diciembre 2018. No se incluyen en este modelo los procesos de inmigración de extranjeros. A nuestro juicio, esta no es una falencia significativa del modelo, puesto que es probable que parte importante de los extranjeros ya sea retornen a sus países antes de acumular derechos solidarios (por ejemplo por el requisito de residencia) o transfieran sus ahorros a sus países de origen (en virtud de la eventual disponibilidad de convenio suscritos entre países). Por su parte la emigración de ciudadanos chilenos debiera estar implícitamente modelada en los modelos econométricos de cotización.

3.3. MÓDULO MACRO-FISCAL

El módulo macro-fiscal es el encargado de producir las proyecciones de aportes al FRP y las proyecciones de variables macroeconómicas claves en la determinación de la evolución de los fondos de pensiones.

En el caso de las proyecciones relacionadas con los aportes a ser enterados en el FRP, éstas están directamente relacionadas con el Balance Fiscal que se obtenga en cada año, el que depende de manera importante —aunque no exclusiva— del contexto macroeconómico que enfrenta el Fisco.

Tal como establece la LRF, los aportes al FRP vienen dados por la ecuación:

$$AP_t = \max(0,2\% PIB_{t-1}; \min (BF_{t-1}; 0,5\% PIB_{t-1})),$$

donde AP_t es el aporte enterado por el Fisco al FRP en el año t , PIB_{t-1} es Producto Interno Bruto (PIB) del año $t - 1$ y BF_{t-1} y corresponde al Balance Fiscal como porcentaje del PIB en el año $t - 1$. Luego, se deduce que el aporte al FRP va entre un mínimo de 0,2% y un máximo de 0,5% del PIB del año anterior.

En el caso de Chile, al ser una economía altamente integrada con el resto del mundo y productora de materias primas, ciertas variables externas son claves para el desempeño económico. Por ello, los modelos macroeconómicos desarrollados para Chile consideran explícitamente una relación de las variables internas tales como el PIB, el tipo de cambio, la inflación y las tasas de interés con variables externas relevantes. Las variables externas de importancia para Chile son el precio del cobre, la demanda externa por exportaciones y condiciones financieras internacionales.

En primer lugar, la componente del modelo de proyección desde la perspectiva macro-fiscal consiste en elaborar proyecciones base de las variables macroeconómicas claves y proyecciones adicionales para estas variables tanto en los escenarios alternativos como para la simulación estocástica. Para las proyecciones base se utiliza la información más reciente de proyecciones del Banco Central de Chile y el Fondo Monetario Internacional entre otras. Para los escenarios alternativos y la simulación estocástica, es necesario contar con un modelo macroeconómico que contemple las interrelaciones de las variables macroeconómicas relevantes de forma de generar trayectorias coherentes que permitan cuantificar el efecto de cambios o choques macroeconómicos en el PIB, el tipo de cambio, las tasas de interés, los ingresos fiscales y las cotizaciones de los fondos de pensiones entre otras variables. Por ello, se incluye el desarrollo de un modelo macroeconómico que capture las principales características de la economía chilena de forma tal de dar una coherencia económica a las proyecciones base, a los escenarios alternativos y al ejercicio de simulación estocástica.

En esta sección se resumen las principales proyecciones de contexto macroeconómico basadas en los informes más recientes del Banco Central de Chile y del Fondo Monetario Internacional. Estas proyecciones se complementan con otras fuentes de información. A continuación, y a partir de la revisión de literatura de modelos macroeconómicos presentada en la sección 2 de este documento, se delinea la estructura del modelo macroeconómico utilizado para la economía chilena. Finalmente, se describe la estrategia de estimación del modelo macroeconómico y los resultados obtenidos usando los datos macroeconómicos más relevantes para caracterizar la economía chilena.

3.3.1. PROYECCIONES MACROECONÓMICAS RECIENTES PARA CHILE

Tal como lo enfatizó el Fondo Monetario Internacional en su informe sobre las Perspectivas de la Economía Mundial de abril de 2019, la economía global se desaceleró en la última parte del 2019. Esto se explica por varios factores. Por una parte, la economía china ha continuado su proceso de paulatina desaceleración, pero un tanto más exacerbado por las tensiones comerciales con EE.UU. y medidas de regulación financiera internas. Por otra parte, la actividad económica de zona Euro y la demanda externa de Asia emergente ha perdido dinamismo. Con todo, la incertidumbre sobre cómo se resolverán las tensiones comerciales entre EE.UU. y China es un factor que ha afectado adversamente la confianza empresarial y el mercado financiero, compensado en parte por una política monetaria más acomodaticia en EE.UU. y en otras economías avanzadas. Si bien se espera una leve recuperación de la actividad y demanda global, está es delicada y puede estar afectada por riesgos a la baja del escenario externo.

Una visión similar para la economía chilena ha sido analizada por el Banco Central de Chile en sus Informes de Política Monetaria de marzo y junio de 2019. Junto con un escenario externo más desafiante para Chile, la demanda y actividad se desaceleró marcadamente en el primer trimestre del 2019. Si bien se esperaba una desaceleración en el crecimiento del PIB en el 2019 en comparación al 2018, la pregunta es la magnitud de esta desaceleración. La desaceleración generó mayor holguras de capacidad de la economía. Lo anterior sumado a los riesgos del escenario externo llevó al Banco Central de Chile a reducir la tasa de política monetaria en 50 puntos base de manera sorpresiva en junio, hasta un 2,5%.

Así, en marzo del 2019, el Banco Central de Chile estima que la expansión del PIB durante el año 2019 estará entre 3 y 4%.⁵⁴ El Fondo Monetario Internacional contempla un crecimiento del PIB similar para el 2019 (3,4%) y la continuación de una paulatina desaceleración hacia una tasa de crecimiento de 3,0% en los años siguientes.⁵⁵ No obstante, en su Informe de junio 2019, el Banco Central de Chile recortó su previsión de crecimiento para el 2019 a un rango 2,75-3,5%. Notar que la encuesta de expectativas elaborada por el Banco Central de Chile sugiere un crecimiento algo menor para el 2019, ubicándolo en un valor esperado por debajo de 3%.⁵⁶

⁵⁴ El Informe de Política Monetaria del Banco Central de Chile de marzo de 2019 se encuentra en <https://www.bcentral.cl/documents/20143/924390/ipm032019.pdf/f6af29e0-7da0-2771-c5c8-cccfa57bce7d?t=1554003189357>.

⁵⁵ Las proyecciones del FMI de abril de 2019 están disponibles en <https://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2019/01/weodata/index.aspx>.

⁵⁶ Información de la Encuesta de expectativas puede encontrarse en <http://si3.bcentral.cl/Siete/secure/cuadros/arboles.aspx>

TABLA 6 – PIB DE CHILE: VARIACIÓN ANUAL PORCENTUAL

	2019	2020	2021	2022	2023
BCCCh (marzo 2019)	3-4%	3-4%	2,75-3,75%	n.d.	n.d.
BCCCh (junio 2019)	2,75-3,5%	3-4%	3-4%	n.d.	n.d.
FMI	3,4%	3,2%	3,0%	3,0%	3,0%
CEPAL	3,3%	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.
Encuesta de EE (mayo 2019)	3,2%	3,4	4,4	n.d.	n.d.
Encuesta de EE (julio 2019)	2,8%	3,2%	3,4%	n.d.	n.d.

Fuente: Elaboración propia en base a información del Informe de Política Monetaria del Banco Central de Chile de marzo de 2019, del World Economic Outlook del FMI de abril 2019 la Encuesta de Expectativas Economicas del Banco Central de Chile, de enero 2019.

En cuanto a la inflación, durante el 2018 y 2019 ésta ha observado una variación más contenida, manteniéndola más tiempo por debajo de 3%, pero se espera que paulatinamente llegue a 3% en el horizonte de política monetaria. Así, en el informe de Política Monetaria de marzo, el BCCCh planteó que la inflación tardará más tiempo en volver al 3% de lo que contemplaba anteriormente. Esto se explicaría por un traspaso del tipo de cambio a precios menor a lo anticipado y mayores holguras de capacidad.

TABLA 7 – INFLACIÓN DE CHILE: VARIACIÓN ANUAL PORCENTUAL AL FINAL DE CADA AÑO

FUENTE	2019	2020	2021	2022	2023
BCCCh (marzo 2019)	2,6%	3,0%	3,0%	n.d.	n.d.
BCCCh (junio 2019)	2,8%	2,9%	3,0%	n.d.	n.d.
FMI	2,7%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%
Encuesta de EE (mayo 2019)	2,8%	3,0%	n.d.	n.d.	n.d.
Encuesta de EE (julio 2019)	2,7%	3,0%	n.d.	n.d.	n.d.

Fuente: Elaboración propia en base a información del Informe de Política Monetaria del Banco Central de Chile de marzo y junio de 2019, del World Economic Outlook del FMI de abril 2019 la Encuesta de Expectativas Economicas del Banco Central de Chile, de mayo y julio 2019.

En relación a la tasa de interés de corto plazo que fija el Banco Central de Chile (tasa de interés de política monetaria, TPM), el informe de junio establece que la trayectoria esperada de la TPM conllevará probablemente un impulso monetario mayor. Esto implica que la TPM podría incluso llegar a 2,0% a fines de este año y luego irá gradualmente acercándose a su nivel neutral, que ahora el Banco Central estima en torno a 3,75-4,25%.

Con respecto al precio del cobre, el primer trimestre del 2019 estuvo marcada por una recuperación en su cotización desde US\$2,70 por libra a principios de año a US\$2,90 promedio en marzo y abril. Sin embargo, desde mayo la cotización ha estado en torno a US\$2,70 por libra. Con ello, en su Informe de Política Monetaria de junio, el Banco Central de Chile contempla que el precio del cobre promedio para este año, 2020 y 2021 se mantendrá en torno a US\$2,80. Una menor cotización del metal rojo no solo es importante porque el precio del cobre constituye una fuente relevante de los ingresos fiscales sino que también porque afecta la actividad y demanda agregada más allá del sector minero en Chile.

Es importante notar que la regla del balance estructural implica que en el mediano plazo el gasto público dependerá de una estimación de los ingresos estructurales y el objetivo de balance estructural establecido por la autoridad. Los ingresos estructurales son estimados en base a dos variables claves: el PIB potencial y el precio del cobre de largo plazo. Para la estimación de cada una de estas dos variables existe un comité consultivo especializado. Estos comités se reúnen en el tercer trimestre de cada año con el propósito de proveer estimaciones de estas variables en la formulación del presupuesto del siguiente año. El Informe de Finanzas Públicas de DIPRES de octubre de 2018

contiene un resumen de las estimaciones de estas variables.⁵⁷ Junto con ello, se presenta el presupuesto 2019 y la trayectoria propuesta de los balances estructurales para el periodo 2019-2023.

Como lo señala dicho informe, los comités consultivos para el presupuesto del 2019 contemplan un crecimiento del PIB tendencial de 2,9% para el 2019. El precio del cobre del largo plazo se aumentó levemente, de US\$ 2,77 a US\$ 2,98 la libra.

A partir de este año el Informe de Finanzas Públicas tendrá una periodicidad trimestral. Esta publicación con frecuencia trimestral es un avance en la transparencia fiscal y presupuestaria. El Informe de Finanzas Públicas del primer trimestre del 2019 da una actualización del balance efectivo y estructural del año en curso así como para el periodo 2020-2023. Con estas actualizaciones, el balance efectivo se estima en -1,8% del PIB. Por su parte, el balance estructural arroja un déficit de 1,6% del PIB para el 2019. Sin embargo, la actualización del escenario macroeconómico al segundo trimestre del 2019 da cuenta de que los ingresos fiscales están afectados negativamente por el menor dinamismo de la actividad y la demanda, y una menor cotización del precio del cobre. Así, el Informe de Finanzas Públicas del segundo trimestre del 2019 contempla un déficit efectivo de 2,1% del PIB, mientras se mantuvo la previsión de déficit estructural de 1,6%.

Es importante señalar que la actual administración ha reafirmado la necesidad de seguir una senda una gradual consolidación fiscal hacia el futuro. Por lo tanto, las proyecciones para los próximos años contemplan una reducción por año de 0,2% del PIB en el déficit estructural, para aproximarlos hacia una situación de equilibrio paulatinamente. Las consecuencias para el FRP de esta situación será que, en el escenario más probable y si las próximas administraciones continúan en esta senda de consolidación fiscal gradual, los aportes mínimos de 0,2% del PIB efectivo del año previo se mantendrán al menos en varios años de la próxima década.

En resumen, el entorno macroeconómico de Chile mostró una recuperación sustantiva en el 2018, pero se ha observado una desaceleración en la primera parte del año en un contexto en que el escenario internacional tiene sesgos a la baja, principalmente derivados de la agudización de la guerra comercial entre EE.UU. y China. Así, es probable que el crecimiento de este año se ubique en torno a 2,5% y en los próximos años esté más cerca de la parte baja del rango 3-4%. En consecuencia, es esperable que el balance fiscal efectivo y estructural vaya paulatinamente volviendo al equilibrio desde los actuales niveles de déficits.

3.3.2. MODELO MACROECONÓMICO PARA CHILE

La estructura del modelo macro-fiscal es similar a la propuesta en Mendoza (1995), Fernández-Villaverde *et al.* (2011) para economías pequeñas y abiertas. Dado las particularidades de Chile, desarrollamos un modelo multisectorial, donde el sector minero (cobre) tiene una importancia significativa en la economía al igual como lo contemplado por Fornero y Kirchner (2014) y Medina y Soto (2016). En particular, esta versión extiende el trabajo de Medina (2018) para incluir una tendencia de crecimiento estocástica al igual que la considerada por Aguiar y Gopinath (2007) para caracterizar economías emergentes. Esta tendencia fluctuante generará potencialmente un riesgo de largo plazo significativo para la economía.

A continuación se presentan en mayor detalle los diferentes agentes que conforman el modelo macroeconómico.

⁵⁷ Dicho informe está en: http://www.dipres.gob.cl/597/articles-178471_doc_.pdf

Hogares

La economía está habitada por un hogar representativo con preferencias a lo largo del tiempo dadas por la siguiente expresión:

$$\mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \exp(\zeta_{c,t}) U(C_t, H_t^C, H_t^M, \zeta_{H,t}) \right]$$

donde $U(\cdot)$ es la función de utilidad que depende de las variables del hogar en el período t y β es el factor de descuento. C_t es el consumo, H_t^C es el trabajo ofertado para el sector cobre, H_t^M es el trabajo ofertado en el sector no cobre, $\zeta_{c,t}$ es una perturbación intertemporal en las preferencias y $\zeta_{H,t}$ es una perturbación a la oferta de trabajo. La presencia de $\mathbb{E}[\cdot]$ y la sumatoria denotan que las preferencias del hogar valoran la expectativa del valor presente descontado de la utilidad en cada período.

La restricción presupuestaria del hogar representativo en cada período es la siguiente, considerando como numerario el nivel de precios externos:

$$\frac{B_{t+1}^*}{1+r_t} = \left(\begin{aligned} & B_t^* - W_t(H_t^C + H_t^M) - R_t^C u_{C,t} K_{t-1}^C - R_t^M u_{M,t} K_{t-1}^M - \Pi_t + T_t \\ & + P_t(C_t + I_t^C + I_t^M + \Psi_C(u_{C,t})K_{t-1}^C + \Psi_M(u_{M,t})K_{t-1}^M) + \frac{\Phi_{B^*}}{2} \Gamma_t \left(\frac{B_{t+1}^*}{\Gamma_t} - B^* \right)^2 \end{aligned} \right)$$

donde B_t^* es la deuda externa neta de los hogares, r_t es la tasa de interés externa efectiva, W_t es el salario (en términos de la canasta de bienes externos), K_{t-1}^C es el stock de capital del sector cobre (disponible al comienzo del período), K_{t-1}^M es el stock de capital del sector no cobre (disponible al comienzo del período), $u_{C,t}$ es la tasa de utilización del capital en el sector cobre, $u_{M,t}$ es la tasa de utilización del capital en el sector no cobre, R_t^C es el precio de arriendo del capital del sector cobre, R_t^M es el precio de arriendo del capital en el sector no cobre, I_t^C es la inversión en el capital del sector cobre, I_t^M es la inversión en el sector no cobre, P_t es el nivel de precios de los bienes finales, Π_t son las utilidades de las empresas y T_t son los impuestos, que por simplicidad asumiremos que no son distorsionantes. Para tener una dinámica de economía pequeña y abierta estacionaria es necesario incluir un costo de ajuste para la deuda externa (ver Uribe y Schmitt-Grohé, 2003). La variable Γ_t es la tendencia estocástica de la productividad, y es necesario incluirla en los costos de portfolio para éstos sean finitos en el estado estacionario. Así, B^* es una medida normalizada por la tendencia del nivel de endeudamiento externo de la economía en el largo plazo.

Es importante notar que el capital es específico a cada sector, lo que implica que el precio del arriendo del capital es diferente en cada sector. También hay que resaltar que la utilización del capital tiene un costo en términos de gasto en bienes finales. Con ello, la demanda interna privada total es

$$D_t^p = C_t + I_t^C + I_t^M + \Psi_C(u_{C,t})K_{t-1}^C + \Psi_M(u_{M,t})K_{t-1}^M$$

El stock de capital en cada sector evoluciona de la siguiente forma:

$$K_t^C = (1 - \delta)K_{t-1}^C + S(I_t^C, I_{t-1}^C)I_t^C$$

$$K_t^M = (1 - \delta)K_{t-1}^M + S(I_t^M, I_{t-1}^M)I_t^M$$

donde δ es la tasa de depreciación del capital, la cual asumimos que es la misma en ambos sectores. También se contemplan costos de ajuste de la inversión de forma que una unidad invertida genera $S(I_t^j, I_{t-1}^j)$ unidades de capital en el sector $j = C, M$. La presencia de un rezago en esta función de costos captura inercia en las decisiones de inversión y es una aproximación del fenómeno llamado en inglés *time to build*. El hogar representativo maximiza su utilidad intertemporal sujeto a la restricción presupuestaria y a las ecuaciones de acumulación del capital. Los detalles de las ecuaciones que caracterizan este óptimo se encuentran en el anexo 1 de este informe.

Para replicar mejor el comportamiento de los salarios y el empleo, se considera que los salarios reales son rígidos en el corto plazo. Así, las condiciones óptimas del hogar representativo con respecto al empleo en ambos sectores determinan el salario flexible (\tilde{W}_t):

$$U_2(C_t, H_t^C, H_t^M, \zeta_{H,t}) = \lambda_t \tilde{W}_t$$

$$U_3(C_t, H_t^C, H_t^M, \zeta_{H,t}) = \lambda_t \tilde{W}_t$$

Sin embargo, de manera similar a Blanchard y Galí (2010), Gertler y Trigari (2008), Gertler *et al.* (2009), Shimer (2012) y Hall (2005), el salario real de equilibrio es rígido, ajustándose de manera paulatina al salario flexible:

$$\frac{W_t}{P_t} = \left(\frac{W_{t-1}}{P_{t-1}} \right)^{\varphi_w} \left(\frac{\tilde{W}_t}{P_t} \right)^{1-\varphi_w}$$

Empresas

En la economía hay tres tipos de empresas. Un primer tipo combina bienes internos no cobre y bienes importados elaborando un bien final. Un segundo tipo de empresas produce cobre y un tercer tipo produce bienes internos no cobre. A continuación se describen las tecnologías y decisiones de cada uno de estos tipos de empresas.

Empresas del sector de bienes finales

Estas empresas elaboran D_t unidades de bienes finales combinando D_t^M unidades de bienes no cobre y D_t^F unidades de bienes importados con la siguiente tecnología de producción con retornos constantes de escala:

$$D_t = F(D_t^M, D_t^F)$$

Considerando que el precio de los bienes internos no cobre es P_t^M y que de los bienes importados es P_t^F (ambos expresados relativos a la canasta de bienes externos), las ganancias de las empresas de bienes finales son:

$$P_t F(D_t^M, D_t^F) - P_t^M D_t^M - P_t^F D_t^F$$

Empresas del sector cobre

La producción de V_t^C unidades exportadas de cobre utiliza la siguiente tecnología:

$$V_t^C = A_t^C G^C(u_{C,t} K_{t-1}^C, \Gamma_t H_t^C, F_t^C, E_t^C)$$

donde A_t^C es la productividad del sector cobre, F_t^C es la cantidad de recursos minerales usados en la producción, y E_t^C es la cantidad de bienes no cobre usados como insumo intermedio en la producción. Se asume que los recursos minerales usados en la producción de cobre, F_t^C , están fijados exógenamente y siguen un proceso estocástico al igual que la productividad del sector, A_t^C . Como se mencionó anteriormente, la variable Γ_t es la productividad del trabajo que tiene una tendencia estocástica que será precisada posteriormente.

Por otra parte, dado que el sector cobre usa insumos intermedios del sector no cobre, el valor agregado del sector cobre, $P_t^C Y_t^C$, es el valor de la producción menos el valor de los insumos intermedios:

$$P_t^C Y_t^C = P_t^C V_t^C - P_t^M E_t^C$$

donde P_t^C es el precio del cobre exportado en términos de la canasta de bienes externos, el cual asumiremos que sigue un proceso estocástico exógeno. Las ganancias de las empresas del sector cobre pueden escribirse como:

$$\Pi_t^C = P_t^C A_t^C G^C(u_{C,t} K_{t-1}^C, \Gamma_t H_t^C, F_t^C, E_t^C) - R_t^C u_{C,t} K_{t-1}^C - W_t H_t^C - P_t^M E_t^C$$

Empresas del sector no cobre

Para la producción de Y_t^M unidades de bienes no cobre, las empresas en este sector usan $u_{M,t} K_{t-1}^M$ unidades de capital ajustado por su tasa de utilización y H_t^M unidades de trabajo con la siguiente función de producción:

$$Y_t^M = A_t^M G^M(u_{M,t} K_{t-1}^M, \Gamma_t H_t^M)$$

donde A_t^M es la productividad del sector no cobre. Notar que se considera que la productividad del trabajo en este sector sigue la misma tendencia que en el sector minero, la cual es la tendencia agregada de la productividad de la economía (Γ_t). Las utilidades de las empresas en este sector están dadas por:

$$P_t^M A_t^M G^M(u_{M,t} K_{t-1}^M, H_t^M) - R_t^M u_{M,t} K_{t-1}^M - W_t H_t^M$$

Sector fiscal

Asumimos que los impuestos cargados a los hogares son una suma de impuestos proporcionales al valor agregado del sector cobre y no cobre de la economía:

$$T_t = (\tau^C P_t^C Y_t^C + \tau^M P_t^M Y_t^M) \exp(\text{rev}_t)$$

donde τ^C y τ^M son las tasas de recaudación fiscal en el sector cobre y no cobre, respectivamente, y rev_t es una perturbación exógena de los ingresos fiscales. Se considera que el consumo de gobierno, G_t , es en bienes finales. Con ello, la restricción presupuestaria del gobierno está dada por:

$$P_t G_t + (1 + r_{t-1}) B_{t-1}^G = \tau^C P_t^C Y_t^C + \tau^M P_t^M Y_t^M + B_t^G$$

donde B_{t-1}^G es la deuda neta del gobierno del período $t - 1$. El gasto de gobierno se encuentra determinado por la regla del balance estructural, la cual establece que el valor de gasto de gobierno debe ser consistente con el valor de largo plazo de las variables estructurales que condicionan la capacidad productiva de la economía. Por simplicidad, se asume que el ajuste estructural de la regla contempla el precio de largo plazo de la producción de bienes del sector y no cobre:

$$P_t G_t = \left(\tau^C \bar{P}^C Y_t^C + \tau^M \bar{P}^M \bar{Y}_t^M - \phi_G \left(\frac{B_{t-1}^G}{PIB_{t-1}} \right) \right) \exp(b_{e,t})$$

En la ecuación anterior, \bar{P}^C y \bar{P}^M son los precios de largo plazo de la producción de cobre y no cobre, respectivamente. Por su parte, \bar{Y}_t^M es el PIB tendencial del sector no cobre y $b_{e,t}$ es un desvío del balance estructural con media incondicional igual a cero. La regla incluye un coeficiente pequeño, pero mayor que cero de reacción al nivel de endeudamiento del gobierno (normalizado por el PIB), $\phi_G > 0$. Esto es necesario para garantizar una trayectoria sostenible de la deuda del gobierno en el equilibrio tendencial de la economía. Estimaciones de este tipo de coeficiente para economías emergentes se encuentran en D'Erasmus *et al.* (2015).

Equilibrio agregado

Es necesario explicitar el equilibrio en el mercado de bienes finales y en el sector no cobre. La condición de equilibrio en el mercado de bienes finales es:

$$D_t^p + G_t = C_t + I_t^C + I_t^M + \Psi_C(u_{C,t}) K_{t-1}^C + \Psi_M(u_{M,t}) K_{t-1}^M + G_t = F(D_t^M, D_t^F)$$

La condición de equilibrio del sector no cobre es:

$$D_t^M + E_t^C + X_t^M = Y_t^M$$

donde X_t^M son las exportaciones no cobre, las cuales tienen una demanda dada por:

$$X_t^M = \alpha^* \left(\frac{P_t^M}{P_t^F} \right)^{-\eta^*} Y_t^*$$

donde Y_t^* es el PIB de los socios comerciales y η^* es la elasticidad de sustitución entre bienes internos no cobre y los bienes importados en la demanda externa. Asumimos que la demanda externa por bienes del sector cobre es infinitamente elástica al precio externo, P_t^C .

Las exportaciones netas están dadas por:

$$NX_t = P_t^C V_t^C + P_t^M X_t^M - P_t^F D_t^F$$

y, por lo tanto, la identidad de la balanza de pagos de la economía es:

$$NX_t = P_t^C V_t^C + P_t^M X_t^M - P_t^F D_t^F = B_t^* - \frac{B_{t+1}^*}{1+r_t} + \frac{\Phi_{B^*}}{2} \Gamma_t \left(\frac{B_{t+1}^*}{\Gamma_t} - B^* \right)^2$$

Finalmente, es conveniente definir el PIB total de la economía como:

$$PIB_t = P_t^C Y_t^C + P_t^M Y_t^M$$

y el PIB total real como:

$$PIB_t^r = \bar{P}^C Y_t^C + \bar{P}^M Y_t^M$$

donde \bar{P}^C y \bar{P}^M son los precios de largo plazo del cobre y los bienes no cobre. Notar que en el equilibrio tendencial de estado estacionario de la economía, el consumo, la inversión y el capital sectorial, los salarios reales, las exportaciones, las importaciones, el PIB real, la deuda externa neta, el gasto fiscal, y la deuda neta del gobierno crecen a la misma tasa que el crecimiento tendencial de Γ_t .

Formas funcionales y procesos exógenos

En esta subsección se definen la forma funcional de las preferencias de los hogares y las tecnologías de los distintos sectores productivos. También se especifican los procesos estocásticos para las perturbaciones exógenas agregadas de la economía. Las elecciones están basadas en la literatura especializada como Adolfson *et al.* (2007), Altig *et al.* (2011) y Fernández-Villaverde *et al.* (2011).

Para definir con claridad la tendencia de crecimiento de la economía, se considera que Γ_t tiene una tendencia estocástica modelada de la siguiente manera:

$$z_t = \ln\left(\frac{\Gamma_t}{\Gamma_{t-1}}\right) = (1 - \rho_z)\bar{z} + \rho_z z_{t-1} + \sigma_z \varepsilon_{z,t}$$

donde $\varepsilon_{z,t}$ es una variable aleatoria normal estándar idéntica e independiente en el tiempo, $\rho_z \in (0,1)$ captura la persistencia a las perturbaciones en la tasa de crecimiento de la productividad de la economía y σ_z es el tamaño de estas perturbaciones. Con esta especificación, \bar{z} es la tasa de crecimiento de tendencia de la economía en el largo plazo (en términos logarítmicos).

Por su parte, la función de utilidad es separable entre consumo y trabajo:

$$U(C_t, H_t^C, H_t^M, \zeta_{H,t}) = \frac{(C_t)^{1-\nu} - 1}{1-\nu} - \omega \exp(\zeta_{H,t}) \frac{(H_t^C + H_t^M)^{1+\eta}}{1+\eta}$$

De esta forma, ν es el coeficiente relativo de aversión al riesgo y η es el inverso de la elasticidad de la oferta de trabajo. En esta especificación se considera que el trabajo en ambos sectores son sustitutos perfectos desde el punto de vista de la oferta de trabajo. Las perturbaciones intertemporales y a la oferta de trabajo siguen un proceso autorregresivo de primer orden:

$$\begin{aligned}\zeta_{c,t} &= \rho_c \zeta_{c,t-1} + \sigma_c \varepsilon_{c,t} \\ \zeta_{H,t} &= \rho_H \zeta_{H,t-1} + \sigma_H \varepsilon_{H,t}\end{aligned}$$

Donde $\varepsilon_{c,t}$ y $\varepsilon_{H,t}$ son variables aleatorias normales estándar idéntica e independiente en el tiempo. Con ello, ρ_c y ρ_H miden la persistencia de las perturbaciones intertemporales y a la oferta de trabajo, mientras que σ_c y σ_H capturan el tamaño de estas perturbaciones.

La función costos de ajuste del capital tiene la siguiente forma (ver Altig *et al.*, 2011):

$$S(x_t, x_{t-1}) = 1 - \frac{\phi}{2} \left(\frac{x_t}{x_{t-1}} - \exp(\bar{z}) \right)^2$$

Así, $\phi > 0$ mide la curvatura de esta función de costos de ajuste y, por lo tanto, el grado de inercia de las decisiones de inversión.

Al igual que Altig *et al.* (2011), la función de costos de utilización del capital viene dada por:

$$\Psi_j(u_{j,t}) = \gamma_0(u_{j,t} - 1) + \frac{\gamma_1}{2}(u_{j,t} - 1)^2$$

En este caso, se asume la misma forma funcional en ambos sectores. En estado estacionario, cuando $u_{j,t} = 1$, el nivel y la primera derivada de los costos de utilización del capital son cero.

La tecnología de los bienes finales es:

$$F(D_t^M, D_t^F) = \left[(\alpha_D)^{1/\eta_D} (D_t^M)^{1-1/\eta_D} + (1 - \alpha_D)^{1/\eta_D} (D_t^F)^{1-1/\eta_D} \right]^{\frac{\eta_D}{\eta_D - 1}}$$

donde η_D es la elasticidad de sustitución entre bienes no cobre e importados y α_D es la participación de los bienes no cobre en elaboración de bienes finales.

La tecnología de producción de los bienes del sector cobre también considera una función con elasticidad de sustitución constante:

$$G^C(u_{C,t}K_{t-1}^C, H_t^C, F_t^C, E_t^C) = \left[\begin{array}{l} ((1 - \omega_C)\alpha_C)^{1/\theta_C} (u_{C,t}K_{t-1}^C)^{1-1/\theta_C} \\ + ((1 - \omega_C)(1 - \alpha_C - \gamma_C))^{1/\theta_C} (\Gamma_t H_t^C)^{1-1/\theta_C} \\ + ((1 - \omega_C)\gamma_C)^{1/\theta_C} (\Gamma_t F_t^C)^{1-1/\theta_C} + (\omega_C)^{1/\theta_C} (E_t^C)^{1-1/\theta_C} \end{array} \right]^{\frac{\theta_C}{\theta_C - 1}}$$

En esta especificación, θ_C es la elasticidad de sustitución entre los distintos insumos productivos. La participación de los distintos insumos en la producción bruta de cobre es la siguiente: $(1 - \omega_C)\alpha_C$ es la participación del capital; $(1 - \omega_C)(1 - \alpha_C - \gamma_C)$ es la participación del trabajo; $(1 - \omega_C)\gamma_C$ es la participación de los recursos minerales disponibles; y ω_C es la participación de insumos no cobre.

La función de producción del sector no cobre está dada por:

$$G^M(u_{M,t}K_{t-1}^M, H_t^M) = (u_{M,t}K_{t-1}^M)^{\alpha_M} (\Gamma_t H_t^M)^{1-\alpha_M}$$

donde α_M y $1 - \alpha_M$ son la participación del capital y trabajo en la producción no cobre.

La productividad del sector $j = C, M$ está definida de la siguiente forma: $A_t^j = \bar{A}^j (1 + a_t^j)$, donde \bar{A}^j es el valor de estado estacionario de la productividad en el sector j . a_t^j evoluciona exógenamente según un proceso autorregresivo de primer orden:

$$a_t^j = \rho_{aj} a_{t-1}^j + \sigma_{aj} \varepsilon_{aj,t}$$

donde $\varepsilon_{aj,t}$ es una variable aleatoria normal estándar distribuida en el tiempo de manera idéntica e independiente. La persistencia y tamaño de las fluctuaciones de productividad en el sector J están determinadas por ρ_{aj} y σ_{aj} .

De manera similar, los recursos minerales del sector cobre siguen un proceso autorregresivo de orden 1:

$$\ln(F_t^C) = (1 - \rho_{Fc})\ln(\bar{F}^C) + \rho_{Fc}\ln(F_{t-1}^C) + \sigma_{Fc}\varepsilon_{Fc,t}$$

donde $\varepsilon_{Fc,t}$ es una variable aleatoria normal estándar que es independiente e idénticamente distribuida a través del tiempo. \bar{F}^C es la media incondicional de los recursos minerales, ρ_{Fc} es la persistencia de las fluctuaciones en los recursos minerales y σ_{Fc} es el tamaño de estas fluctuaciones.

Las perturbaciones a los ingresos fiscales y al desvío del balance estructural también siguen procesos autorregresivos:

$$\begin{aligned} rev_t &= \rho_{rev}rev_{t-1} + \sigma_{rev}\varepsilon_{rev,t} \\ b_{e,t} &= \rho_{be}b_{e,t-1} + \sigma_{be}\varepsilon_{be,t} \end{aligned}$$

donde $\varepsilon_{rev,t}$ y $\varepsilon_{be,t}$ son variables aleatorias normal estándares que son distribuidas de manera idéntica e independiente a lo largo del tiempo. Como en los casos anteriores, ρ_{rev} y ρ_{be} capturan la persistencia de ambos shocks fiscales, mientras que σ_{rev} y σ_{be} miden el tamaño de estas perturbaciones.

El precio del cobre relativo a la canasta de bienes externos evoluciona exógenamente. Para especificar aquello, se define $P_t^C = \bar{P}^C(1 + p_t^C)$ y se asume un proceso autorregresivo para p_t^C :

$$p_t^C = \rho_{p^C}p_{t-1}^C + \sigma_{p^C}\varepsilon_{p^C,t}$$

donde $\varepsilon_{p^C,t}$ es una variable aleatoria normal estándar idéntica e independiente a lo largo del tiempo. ρ_{p^C} mide el grado de persistencia de las perturbaciones en el precio del cobre y σ_{p^C} el tamaño de estas perturbaciones. Es importante notar que \bar{P}^C es la media incondicional del precio del cobre.

De manera equivalente, se define el precio de los bienes importados relativos a la canasta externa: $P_t^F = \bar{P}^F(1 + p_t^F)$. Con ello, se asume nuevamente un proceso autorregresivo de primer orden:

$$p_t^F = \rho_{p^F}p_{t-1}^F + \sigma_{p^F}\varepsilon_{p^F,t}$$

donde $\varepsilon_{p^F,t}$ es una variable aleatoria normal estándar idéntica e independiente a lo largo del tiempo. ρ_{p^F} mide el grado de persistencia de las perturbaciones en el precio del cobre y σ_{p^F} el tamaño de estas perturbaciones. Así, \bar{P}^F es la media incondicional del precio de los bienes importados.

La tasa de interés externa y el PIB externo también siguen procesos estocásticos:

$$\begin{aligned} r_t &= (1 - \rho_r)\bar{r} + \rho_r r_{t-1} + \sigma_r \varepsilon_{r,t} \\ Y_t^* &= \Gamma_t y_t^* \\ \ln(y_t^*) &= (1 - \rho_{y^*})\bar{y}^* + \rho_{y^*} \ln(y_{t-1}^*) + \sigma_{y^*} \varepsilon_{y^*,t} \end{aligned}$$

donde $\varepsilon_{r,t}$ y $\varepsilon_{y^*,t}$ son variables aleatorias normales estándar distribuidas de manera idéntica e independiente a lo largo del tiempo. Con estas especificaciones, las medias incondicionales de la tasa de interés externa y el crecimiento del PIB externo son \bar{r} e \bar{y}^* . Las persistencias de estas variables externas están determinadas por ρ_r y ρ_{y^*} , y el tamaño de las perturbaciones a estas variables son σ_r y σ_{y^*} . Es importante notar que para tener un crecimiento balanceado de todas las componentes de la demanda del PIB, en estado estacionario el PIB de socios comerciales debe crecer a la misma tasa que la productividad tendencial de la economía.

3.3.3. ESTIMACIÓN MODELO MACROECONÓMICO

En esta subsección se presenta el proceso de estimación utilizado para el modelo macroeconómico descrito, el cual está basado en métodos bayesianos. En primer lugar, se discuten los parámetros que son calibrados, para luego describir brevemente la metodología de estimación del resto de los coeficientes del modelo. Posteriormente se describen las variables usadas en la estimación. Finalmente, se muestran los resultados de la estimación del modelo macroeconómico.

Parámetros calibrados

Un primer paso para la estimación consiste en calibrar un conjunto de parámetros que se mantendrán inalterados en la estimación. La mayoría de estos parámetros se relacionan con los valores de estado estacionario de las variables en el modelo y, por lo tanto, son calibrados de manera de ajustarse a las estadísticas de cuentas nacionales de Chile. Estos parámetros se encuentran en la tabla A.8.

Consideramos que la participación del sector minero en el PIB total es 12,5%, un valor similar al promedio de esta razón en los últimos 15 años. Consideramos también que la tasa de crecimiento trimestral de la productividad de largo plazo es de 0,75%, lo cual implica que el crecimiento de largo plazo en base anual del PIB y del resto de los componentes de la demanda es aproximadamente 3%. Asumimos que las exportaciones netas son cero en el largo plazo, de forma tal que los bonos externos netos son cero también en el largo plazo. Del mismo modo, suponemos que la política fiscal es balanceada a largo plazo y, con ello, la deuda neta del gobierno es cero. Dado que el factor de descuento de los hogares (β) y la tasa de crecimiento de la productividad determinan el retorno real del capital en el largo plazo, tenemos que se obtiene una tasa de interés real de largo plazo de 1,5% aproximadamente. El costo de ajuste de los bonos externos es elegido positivo, pero cercano a cero de forma de garantizar un modelo estacionario sin afectar mayormente las dinámicas de corto plazo (ver Schmitt-Grohe y Uribe, 2003). Por simplicidad, contemplamos que la tasa de impuestos en ambos sectores es igual a 23%. También consideramos que el coeficiente de reacción de la regla fiscal al nivel de endeudamiento es de 0,05, lo cual es consistente con las estimaciones de D'Erasmus *et al.* (2015) para economías emergentes.

Finalmente, basado en la estimación del trabajo de Medina (2018), calibramos la elasticidad de insumos en la producción del sector en cobre un valor bajo, ($\theta_C = 0,3$). Al mismo tiempo, usando los datos de la matriz insumo producto de Chile en el período 2008-2013 se estima que la fracción de insumo intermedio del sector minero asciende a 15% ($\omega_C = 0,15$).⁵⁸ La persistencia del precio del cobre se calibra estimando un proceso autorregresivo de orden 1 con series trimestrales para el período 1996T1-2019T1. La reversión paulatina de un balance estructural

⁵⁸ Ver Medina (2018) para detalles de este valor.

distinto de cero asume una persistencia anual de $(\rho_{be}) = 0,90$, la cual es consistente con los anuncios recientes del Ministerio de Hacienda de reducir 0,2% del PIB el déficit fiscal estimado del orden de 2% del PIB para el 2017. La tabla A.9 muestra algunos agregados claves asociados a los supuestos anteriores.

Metodología de estimación

Los parámetros no calibrados son estimados mediante métodos bayesianos. El método bayesiano se puede resumir de la siguiente forma. Primero, se establece una distribución a priori con densidad $p(\Theta)$ para los parámetros estructurales a ser estimados, Θ . Segundo, los datos $\{Y^T\}$ son utilizados para calcular la función de verosimilitud, $L(Y^T|\Theta)$. Tercero, la distribución a priori y la función de verosimilitud se combinan de manera de obtener la distribución posterior de Θ de acuerdo con el teorema de Bayes. En particular, la distribución posterior resultante, $p(\Theta|Y^T)$, tiene la forma

$$p(\Theta|Y^T) \propto L(Y^T|\Theta) p(\Theta).$$

Para aproximarse a la forma de esta distribución, se generan valores aleatorios de la distribución mediante técnicas de simulación. Con estos valores, es posible calcular estadísticos que resuman las distribuciones de los coeficientes estructurales (modas, medias y desviaciones estándar de la distribución a posteriori). Para calcular la función de verosimilitud se procede de la siguiente forma. Primero se encuentra la solución del modelo y se escribe en la forma estado-espacio. Luego, con la forma espacio-estado, se utiliza el filtro de Kalman para evaluar la función de verosimilitud de los datos condicional en el modelo (para más detalles ver Schorfheide (2000) y Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2007)).

Datos macroeconómicos

Para estimar el modelo, se utilizan los datos trimestrales disponibles entre 1996T1 y 2019T1. Las variables observables son: el PIB real minero y total, la inversión real total (formación bruta de capital fijo), el tipo de cambio real, el gasto fiscal como porcentaje del PIB, el balance fiscal como porcentaje del PIB, la tasa de interés real de mediano plazo, el PIB tendencial y el precio del cobre en dólares reales. La información de todas estas variables fue obtenida de la base de datos del Banco Central de Chile, a excepción de la serie del PIB tendencial que fue obtenida de la última consulta al respectivo comité consultivo para el cálculo del balance fiscal estructural.⁵⁹

Los datos del PIB total, PIB minero y formación bruta de capital fijo corresponden a las series empalmadas desde el 1996 de base de referencia del 2013, expresadas como volumen a precios del año anterior encadenado (en miles de millones de pesos encadenados). Los datos del gasto de gobierno y balance fiscal son expresados como porcentaje del PIB en el año móvil en cada trimestre. Las series fiscales corresponden a las transacciones que afectan el patrimonio neto del Gobierno Central, medidas en base caja (millones de pesos). El tipo de cambio real es el índice del tipo de cambio real en base 1986=100, expresado como promedio trimestral. El precio del cobre se construye como el valor real en dólares, deflactando el precio de la Bolsa de Metales de Londres (BML) por el IPC de EE.UU. para todos los ítems menos alimentos y energía. La tasa interés real corresponde a la tasa de interés de los bonos del Banco Central de Chile BCU de 5 años. Para años previos al 2002, esta serie fue empalmada con la tasa de interés de los antiguos bonos PRC a 8 años. El PIB tendencial es una trimestralización de la serie del PIB potencial obtenida del comité consultivo del PIB tendencial del 2018. Todas estas series están disponibles en la tabla A.11 en el anexo.

⁵⁹ Ver <http://www.dipres.gob.cl/598/w3-propertyvalue-23765.html>.

Resultados de la estimación

Los resultados de esta estimación, en conjunto con la distribución a priori, se encuentran en la tabla A.10. Las distribuciones a priori de estos parámetros estimados resumen la información previa sobre el potencial valor de estos parámetros. En general, la elección de los priors se basa en evidencia presentada en estudios anteriores, en particular en Medina (2018). En dicha tabla también se presenta una estimación de la moda de la distribución a posterior y una estimación del intervalo de 90% de la distribución posterior de cada parámetro estimado. Lo último es obtenido con 500.000 simulaciones de la distribución posterior obtenida de los parámetros.

3.3.4. ESCENARIOS DE PROYECCIÓN DEL MODELO MACROECONÓMICO-FISCAL

En esta parte se presenta proyecciones de las principales variables macroeconómicas, basado en la estimación del modelo realizada en la previa subsección. Consideramos tres escenarios macroeconómicos: uno central, otro optimista y otro moderado. En el apéndice contiene tablas con las proyecciones en cada escenario.

El escenario de proyección central es coherente con proyecciones macroeconómicas más recientes. Así, se contempla un crecimiento del PIB de largo plazo de 3,5% que se va alcanzando paulatinamente desde un crecimiento esperado de 2,5% para el 2019. Coherente con este crecimiento del PIB de largo plazo se estima que la tasa de interés en UF para los bonos BCU5 es en el largo plazo 1,5%. Por lo tanto, también se proyecta una gradual normalización de la tasa de interés de los BCU5 desde los niveles bajos actuales. El precio del cobre internacional se estima en una cotización promedio del orden de US\$2,75 por libra para el 2019. Posteriormente, se contempla una recuperación paulatina en su cotización real del orden de 5% en línea con los pronósticos del comité de expertos del precio de referencia en su consulta de este año.⁶⁰ En términos nominales, se asume que la inflación en dólares tendrá una tasa anual de 2%. El tipo de cambio real tendrá una leve reducción luego de la reciente depreciación observada que lo ha llevado a valores cerca de 5% más elevado que el promedio histórico. El escenario macroeconómico para el 2019 configura un déficit fiscal en torno a 2% del PIB. Este déficit se va reduciendo gradualmente conforme el plan que el gobierno actual que considera una mejora 0,2% del PIB por año en el déficit estructural. Luego de la actual administración, suponemos que el proceso de consolidación fiscal continuará al ritmo similar hasta lograr un balance 0% del PIB en el año 2024.

Por su parte, el escenario optimista considera que crecimiento de largo plazo es 4,25% y una tasa de interés de los BCU5 a largo de plazo de 2,25%. El aumento de la tasa de interés es coherente con un aumento 0,75% en la tasa de crecimiento del PIB a largo plazo. Lo anterior redundará un proceso de consolidación fiscal un poco más rápido que en el escenario base, llegándose a un balance fiscal a fines del 2023.

Finalmente, el escenario moderado contempla un crecimiento de largo plazo de 2,75% y una tasa de interés de largo plazo de los BCU5 en 0,75%. Este menor desempeño económico configuraría una situación donde el déficit fiscal seguiría siendo negativo hasta el año 2026.

Es importante destacar que los tres escenarios, al menos en la trayectoria determinística o media, pronostican que el balance fiscal no logrará superar el 0,2% del PIB. Por lo tanto, durante todo el horizonte de proyección, los aportes al FRP serían iguales a 0,2% del PIB del año anterior. Obviamente, que el crecimiento y el nivel del PIB es diferente en cada uno de estos escenarios (e iteraciones de la simulación estocástica), por lo que el monto exacto de aportes varía según el escenario considerado. Además, la diferencia en los escenarios macroeconómicos afectará los retornos de los fondos de pensiones y, con ello, los desembolsos requeridos del FRP. Así, cada escenario tendrá consecuencias en el valor del FRP proyectado.

⁶⁰ http://www.dipres.gob.cl/598/articles-192142_doc_pdf.pdf

3.3.5. PROYECCIONES MACROECONÓMICAS PARA CHILE POST 18 DE OCTUBRE

Desde el estallido social de mediados de octubre del 2019, el escenario macroeconómico de Chile se ha modificado sustancialmente, especialmente para el cierre del 2019 y las perspectivas para el 2020. Esta subsección actualiza dicho escenario macroeconómico con la información disponible al 29 de noviembre de 2019. Esta actualización es utilizada en el análisis de sensibilidad presentado en la sección 4.3 de este informe.

TABLA 8 – ACTUALIZACIÓN PROYECCIONES MACROECONÓMICAS POST 18/10

FUENTE	HACIENDA (NOV 2019)	ENCUESTA EE (NOV 2019)	OTRAS EXPECTATIVAS* (ÚLTIMA SEMANA NOV 2019)
PIB 2019 (var % a/a)	1,8-2,2%	1,9%	1,6%
PIB 2020 (var % a/a)	2,0-2,5%	2,3%	1,7%
Bal. Fiscal 2019 (% PIB)	-2,3%	n.d.	<-2,3%
Bal. Fiscal 2020 (% PIB)	-2,9%	n.d.	<-2,9%
Gasto Fiscal 2019 (% PIB)	23,7%	n.d.	n.d.
Gasto Fiscal 2020 (% PIB)	24,1%	n.d.	n.d.
Tasa BCU5 a 1 año	n.d.	0,2%	n.d.
Tasa BCU5 a 2 años	n.d.	0,4%	n.d.

Nota: (*) Artículos de prensa publicados en El Mercurio, 27 y 28 noviembre 2019. Artículo del 28 de noviembre incluye proyecciones de economistas de 4 bancos para IPoM de diciembre.

La tabla 8 muestra proyecciones después de mediados de octubre del 2019. Como se puede apreciar, a comienzo de noviembre el Ministerio de Hacienda actualizó sus supuestos macroeconómicos para el 2019 y 2020. En el caso del PIB, el Ministerio de Hacienda redujo la tasa de crecimiento de esta variable al rango entre 2% y 2,3% para el 2019 y 2020 (desde los valores de 2,6% y 3,3%, respectivamente). Este menor dinamismo impacta en una menor recaudación tributaria y Hacienda prevé un déficit entre 2,3% y 2,9% del PIB en el 2019 y 2020 (anteriormente 2,2% y 2%, respectivamente). No obstante, el presupuesto 2020 terminó aprobándose con un aumento de 4,5% respecto a lo que se estimaba a comienzos de noviembre. Ello, junto con los desembolsos por reconstrucción y adelantos de aumento de pensiones básicas solidarias en algunos grupos durante 2019, hace prever un déficit aún mayor para el 2019 y 2020 que lo contemplado a comienzos de noviembre.

La volatilidad financiera en este período también impactó en la estrechez de liquidez, generando un alza en la tasa de interés. En el caso de los BCU5, este ajuste al alza también se experimentó, aunque de forma acotada, en torno a 10-20 puntos base.

La inversión también tendrá una desaceleración relevante en comparación a lo que se preveía antes del 18 de octubre. Analistas de mercado estiman que el crecimiento de la inversión en el 2019 podría reducir en 1% con respecto a lo estimado por el Banco Central de Chile en el IPoM de septiembre. Para el caso del 2020, analistas esperan una reducción en la tasa de crecimiento de la inversión en torno a 2% en relación a lo que estimaba el IPoM de septiembre. Es por ello que se convocó a los miembros del comité del PIB tendencial para el cálculo del balance estructural. A partir de las estimaciones entregadas por el Comité de Expertos, se obtuvo un ajuste de 0,2% a la baja en la tasa de crecimiento del PIB tendencial para el 2020.⁶¹ Por esta razón, ajustamos a la baja nuestro supuesto de crecimiento de largo plazo y el valor de la tasa de interés de los BCU5 en 0,2%.

Finalmente, las encuestas de expectativas económicas y la actualización del Ministerio de Hacienda a comienzos de noviembre no reflejan la gran depreciación del peso relativo al dólar en las últimas 2 semanas de noviembre. Es por ello que contemplamos un tipo de cambio real para el último trimestre del 2019 coherente con una cotización del dólar de 721 \$/dólar en octubre, 775 \$/dólar en noviembre y 820 \$/dólar para diciembre.

61 Ver acta del Comité de PIB tendencial en https://www.dipres.gob.cl/598/articles-196765_doc_pdf.pdf.

El escenario base de proyección con esta actualización del escenario macroeconómico luego del estallido social se encuentran disponibles en la subsección 4.1.1.2 más adelante. Es importante notar lo preliminar de esta actualización dado que todavía existe mucha incertidumbre sobre cómo evolucionará la economía hacia adelante.

3.4. MÓDULO FINANCIERO

El módulo financiero aporta los elementos necesarios para proyectar los retornos de los activos en los que se invierten los recursos del FRP y de los Fondos de Pensiones (FP), toda vez que la cuantía de estos últimos incide en el monto potencial de las obligaciones que debe financiar el FRP. Un elemento especialmente relevante, en la tarea de proyección, corresponde a la necesidad que ésta se realice de forma (lógica, económica, y estadísticamente) consistente con la evolución de las variables demográficas y macroeconómicas que están detrás de la dinámica que siguen las restantes variables que determinan los aportes/egresos que van desde/hacia el FRP.

En principio, el retorno de cualquier fondo es —por definición— la suma ponderada entre el retorno obtenido por cada clase de activo en que se invierten los fondos, y el porcentaje de la cartera invertido en cada una de ellas. Luego, el retorno del FRP puede escribirse como:

$$R_{t+1}^{FRP} = \sum_{j=1}^J \alpha_{j,t}^{FRP} R_{j,t+1}$$

en donde $\alpha_{j,t}^{FRP}$ es el porcentaje invertido por el FRP en la clase de activo j -ésima en el periodo t , y $R_{j,t+1}$ es el retorno obtenido por dicha clase de activo entre t y $t + 1$.

De la ecuación anterior se desprende que, para poder proyectar el retorno futuro del FRP, es necesario caracterizar tanto las decisiones de inversión del FRP, $\alpha_{j,t}^{FRP}$, como los retornos de cada una de las clases de activo involucradas, $R_{j,t+1}$. No obstante, debido a que el mandato de gestión financiera del FRP establece una política de inversión de tipo pasiva (esto es, $\alpha_{j,t}^{FRP} = \alpha_j^{FRP}, \forall t$), la tarea a realizar está acotada a aproximar adecuadamente los retornos de las clases de activo que componen la cartera de inversión del FRP, $R_{j,t+1}$. Al respecto, resulta especialmente deseable disponer de una representación estadísticamente fiel de $R_{j,t+1}$, de forma que evitar cualquier subestimación de los riesgos involucrados, pero que al mismo tiempo sea lo suficientemente transparente para realizar los análisis de sensibilidad tendientes a emitir un juicio sobre la sostenibilidad del FRP.

El modelo para el caso base consiste en modelar los retornos de las distintas clases de activo, por medio de una representación de la forma:

$$R_{j,t+1} = (r_{f,t} + \mu_j) + \sigma_{j,t} \varepsilon_{j,t+1},$$

en donde $r_{f,t}$ es la tasa de interés libre de riesgo vigente en el periodo t , mientras que μ_j , $\sigma_{j,t}$ y $\varepsilon_{j,t+1}$, corresponden, respectivamente, al premio por riesgo, la volatilidad condicional, y la innovación aleatoria de la clase de activo j -ésima. Por su parte, en el caso base la varianza condicional será modelada como un proceso tipo GARCH(1,1):

$$\sigma_{j,t}^2 = \omega_j + \delta_j \varepsilon_{j,t}^2 + \phi_j \sigma_{j,t-1}^2,$$

en donde (δ_j, ϕ_j) son parámetros a estimar.⁶² Adicionalmente, en los ejercicios de sensibilidad, se considerarán especificaciones alternativas que consideren efectos dinámicos en los premios por riesgo (basados, por ejemplo, en modelos de consumo agregado), así como factores macroeconómicos en la varianza condicional.

La definición de las distintas clases de activos se realizó a partir de la composición de los índices constitutivos de la cartera referencial (*benchmark*), disponible en los informes anuales de los fondos soberanos 2017 y 2018.⁶³ Los índices en cuestión pertenecen a la familia de índices de MSCI y Bloomberg Barclays. El efecto de la cobertura cambiaria, aplicable al 100% del componente de renta fija, es considerado en el retorno de cada uno de los índices involucrados al ser estos calculados sin considerar el efecto del tipo de cambio USD-CLP en el proceso de conversión de estos a la moneda base utilizada en el estudio, la UF.

Por su parte, los FP tipo B, C y D fueron modelados como una clase de activo en sí mismos. La evolución del saldo en las cuentas de capitalización de los afiliados representativos considera que los ahorros se invierten de acuerdo a la estrategia de inversión por defecto del sistema de pensiones; esto es, que hombres y mujeres hasta los 35 años de edad invierten sus ahorros en el Fondo B, que los hombres (mujeres) invierten hasta los 55 (50) años de edad en el Fondo C, y que para los años restantes, hasta alcanzar la edad de jubilación, invierten en el Fondo D.

3.4.1. FUENTES DE INFORMACIÓN

Tomando como referencia de las clases de activo en que se invierten los recursos del FRP y los índices utilizados de la cartera referencial de éste, la información necesaria para inferir las variables del lado izquierdo de los modelos de retornos y varianzas condicionales corresponde a las series de tiempo de los índices señalados (por ej., Bloomberg Barclays Aggregate, MSCI AWCI Ex Chile, etc.). El acceso a todos los índices en cuestión se consiguió a través de un Terminal Bloomberg. Por su parte, la información relacionada a la rentabilidad de los FP se obtuvo de la página web de la Superintendencia de Pensiones.

⁶² La presencia de varianza-covarianza móvil es un hecho bien documentado tanto para retornos, como para factores macroeconómicos; véase, por ejemplo, Schwert (1989), Engle y Susmel (1993), Justiniano y Primiceri (2008), entre otros.

⁶³ Nótese que la composición de la cartera referencial sufrirá variaciones hasta el mes de marzo 2021; véanse, para mayor ahondamiento, los informes anuales de los fondos soberanos 2017 y 2018. Estas variaciones están consideradas en la proyección que se presenta más adelante.

3.4.2. METODOLOGÍA DE ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

La estimación (econométrica) de los parámetros de las ecuaciones de retornos comprende solo aquellos contenidos en las especificaciones de volatilidad condicional, ya que el valor específico del premio por riesgo es calibrado a partir de escenarios conservadores, tomando como base las estimaciones de premio por riesgo provistas por Dimson *et al.* (2019).

Por su parte, la estimación (econométrica) de los parámetros contenidos en la ecuación de varianza se realiza por medio del método de máxima verosimilitud. La información necesaria para realizar la estimación corresponde a los retornos históricos de las clases de activo que componen las carteras del FRP y los FP, la tasa de interés libre de riesgo. En el caso de los retornos históricos, para el FRP se emplearon los retornos de los índices indicados en el Informe Anual del Comité Financiero, publicado por el Ministerio de Hacienda. En particular, los índices indicados en el Recuadro 3 del citado informe (reproducido abajo), fueron obtenidos de Bloomberg. Mientras que en el caso de los FP, se emplearon las series históricas de retornos de los fondos B, C y D disponibles en el sitio web de la Superintendencia de Pensiones.

CLASE DE ACTIVO	PORCENTAJE DEL PORTAFOLIO	COMPRADORES REFERENCIALES
Bonos soberanos y otros activos relacionados (a)	23	Bloomberg Banclays Global Aggregate: Treasury Bond Index (unhedged) Bloomberg Banclays Global Aggregate: Government (unhedged)
Bonos soberanos indizados a inflación	5	Bloomberg Banclays Global Inflation-Linked Index (unhedged)
Bonos corporativos	13	Bloomberg Banclays Global Aggregate: Corporates Index (unhedged)
MBS de agencias de EE.UU.	6	Bloomberg Banclays US Mortgage Backed Securities (MBS) Index
Bonos de alto rendimiento	8	Barclays Global High Yield Index (unhedged)
Acciones	40	MSCI All Conuntry Wold Index ex Chile (unhedged con dividendos reinvertidos)
Inmobiliario	5	Por definir.

(a) Cada subíndice de esta clase de activos se agrega de acuerdo a su capitalización relativa.

Por su parte, la tasa de interés libre de riesgo se obtuvo del sitio web del Banco Central de Chile.

Para reconocer el efecto de la cobertura cambiaria en los retornos del componente de renta fija internacional del FRP, se consideraron las versiones "cubiertas" de los índices utilizados por el comparador referencial (cuando estos estuvieron disponibles), cuyos retornos expresados en la moneda de base escogida (Unidad de Fomento) fueron posteriormente inmunizados con respecto a la variación de la paridad USD-CLP.⁶⁴ Las versiones "cubiertas" de los índices agregan una estrategia de cobertura cambiaria, basada en futuros de moneda, para eliminar las fluctuaciones en el valor del índice provenientes de los activos cuyos flujos de caja están denominados en monedas distintas del USD. El uso de estas versiones de los índices originales permite reducir (aunque no totalmente) la exposición a monedas distintas del USD. En el caso de los índices de renta fija sin una versión "cubierta" disponible, se optó por inmunizar la totalidad de la rentabilidad del índice original, de la variación causada por la paridad USD-CLP.

3.4.3. METODOLOGÍA DE PROYECCIÓN DE RETORNOS

La metodología de proyección corresponde a la simulación de Monte Carlo; específicamente, la Simulación Histórica Filtrada (véase, por ej., Barone-Adesi *et al.*, 2008), que es una técnica de simulación que evita la dependencia del criterio experto en la elección de una distribución para las innovaciones en la ecuación de retornos de las distintas clases de activo involucradas. En particular, la citada técnica emplea los residuos estandarizados obtenidos en

⁶⁴ Los índices utilizados en la simulación se presenta en la tabla A.11. En anexo 3 se presenta un resumen de la metodología utilizada por Bloomberg Barclays para construir índices hedgeados.

la misma estimación de los parámetros de la ecuación de retornos y volatilidad condicional, los que reutiliza, por medio de un proceso de re-muestreo aleatorio, para generar trayectorias futuras de los retornos de cada una de las clases de activos consideradas.

3.4.4. PARÁMETROS ESTIMADOS

Esta sección describe los datos empleados en el módulo financiero para construir el modelo de proyección de retornos de las inversiones del FRP y de los FP. La información recopilada/procesada se presenta en la tabla A.12.

Como se mencionó anteriormente, la rentabilidad de la clase de activo j -ésima está representada por la ecuación:

$$R_{j,t+1} = (r_{f,t} + \mu_j) + \sigma_{j,t}\varepsilon_{j,t+1},$$

donde μ_j corresponde al premio por riesgo de la clase de activo j . A su vez, cada uno de los premios por riesgo está dado por el modelo CAPM: $\mu_j = \beta_j\mu$, siendo μ el premio por riesgo de mercado en Unidad de Fomento (UF).

Para este último valor se utilizó la información provista por Dimson *et al.* (2019, pág. 37), esto es, el premio por riesgo promedio mundial en USD (calculado para el periodo 1900 a 2019) de 4,2%, rebajado en 1%, debido a la diferencia en inflación meta públicamente anunciada entre EE.UU. y Chile; esto es, $\mu = 3,2\%$.⁶⁵ A su vez, la tabla A.13 muestra las estimaciones de β_j para las distintas clases de activo.

Por su parte, el modelo básico para la varianza de los retornos de las distintas clases de activos corresponde a un modelo GARCH(1,1), de acuerdo a la siguiente especificación,

$$\sigma_{j,t}^2 = \omega_j + \delta_j\varepsilon_{j,t}^2 + \phi_j\sigma_{j,t-1}^2$$

Las estimaciones de $(\omega_j, \delta_j, \phi_j)$ para las distintas clases de activos se presentan en la tabla A.14.⁶⁶

4. RESULTADOS

En esta sección presentaremos los resultados del modelo de proyección del Fondo de Reserva de Pensiones. En la sección 4.1 se presentan los resultados de la proyección determinística del modelo, en el cual las variables son proyectadas una única vez (por cada escenario), siguiendo la trayectoria principal definida para cada variable, sin elementos estocásticos.

Los resultados serán presentados siguiendo las etapas descritas en la tabla a continuación: (1) generación de variables macro-fiscales, (2) generación de retornos y tasas de interés, (3) simulación del gasto en el SPS y retiros máximos desde el FRP y (4) cálculo de la evolución del FRP.

⁶⁵ La opción de asumir un premio por riesgo de 3.2% en UFs se basa en un criterio conservador. Los argumentos en este sentido son tres: (i) que en los últimos 20 años el retorno accionario promedio ha estado 3% por debajo de su valor promedio de los últimos 120 años (5%), (ii) que el retorno promedio de los últimos 120 años (5% en USD) equivaldría a un 4% en UF, dejando poco espacio para un premio por riesgo muy superior al 3% si consideramos una tasa libre de riesgo en UF en torno a 1%, y (iii) que un premio por riesgo de 3,2% implica retornos esperados muy en línea con los propuestos por Mercer (2017), por lo que subirlo sustancialmente se alejaría mucho de estas estimaciones, lo que no sería conveniente dado el mayor porcentaje que la nueva política de inversión del FRP asigna a acciones.

⁶⁶ La estimación de los parámetros fue restringida a que los coeficientes δ_j, ϕ_j debían ser positivos.

TABLA 9 – DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE SIMULACIÓN

ETAPA	INPUTS	OUTPUTS
1) Generación de variables macro-fiscales (módulo macro fiscal)	<ul style="list-style-type: none"> • Trayectorias centrales construidas a partir de proyecciones de expertos • Modelo macroeconómico estimado y calibrado • Residuos variable macro-fiscales (para simulación estocástica) 	Para modelo financiero: <ul style="list-style-type: none"> • Tasa de interés del BCU5, tipo de cambio real Para modelo previsional: <ul style="list-style-type: none"> • Producto interno bruto Para modelo FRP: <ul style="list-style-type: none"> • Producto interno bruto, balance fiscal efectivo
2) Generación de retornos y tasa de interés (módulo financiero)	<ul style="list-style-type: none"> • Variables macro generadas en etapa anterior • Premios por riesgo • Modelos para varianza de retornos (para simulación estocástica) 	Para modelo previsional: <ul style="list-style-type: none"> • Retorno fondos de pensiones (B, C y D) • Tasa de rentas vitalicias Para modelo FRP: <ul style="list-style-type: none"> • Retorno FRP
3) Simulación de gasto en Sistema de Pensiones Solidarias y retiro máximo del FRP (módulo previsional)	<ul style="list-style-type: none"> • Variables macroeconómicas (PIB), retornos y tasa RRVV de etapas anteriores • Modelo previsional estimado a partir de demografía, datos administrativos y estimaciones econométricas • Residuos en modelos macro-laborales (cotizaciones e ingresos, para simulación estocástica) 	<ul style="list-style-type: none"> • Gasto en Sistema de Pensiones Solidarias y retiro máximo desde el FRP
4) Cálculo evolución FRP	<ul style="list-style-type: none"> • Aportes, retorno FRP y retiros máximos • Costo de administración, custodia y otros 	<ul style="list-style-type: none"> • Evolución del FRP

Fuente: Elaboración propia.

4.1. PROYECCIÓN DETERMINÍSTICA

En esta sección se presentan los principales resultados intermedios y finales de las distintas etapas de la simulación determinística del FRP.

4.1.1. GENERACIÓN DE VARIABLES MACRO-FISCALES

A partir del modelo macroeconómico estimado y las tendencias centrales proyectadas, se obtiene una proyección determinística de una serie de variables macro-fiscales a ser utilizadas en etapas posteriores del modelo de simulación. Se obtiene además una proyección de los aportes a ser enterados en el FRP.

A continuación se presentan en forma gráfica la evolución proyectada de las principales variables macro-fiscales del modelo (figura 3). El detalle de la proyección de las principales variables macro-fiscales para los 3 escenarios considerados se encuentra en las tablas A.14 a A.16.⁶⁷ La evolución de los aportes al FRP se presenta en la sección 4.1.4.

Se aprecia en primer lugar cómo varias de las variables presentan una transición hacia un equilibrio de largo plazo. Tal es el caso del PIB que converge en el escenario central a una tasa de crecimiento de 3,5% real anual (4,3% en el escenario optimista y 2,8% en el escenario moderado). Asimismo, el precio del cobre se recuperará gradualmente hacia el valor de largo plazo contemplado por el comité de expertos y posteriormente evolucionará de acuerdo a la inflación externa en dólares.⁶⁸ No contemplamos diferencias en los escenarios optimista y moderado para el precio del cobre. La tasa de interés de los bonos BCU5 (utilizada como tasa libre de riesgo en la proyección de los retornos financieros) transitará hacia un valor de 1,49% en el escenario central, 2,23% en el optimista y 0,75% en el moderado.

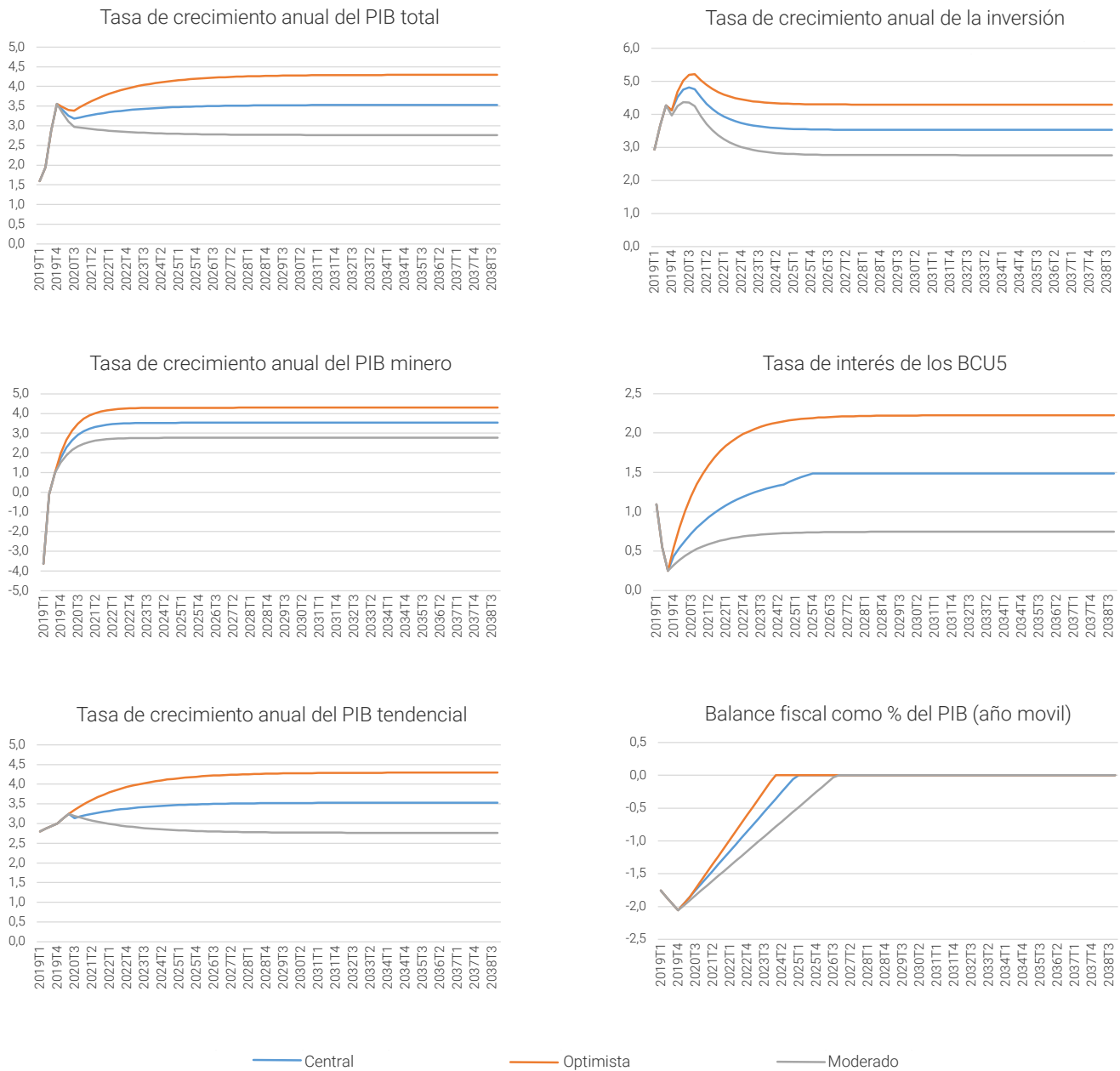
⁶⁷ El modelo macro-fiscal simula los agregados macro principales (tales como PIB, inversión, tipo de cambio real y precio del cobre) en términos de tasas de crecimiento, mientras que algunas variables clave (como el balance fiscal o la tasa libre de riesgo) directamente como porcentajes. En las tablas incluidas en anexo, se presentan los valores simulados para la variable de interés (por ejemplo, el PIB) generados a partir de los resultados del modelo y (cuando corresponde) de los valores históricos de las variables.

⁶⁸ El precio del cobre está expresado en dólares de cada año.

Por su parte el tipo de cambio real se apreciará levemente respecto a los valores recientes y convergerá al valor promedio de los últimos 20 años. Al igual que el caso del precio del cobre, no contemplamos trayectorias diferentes para el escenario optimista y moderado.

Por su parte, se espera que el balance fiscal efectivo converja gradualmente hacia la meta de balance estructural (de 0% del PIB). La rapidez con que se prevé alcanzar el balance fiscal depende del escenario considerado. En el escenario central dicho balance se alcanza en el 2025, mientras que el escenario optimista se logra en el 2024 y en el moderado en el 2027.

FIGURA 3 – EVOLUCIÓN DE PRINCIPALES VARIABLE MACRO-FISCALES



Fuente: Elaboración propia

4.1.1.1 ANÁLISIS DE CAPACIDAD PREDICTIVA DE MODELO MACRO-FISCAL, FUERA DE MUESTRA

Los resultados anteriores son producto de un proceso de ajuste y revisión de la especificación del modelo, utilizando como herramienta el análisis de capacidad predictiva fuera de muestra que se presenta en esta sección.

En primer lugar presentaremos los resultados de un análisis de predicción a un período de distancia hacia adelante (*one step ahead forecast*). Dado que el módulo macro-fiscal tiene un aspecto dinámico en su evolución, la proyección a un período no da cuenta de toda la incertidumbre. Por lo tanto, en una segunda instancia, se presentan los resultados de un ejercicio de proyección dinámica completamente fuera de muestra, en que se estima el modelo con los datos hasta el 2009 y luego se simula el modelo por los siguientes 9 años (hasta el trimestre 2019T1).

Proyección fuera de muestra a un trimestre hacia adelante

En primer lugar, realizamos un análisis de proyección de corto plazo, bajo el cual se proyecta el valor de las variables en el siguiente trimestre, utilizando la información disponible hasta este período.⁶⁹ Este tipo de ejercicio de proyección fuera de muestra permite evaluar la capacidad predictiva de corto plazo del modelo.

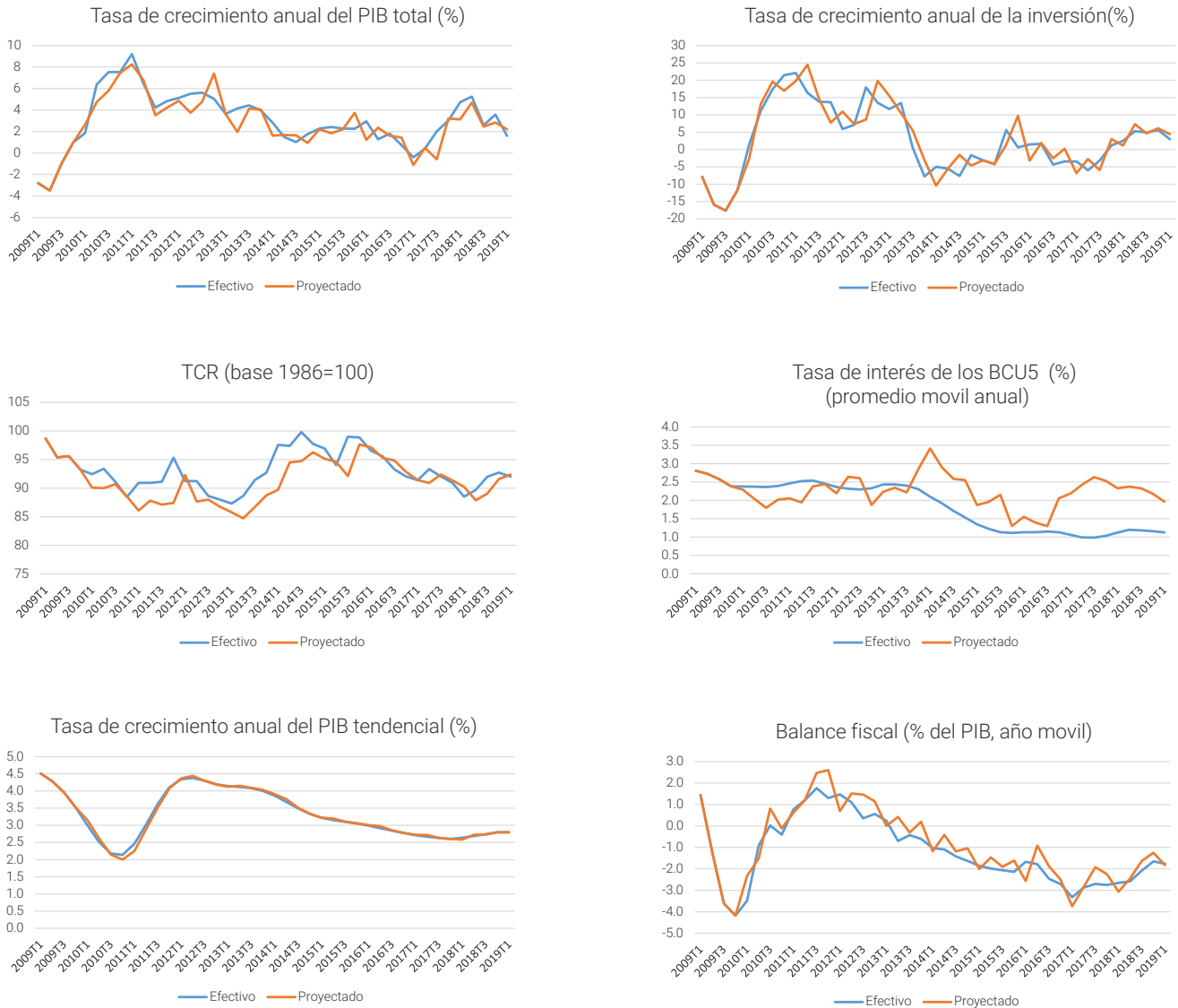
La figura 4 muestra las proyecciones obtenidas, en comparación con la evolución efectiva de cada variable durante el mismo período. Se puede apreciar que, en general, la predicción de corto plazo es bastante cercana a la realidad. En el caso de la variable de tipo de cambio real (TCR), se observa un ligero rezago en las proyecciones pero la evolución predicha sigue de forma cercana la variable efectiva. En el caso de la variable de tasa de interés de los bonos BCU5 se observa que la variable predicha muestra mayor variabilidad que la variable original y el nivel predicho de mediano plazo (hacia el 2019) es superior al observado en la práctica. La principal explicación detrás de este resultado es que la coherencia macroeconómica estructural que requiere el modelo para explicar simultáneamente los movimientos de corto plazo para el PIB, la inversión y el tipo de cambio real impacta en una menor predictibilidad de la tasa de interés en UF. A lo anterior se le suma las tendencias recientes de reducciones significativas en la tasa de interés libre de riesgo a nivel global.⁷⁰

Para comprobar la calidad de las predicciones, se realizó un test de igualdad de medias entre la distribución efectiva y proyectada para el período post 2010. El resultado es que no se puede rechazar, al 10% de significancia, el test de igualdad de medias entre ambas series, excepto para las variables de tipo de cambio real y la tasa de interés de los bonos BCU5.

⁶⁹ Los parámetros estimados para esta proyección a un período son los mismos utilizados en la proyección principal del FRP, es decir, son el resultado del análisis con toda la información disponible. En contraste, en el ejercicio que se presenta a continuación, de fuera de muestra de largo plazo, se utilizan los parámetros estimados con información hasta el 4º trimestre del 2009.

⁷⁰ Ver Informe de Política Monetaria de junio de 2019, donde se destaca la caída de las tasas de interés externa como una de las razones de tasas de interés locales más bajas: <https://www.bcentral.cl/web/guest/-/informe-de-politica-monetaria-junio-2019>.

FIGURA 4 – PREDICCIÓN FUERA DE MUESTRA 1 TRIMESTRE HACIA ADELANTE, PRINCIPALES VARIABLES MACRO-FISCALES



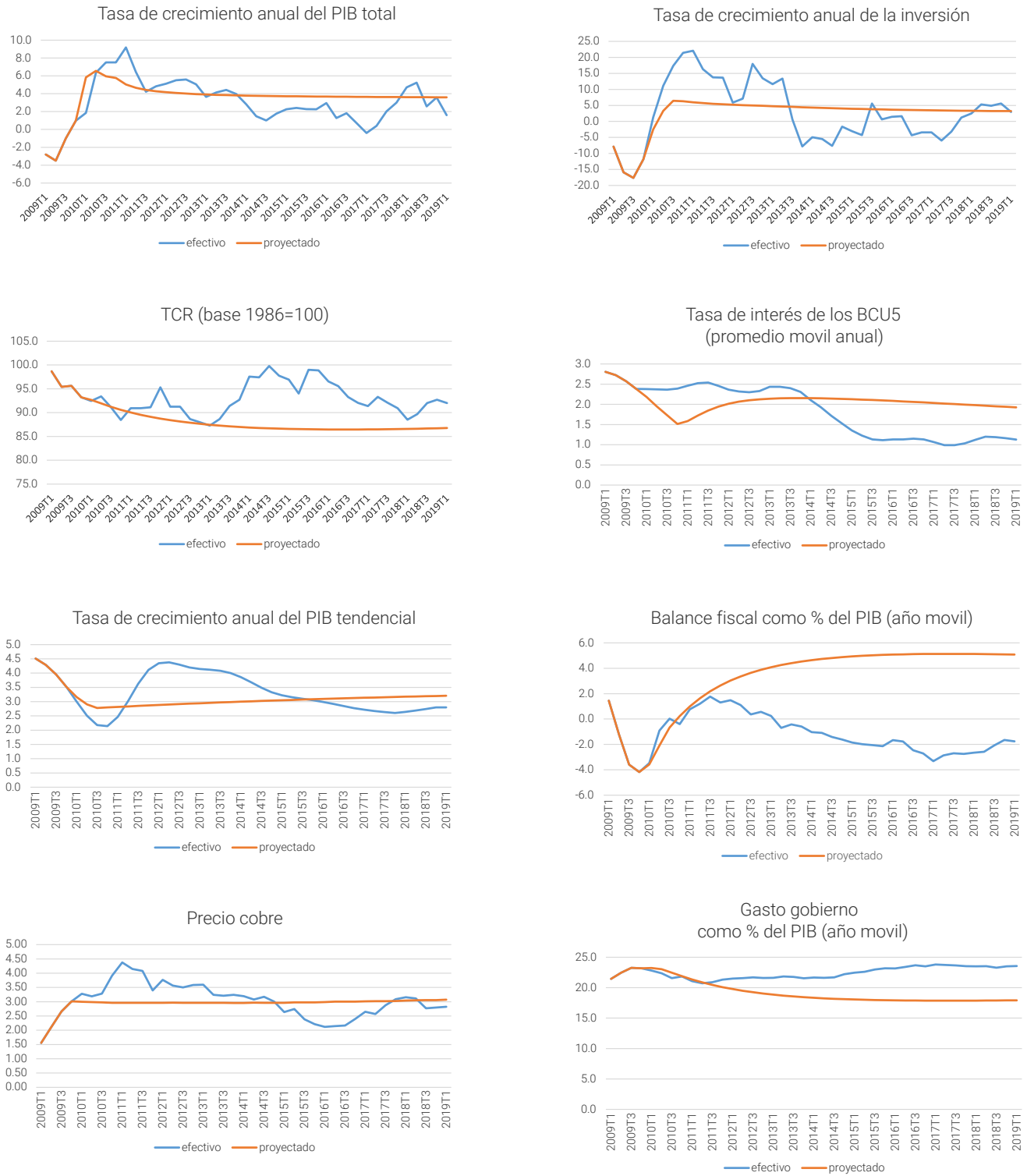
Fuente: Elaboración propia.

Proyección fuera de muestra 9 años hacia adelante

Dado que este estudio se enfoca en realizar proyecciones a largo plazo (20 años), el objetivo de este segundo análisis fuera de muestra busca dar cuenta de la calidad de las predicciones de largo plazo que produce el modelo macro-fiscal. Para ello, se estimó el modelo a partir de los datos históricos hasta el cuarto trimestre del año 2009 y posteriormente se construyó la simulación para los siguientes 9 años (desde 2010T1 hasta 2019T1).

La figura 5 muestra las proyecciones obtenidas, en comparación con la evolución efectiva de cada variable durante el mismo período. Se puede apreciar que, a pesar de reducir sustancialmente el tamaño de muestra en la estimación del modelo (al desechar la información a partir del 2010), la predicción fuera de muestra es bastante razonable, salvo para las variables fiscales.

FIGURA 5 – PREDICCIÓN FUERA DE MUESTRA A 9 AÑOS, PRINCIPALES VARIABLES MACRO-FISCALES



Fuente: Elaboración propia.

El terremoto de febrero de 2010 significó un shock significativo a los requerimientos de gasto fiscal, retrasando el proceso de convergencia hacia la meta de balance estructural. La proyección también supone que el precio de referencia del cobre no se habría ajustado al alza como sí ocurrió en el 2011 y 2012. El modelo también asume un proceso de consolidación fiscal más rápido que lo que efectivamente sucedió luego de la gran expansión del 2009. Esto afecta las proyecciones de gasto fiscal que supone un retiro de ese impulso fiscal. La proyección para la tasa de interés de los BCU5 tampoco logra capturar la tendencia más secular de la caída de las tasas de interés a nivel global de los últimos años.

Es importante recordar que la capacidad predictiva del modelo mejora al utilizar una serie de datos de mayor duración, como es el caso en las proyecciones presentadas en la sección anterior, las cuales utilizan toda la información disponible hasta el primer trimestre del 2019.

4.1.1.2. ESCENARIO MACROECONÓMICO MODIFICADO POST 18 OCTUBRE

Esta sección presenta el escenario macro-fiscal central a 20 años, modificando el contexto macroeconómico que se observa después del 18 de octubre. La tabla 10 presenta una comparación de las proyecciones 2019 y 2020 de las principales variables macroeconómicas en el escenario central pre y post 18 de octubre de 2019. Estos valores consideran valores en torno a los discutidos en la subsección 3.3.5.

TABLA 10 - ACTUALIZACIÓN PROYECCIONES MACROECONÓMICAS POST 18 DE OCTUBRE - ESCENARIO CENTRAL

	PRE 18 DE OCTUBRE	POST 18 DE OCTUBRE
PIB 2019 (variación % año a año)	2,5%	1,9%
PIB 2020 (variación % año a año)	3,2%	2,0%
Bal. Fiscal 2019 (% del PIB)	-2,1%	-2,4%
Bal. Fiscal 2020 (% del PIB)	-1,7%	-3,0%
Tasa BCU5 2019 (% T4 del año)	0,44%	-0,32%
Tasa BCU5 2020 (% T4 del año)	0,80%	0,42%
TCR 2019 (índice, T4 del año)	94,9	103,9
TCR 2020 (índice, T4 del año)	92,5	100,9
PIB tendencial 2019	3,0%	2,8%
PIB tendencial 2020	3,1%	2,9%
PIB tendencial largo plazo	3,5%	3,3%
Tasa BCU5 largo plazo	1,5%	1,3%

Fuente: Elaboración propia.

La actualización del escenario central contempla una reducción de más de 0,5% en el crecimiento del PIB del 2019, mientras que para el 2020 esa reducción es de 1,2%. En el PIB potencial usamos la reducción de 0,2% de la convocatoria extraordinaria del comité del PIB tendencial de noviembre para ajustar nuestra estimación del PIB tendencial tanto en el corto plazo como en el largo plazo en 0,2% a la baja. En línea con lo discutido por el Ministerio de Hacienda y analistas a fines de noviembre, el déficit fiscal llegaría a 2,4% del PIB en el 2019 y a 3% del PIB en el 2020.

Respecto a las tasas de interés, si bien se corrigieron al alza en el muy corto plazo por los episodios de tensión financiera de las últimas semanas de noviembre, consideramos otras proyecciones que sugieren que las tasas de interés en UF continuaran deprimidas a un año y dos años plazo.⁷¹

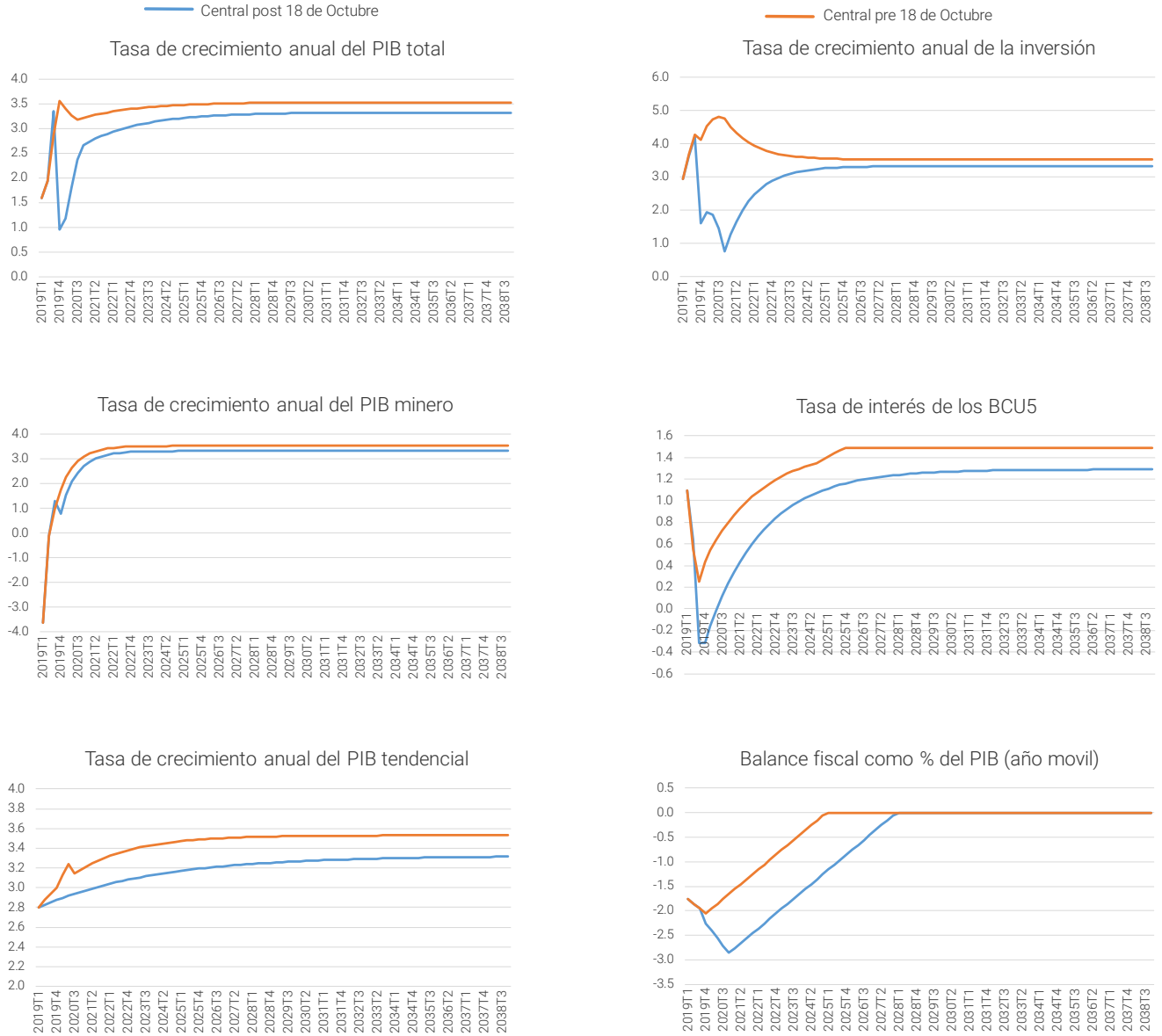
⁷¹ Este fue uno de los comentarios recibidos en la presentación al Comité Financiero el día 8 de noviembre de 2019.

Por último, la depreciación del peso relativo al dólar durante noviembre se refleja en una depreciación del tipo de cambio real (TCR) de cerca de un poco menos de 10% en el valor proyectado para el cuarto trimestre del 2019 y de 9% en el valor promedio del cuarto trimestre del 2020, ambos medidos con respecto a los valores que tenían las proyecciones previas al 18 de octubre de 2019.

La figura 6 presenta las trayectorias de las principales variables del modelo macro-fiscal en el horizonte de 20 años hacia adelante. Así, podemos apreciar la diferencia en la proyección determinística que implica la actualización del escenario macroeconómico post 18 de octubre. Los dos aspectos más relevantes para la contribución al FRP lo constituyen un menor dinamismo del PIB y el deterioro adicional de déficit fiscal en los próximos años, con la consiguiente postergación de cuándo se alcanzaría una situación de balance fiscal cero. En el escenario anterior esto se lograba en el 2025, mientras que ahora esto se obtendría en el 2028. De igual forma, es necesario tomar con cautela estas proyecciones dado que un mayor gasto fiscal permanente requerirá un aumento en los ingresos fiscales que probablemente no están capturados adecuadamente en nuestro modelo macro-fiscal hacia el futuro.

Nuestro escenario modificado también considera un ajuste a la baja de 0,2% en el PIB tendencial y la tasa de interés de los BCU5. Esto también incide en menores contribuciones al FRP y, adicionalmente, menores retornos del FRP y de los fondos de pensiones privados.

FIGURA 6 – EVOLUCIÓN DE PRINCIPALES VARIABLE MACRO-FISCALES ESCENARIO CENTRAL PRE Y POST 18 DE OCTUBRE



Fuente: Elaboración propia.

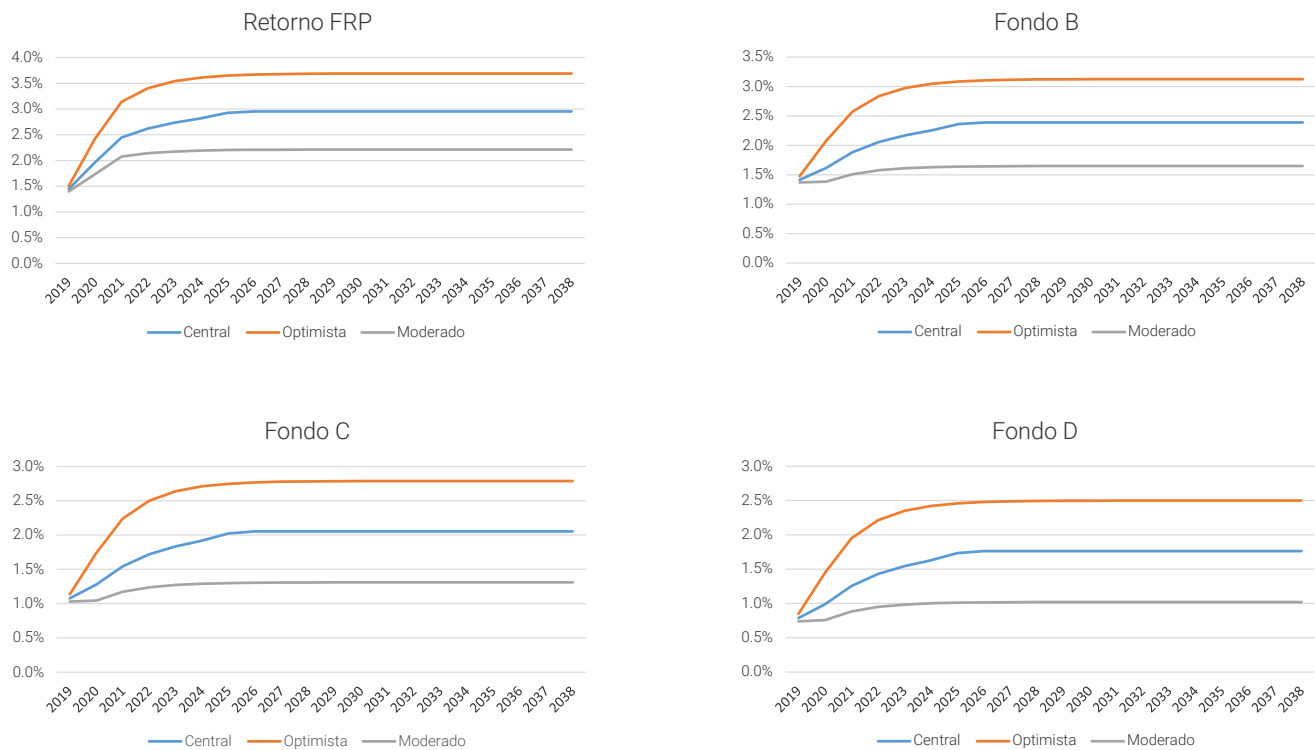
4.1.2. GENERACIÓN DE VARIABLES FINANCIERAS

Como se describe en la sección 3.4.4, la proyección de retornos financieros se basa en la proyección de la tasa libre de riesgo (modelada a partir de la tasa de interés de los bonos BCU5, de acuerdo a la sección anterior), el premio por riesgo de mercado en UFs (μ , estimado en 3,2%) y el parámetro β_j asociado a cada clase de activo (ver tabla A.13 para los valores estimados). Para la simulación determinística, no se consideran shocks a los retornos, por lo que los retornos utilizados están dados por:

$$R_{j,t+1} = r_{f,t} + \mu_j = r_{f,t} + \beta_j \cdot \mu$$

El resultado de los retornos esperados (anuales, en UFs) para el FRP y los fondos B, C y D se presenta en la figura 7.⁷²

FIGURA 7 – RETORNOS REALES ESPERADOS FRP, FONDOS B, C Y D, SEGÚN ESCENARIO



Fuente: Elaboración propia.

⁷² Los retornos utilizados en la proyección tienen frecuencia trimestral. En la figura 7, se utilizaron los retornos promedio por año. Para la proyección del retorno del FRP, se utilizaron los betas estimados para las distintas categorías de activos (ver tabla 12) y las ponderaciones de corto y largo plazo presentadas en la tabla 3. Para el cálculo de las pensiones en el módulo previsional, se utilizó la tasa libre de riesgo, aumentada en 1%.

4.1.3. GENERACIÓN DE VARIABLES PREVISIONALES

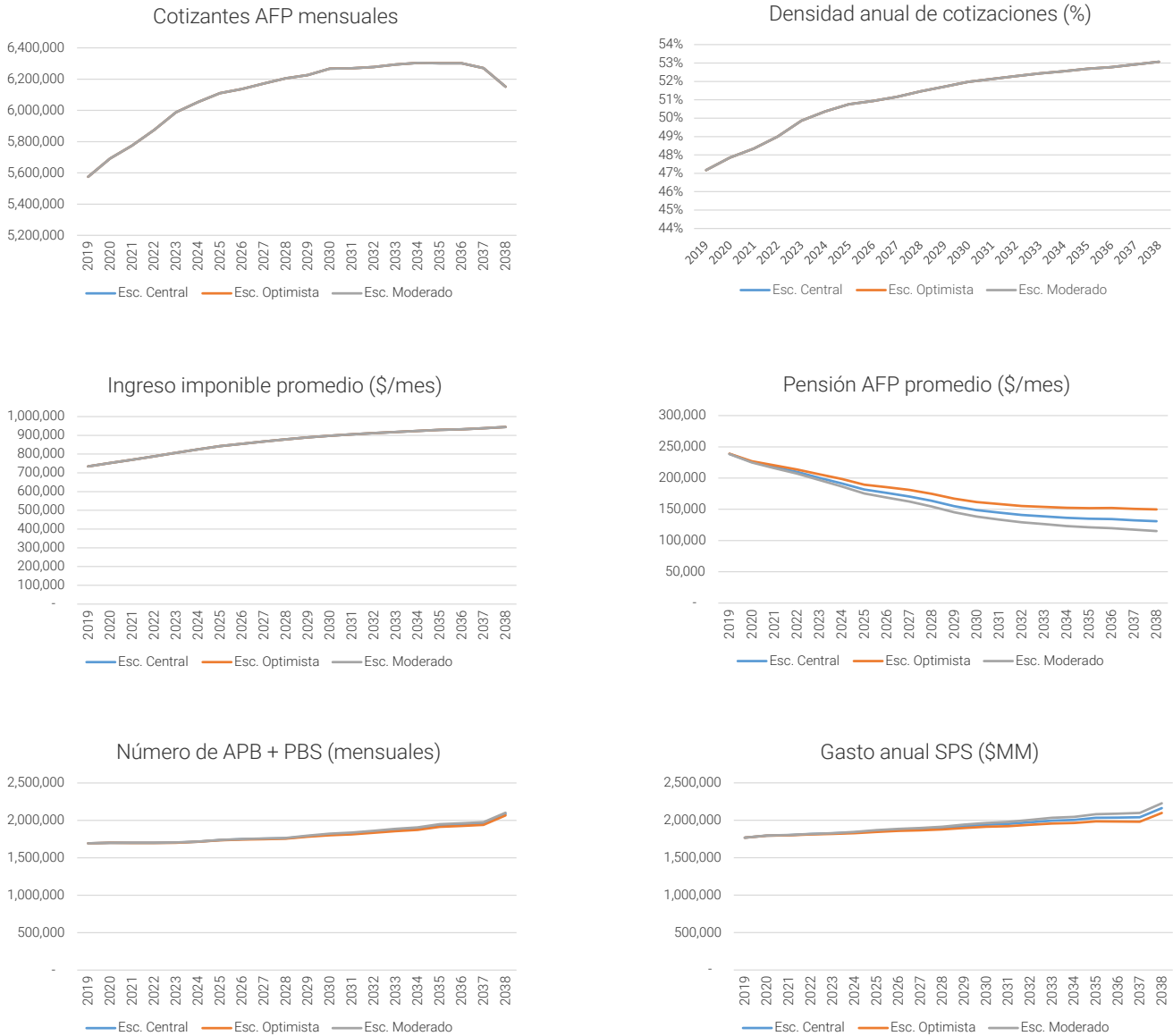
Para el cálculo de los retiros máximos desde el FRP, el módulo previsional simula la evolución del sistema de pensiones de Chile, incluyendo distintos tipos de pensiones (vejez, invalidez y sobrevivencia) y bajo los distintos sistemas (AFP, sistema antiguo, sistema de pensiones solidarias).

La figura 8 muestra las principales variables intermedias utilizadas en el cálculo: el número de cotizantes mensuales al sistema de AFP, la densidad promedio (anual) de cotizaciones de los afiliados activos, el ingreso imponible promedio por el cual realizan sus aportes, las pensiones (vejez) de AFP promedio, el número de beneficiarios mensuales de PBS o APS y el gasto anual en el sistema de pensiones solidarias. Las series proyectadas se presentan para los 3 escenarios macro-fiscales bajo análisis. Estos afectan los beneficios del SPS fundamentalmente a través de tasa de interés libre de riesgo (modelada a través de las tasas de los bonos BCU5) la cual influye sobre los retornos de los fondos de pensiones y sobre la tasa utilizada en el cálculo de las pensiones provenientes del esquema de AFP.

Se observa en primer lugar una tendencia positiva en la densidad de cotizaciones anuales, complementada por un aumento paulatino en los salarios reales (imponibles). A pesar de estas tendencias positivas, se observa una disminución paulatina en las pensiones promedio de vejez. Esta se explica fundamentalmente por el hecho de que las nuevas pensiones proyectadas son inferiores a las actualmente en proceso de pago (ver gráficos complementarios, figura A.3, los cuales muestran las observaciones históricas de algunas de estas variables). En forma consistente, tanto el número de beneficiarios del SPS como el gasto total en el mismo tienden a crecer sistemáticamente a través del tiempo y en forma muy similar entre los distintos escenarios. El gasto en el SPS alcanzaría cerca de 2.2 billones de pesos (en moneda del 2018) hacia el año 2038. Nótese que en el escenario optimista, las pensiones son ligeramente superiores, por lo que el gasto en el SPS es ligeramente inferior al escenario central. Lo opuesto ocurre en el escenario moderado.

La figura A.3, incluida en anexo, presenta algunas de las variables anteriores, junto con las estadísticas históricas (en la medida en que están disponibles). Podemos ver que las pensiones promedio exhiben una leve caída en los últimos años, la cual se vería más pronunciada en los próximos años. La principal razón radica en que las nuevas pensiones que se proyectan hacia adelante son inferiores a las pensiones promedio actualmente en pago; esto se ve confirmado por las estadísticas recientes (2016-2019) que muestran que las nuevas pensiones promedio se han encontrado en torno a los \$140 mil pesos. El elemento anterior, combinado con el creciente número de pensionados hace que la pensión promedio vaya convergiendo al valor promedio de las nuevas pensiones. El modelo utilizado para proyectar densidades fue ajustado de manera que la proyección de cotizantes tuviera un buen ajuste con la proyección histórica. Los ingresos imponibles, sin embargo, parten de un nivel ligeramente inferior al valor histórico. Es importante recalcar que la distribución de ingresos imponibles es sumamente asimétrica, exhibiendo una media muy superior a la mediana. Nuestra proyección es mucho más cercana a esta última. Por último, al no existir estadísticas oficiales de densidad anual de cotizaciones, se utilizó como proxy de la trayectoria histórica la razón de afiliados a cotizantes, la cual se encuentra en un nivel ligeramente superior a nuestra densidad proyectada.

FIGURA 8 – EVOLUCIÓN PRINCIPALES VARIABLES PREVISIONALES



Fuente: Elaboración propia

4.1.3.1 ANÁLISIS DE CAPACIDAD PREDICTIVA DE MODELO LABORAL, FUERA DE MUESTRA

En forma similar al análisis realizado para el modelo macro-fiscal, en esta sección se muestran los resultados de una evaluación de la capacidad predictiva de los modelos laborales, particularmente de los modelos de duración de los períodos con y sin cotizaciones.⁷³

El ejercicio consistió en estimar los 6 modelos de duración presentados en la tabla A.3, pero sólo hasta diciembre 2009. Estos modelos son estimados a partir de los datos longitudinales para una muestra de afiliados (la base HPA). Ello permite contrastar la historia laboral efectiva de esta muestra durante el período 2010-2017 con las

73 No es posible realizar un análisis similar con el modelo previsional completo pues parte importante de éste descansa en la foto inicial a diciembre 2018, construida a partir de los micro-datos provistos por DIPRES. No contamos con una foto similar a diciembre 2009 que nos permitiera realizar el ejercicio de evaluación de largo plazo que se presenta aquí.

predicciones surgidas de predecir a partir de los modelos de duración.

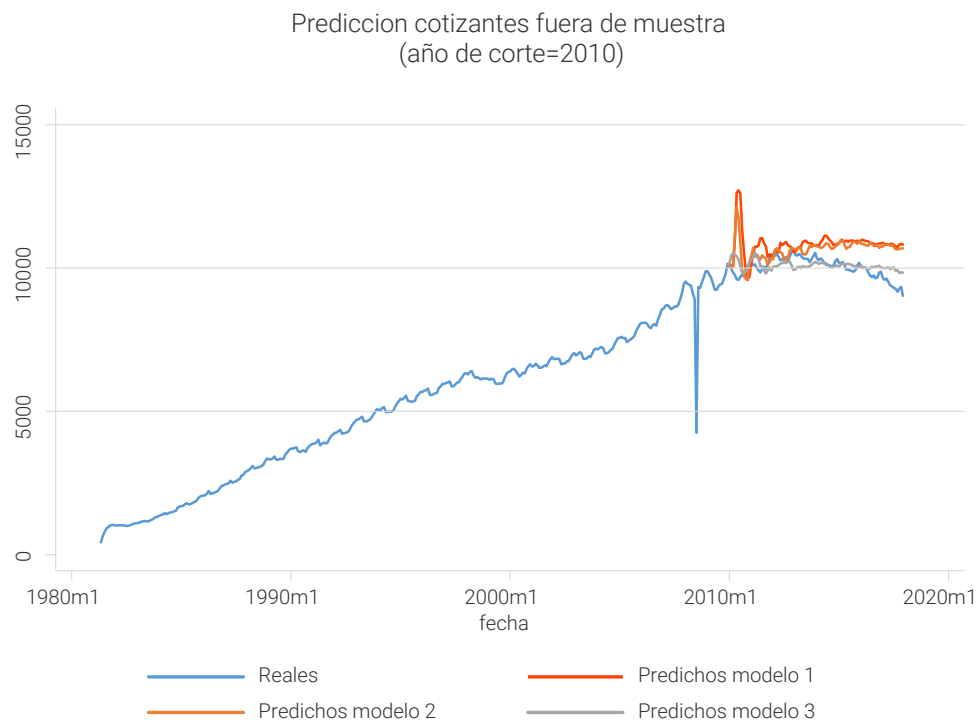
Específicamente, la simulación parte con la situación de los individuos en la muestra a diciembre 2009 (el status de cotización y cuánto tiempo se encontraban en él) y se completa el período correspondiente a partir de la duración mediana predicha por el modelo correspondiente para una persona con la misma edad, género, ingreso y densidad y de acuerdo al PIB observado en cada momento.⁷⁴ Una vez completado el *spell* (de cotizaciones) correspondiente. El ejercicio se repite hasta completar los 96 meses comprendidos entre enero 2010 y diciembre 2017.

La figura 9 muestra el resultado de esta simulación a partir de los 3 pares de modelos: los modelos 1 y 4 solo incluyen variables individuales (edad, sexo e ingreso), los modelos 2 y 5 incorporan el PIB como variable explicativa y los modelos 3 y 6 agregan la densidad de cotizaciones a la estimación.

Es importante recalcar que las simulaciones no representan al flujo nacional de cotizaciones sino que el número de cotizaciones realizadas por esta muestra en cada momento del tiempo.

Los resultados sugieren que aunque los 3 modelos ofrecen proyecciones similares, el modelo 3 (y 6) es el que mejor captura la desaceleración que se observa en esta muestra a partir del 2010. Aunque los modelos 1 y 2 capturan en parte este proceso, no lo hacen con la severidad que efectivamente se produjo, posiblemente como producto del shock inesperado causado por el terremoto. En definitiva, creemos que los 3 modelos capturan razonablemente bien la evolución de las cotizaciones de esta muestra, especialmente considerando que en la simulación previsional se utiliza la ventana completa en la estimación (hasta el 2017) y en la medida en que no se produzcan eventos inesperados de la magnitud del terremoto del 2010.

FIGURA 9 – COTIZACIONES PREDICHAS FUERA DE MUESTRA A PARTIR DE MODELOS DE DURACIÓN



Fuente: Elaboración propia

⁷⁴ En este ejercicio, se utilizaron el ingreso individual y PIB efectivos realizados durante el período 2010-2017, de manera de evaluar la capacidad predictiva de los modelos de duraciones, en forma aislada de los modelos para proyectar ingresos y el PIB agregado.

4.1.4. SIMULACIÓN DETERMINÍSTICA DEL FONDO DE RESERVA DE PENSIONES

Combinando los resultados anteriores, es posible construir la evolución de los aportes, retornos financieros y retiros máximos los cuales, junto con el costo de administración (estimado a partir de los antecedentes reportados para el año 2018, en 0,0474% del fondo), permiten proyectar la evolución del FRP.

La tabla 11 muestra la evolución de los distintos componentes del FRP, en el escenario central, en millones de pesos de diciembre 2018.^{75,76} En primer lugar, se observa, como se mencionó anteriormente, que los supuestos macroeconómicos realizados, particularmente la transición gradual hacia la meta de balance estructural implica que, en el escenario determinístico, el balance fiscal es siempre negativo, por lo que los aportes corresponden en todos los casos al 0,2% del PIB. Por lo tanto, éstos siguen una trayectoria proporcional al PIB proyectado, alcanzando cerca de 750 mil millones hacia el 2038. Asumiendo que todos los años se retira del FRP el monto máximo definido por ley (un tercio de la diferencia entre el gasto del SPS del año en curso y aquel del año 2008), se observa una evolución creciente del retiro durante el período de proyección. Sin embargo, estos retiros se ven compensados por los aportes y por el retorno financiero del fondo. En definitiva, el FRP alcanzaría cerca de 11,2 billones de pesos hacia el año 2038.

La figura 10 muestra la evolución del FRP en los escenarios alternativos y la descomposición anual del FRP en sus distintas componentes (aportes, retorno y retiros) en el escenario central. Podemos ver que el retiro máximo es largamente compensado por la suma de aportes y retornos.

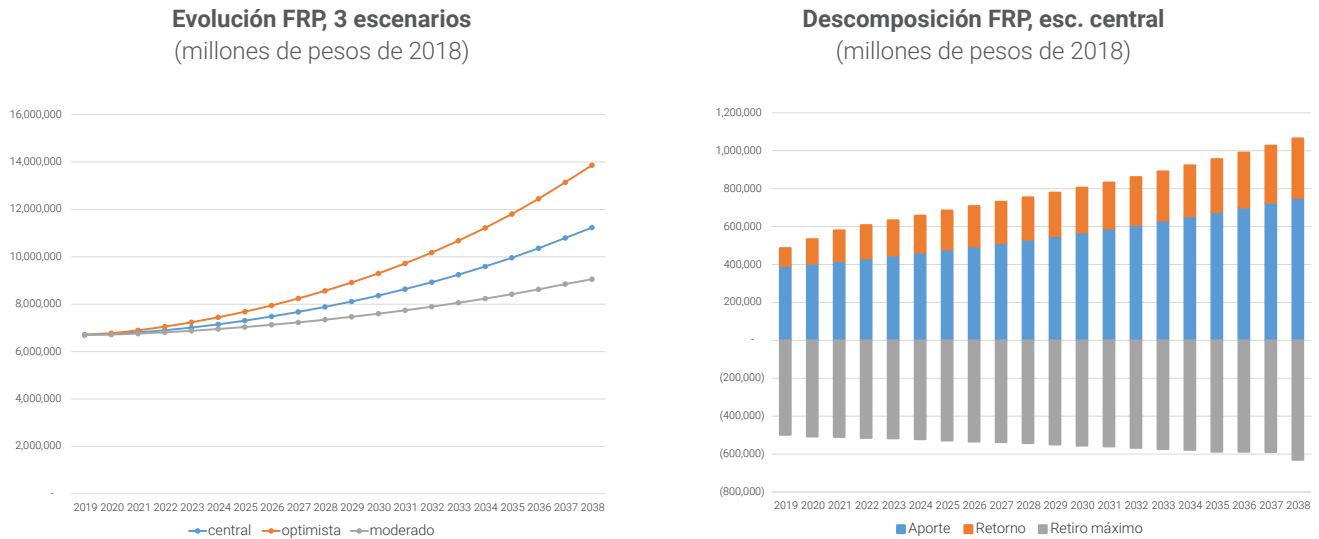
75 Las tablas A.17 y A.18, disponibles en anexo, muestran los resultados detallados para los escenarios optimista y moderado.

76 El informe mensual de octubre 2019 indica que el valor de mercado del FRP a octubre correspondió a US\$10.626,31 millones, equivalentes (al tipo de cambio observado para octubre) a 7,66 billones de pesos, casi un billón más que la proyección para el 2019 en el escenario central (6,71 billones). La principal diferencia se explica por los extraordinarios retornos experimentados por el FRP durante los 3 primeros trimestres del año. De acuerdo al informe de octubre, al año 2019, el FRP ha acumulado US\$981,12 millones en intereses devengados y ganancias de capital, equivalentes a \$0,71 billones, muy por encima de los retornos proyectados para este año (\$0,10 billones). Además el retiro efectuado en el segundo trimestre (equivalente a \$0,42 billones) fue inferior al retiro máximo proyectado (\$0,50 billones). En definitiva, por un lado los retornos financieros son sumamente impredecibles y volátiles y por otro el modelo asume el retiro máximo permitido pero la autoridad tiene la prerrogativa de elegir cuánto retirar cada año (bajo este máximo).

TABLA 11 – EVOLUCIÓN DEL FRP, ESCENARIO DETERMINÍSTICO CENTRAL (PESOS DE DIC.2018)

	VALOR DE MERCADO INICIAL	APORTES	APORTES	RETIRO MÁXIMO	RETORNO FINANCIERO (INTERÉS DEVENGADO + GANANCIA DE CAPITAL)	COSTOS DE ADM., CUSTODIA Y OTROS	VALOR DE MERCADO FINAL	VALOR DE MERCADO FINAL
	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(% PIB)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(UF MILLONES)
2019	6.722.626	392.090	0,2%	498.693	97.100	3.187	6.709.936	243,42
2020	6.709.936	404.876	0,2%	507.561	131.797	3.181	6.735.868	244,36
2021	6.735.868	418.185	0,2%	509.730	164.833	3.193	6.805.963	246,90
2022	6.805.963	432.280	0,2%	514.649	178.436	3.226	6.898.804	250,27
2023	6.898.804	447.087	0,2%	517.412	188.776	3.270	7.013.985	254,45
2024	7.013.985	462.562	0,2%	521.753	197.885	3.325	7.149.354	259,36
2025	7.149.354	478.682	0,2%	528.800	209.211	3.389	7.305.058	265,00
2026	7.305.058	495.438	0,2%	534.081	215.863	3.463	7.478.815	271,31
2027	7.478.815	512.831	0,2%	537.180	220.997	3.545	7.671.919	278,31
2028	7.671.919	530.868	0,2%	542.090	226.704	3.636	7.883.764	286,00
2029	7.883.764	549.564	0,2%	549.851	232.964	3.737	8.112.704	294,30
2030	8.112.704	568.933	0,2%	556.012	239.729	3.845	8.361.508	303,33
2031	8.361.508	588.996	0,2%	559.673	247.081	3.963	8.633.949	313,21
2032	8.633.949	609.774	0,2%	566.913	255.131	4.092	8.927.849	323,87
2033	8.927.849	631.289	0,2%	574.292	263.816	4.232	9.244.431	335,36
2034	9.244.431	653.568	0,2%	577.938	273.171	4.382	9.588.850	347,85
2035	9.588.850	676.634	0,2%	587.488	283.349	4.545	9.956.800	361,20
2036	9.956.800	700.516	0,2%	587.905	294.221	4.720	10.358.913	375,79
2037	10.358.913	725.242	0,2%	589.423	306.104	4.910	10.795.926	391,64
2038	10.795.926	750.842	0,2%	630.104	319.017	5.117	11.230.564	407,41

Fuente: Elaboración propia

FIGURA 10 – EVOLUCIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DETERMINÍSTICA DEL FRP

Fuente: Elaboración propia.

4.2 PROYECCIÓN ESTOCÁSTICA

En esta sección se describe el proceso utilizado para realizar la proyección estocástica y se presentan los principales resultados de la misma. Se realizaron 100 simulaciones de los distintos módulos del modelo de proyección. En primer lugar se muestra la distribución de las principales variables intermedias bajo el escenario central y posteriormente se muestra la evolución proyectada del FRP bajo los 3 escenarios.

4.2.1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE SIMULACIÓN

Para cada iteración, se procede en primer lugar a extraer aleatoriamente un vector de residuos desde la base de residuos históricos. Esto incluye tanto los residuos extraídos desde el modelo macro-fiscal como los residuos estandarizados asociados a los retornos de las distintas clases de activos consideradas en la estimación. La base de residuos históricos abarca desde octubre 2002 hasta marzo 2019.

La simulación prosigue con la generación de trayectorias estocásticas para las principales variables del modelo macro-fiscal. La dinámica de las variables en este modelo puede ser representada en la siguiente forma matricial:

$$\mathbf{X}_t - \mathbf{X}_{ss} = \mathbf{P}(\mathbf{X}_{t-1} - \mathbf{X}_{ss}) + \mathbf{Q}\boldsymbol{\varepsilon}_t,$$

donde \mathbf{X}_t es un vector que contiene todas las variables endógenas (e.g. crecimiento del PIB) y exógenas del modelo (e.g. precio del cobre en dólares reales) expresadas en forma log-lineal, \mathbf{X}_{ss} es un vector que tiene el valor de estado estacionario de cada una de estas variables y $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ es un vector con todas las innovaciones iid (independientes e idénticamente distribuidas a lo largo del tiempo) que afectan a las variables endógenas del modelo. Los coeficientes de las matrices \mathbf{P} y \mathbf{Q} son función de los parámetros calibrados y estimados del modelo. En estas matrices se resumen los mecanismos de transmisión entre las variables macroeconómicas entre sí y como éstas se ven afectadas por el escenario internacional. Por ejemplo, la influencia de un cambio inesperado en el precio del cobre

significa un cambio en $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ que se transmite al precio del cobre, pero también al PIB, tipo de cambio real y balance fiscal, entre otras variables.

Esta representación lineal del modelo permite escribir las proyecciones aleatorias de todas las variables macro-fiscales (\mathbf{X}_{T+j}^a) de la siguiente manera:

$$\mathbf{X}_{T+j}^a = \mathbf{X}_{T+j}^d + \widehat{\mathbf{X}}_{T+j},$$

Donde \mathbf{X}_{T+j}^d es la proyección determinística j periodos hacia adelante desde la última observación en período T y $\widehat{\mathbf{X}}_{T+j}$ es la componente aleatoria que genera desvíos en torno a la proyección determinística y viene dada recursivamente por:

$$\widehat{\mathbf{X}}_{T+j} = \mathbf{P}\widehat{\mathbf{X}}_{T+j-1} + \mathbf{Q}\boldsymbol{\varepsilon}_{T+j}, \text{ con } \widehat{\mathbf{X}}_T = \mathbf{0}_{m \times 1}$$

donde $\boldsymbol{\varepsilon}_{T+j}$ son eventuales innovaciones en las variables exógenas del modelo macro-fiscal que podrían materializarse en el horizonte de proyección.⁷⁷ La estimación del modelo macro-fiscal nos entrega realizaciones pasadas sobre estas innovaciones y, por lo tanto, las usamos para generar realizaciones estocásticas en el horizonte de proyección.

Así, para cada uno de los escenarios determinísticos podemos usar las dos últimas expresiones para generar proyecciones estocásticas en torno a cada escenario determinístico donde las realizaciones pasadas de las innovaciones son utilizadas para generar trayectorias posibles para el conjunto de variables macroeconómicas.

Una vez generadas las variables que sirven de insumo para los otros módulos, se procede a simular los retornos de los fondos de pensiones (B, C y D), del FRP y la tasa de interés de las rentas vitalicias. Esto consiste en obtener una realización para el retorno de cada una de las clases de activos incluidas en el FRP y para los fondos B, C y D, a partir del residuo estandarizado correspondiente, la tasa libre de riesgo simulada desde el modelo macro-fiscal y el modelo GARCH correspondiente.

⁷⁷ $\mathbf{0}_{m \times 1}$ es un vector de ceros de dimensión m por 1, donde m es el número de variables del modelo macro-fiscal que están en el vector \mathbf{X}_t .

Por último, a partir de los retornos de los fondos de pensiones, de la tasa simulada para el cálculo de las rentas vitalicias y de la proyección del PIB (insumo macro utilizado en los modelos laborales), se procede a simular el proceso de cotizaciones, jubilaciones y pago de beneficios solidarios necesarios para calcular el gasto anual en el SPS y el retiro máximo desde el FRP.

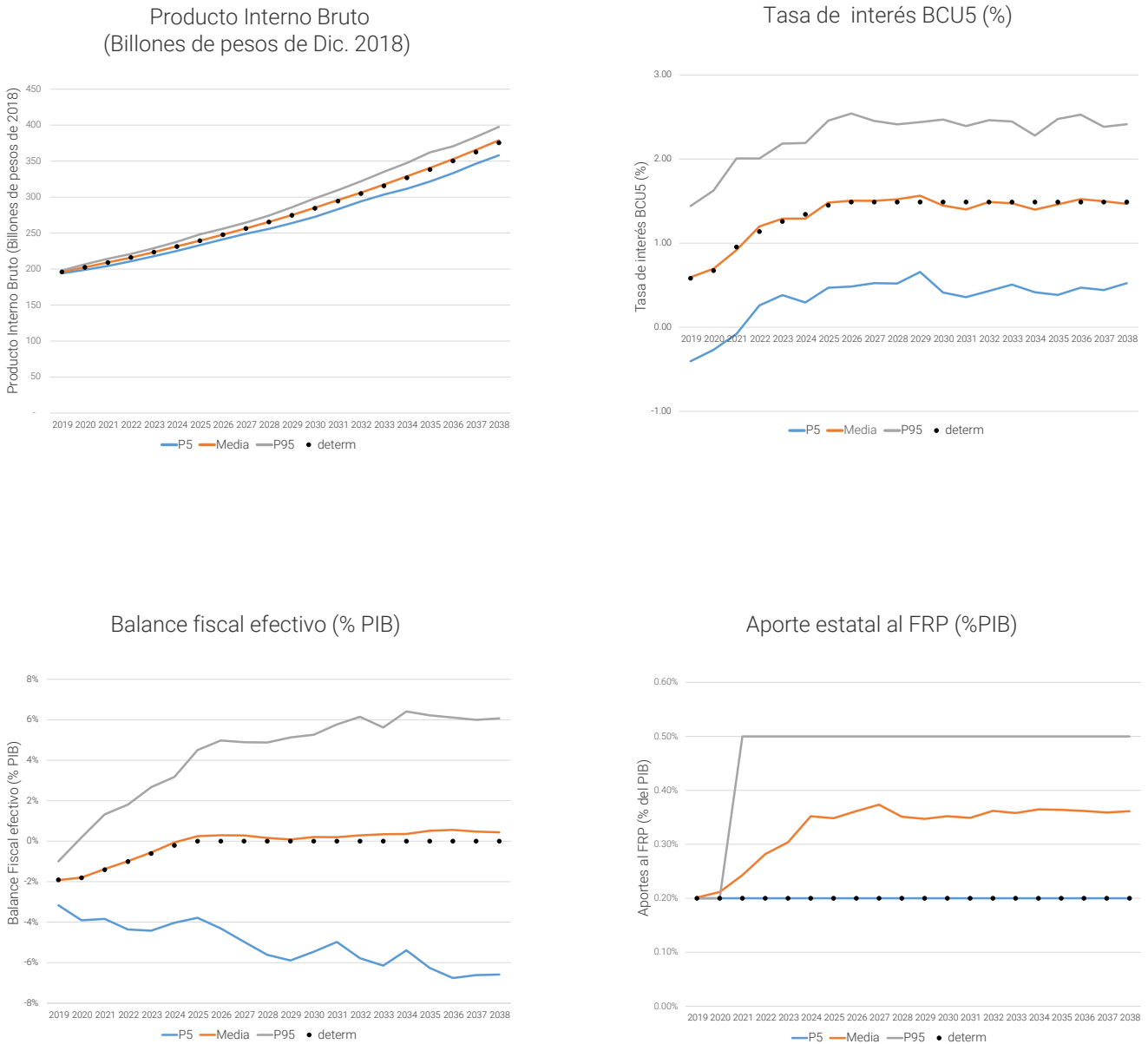
4.2.2. VARIABLES INTERMEDIAS

La figura 11 muestra la evolución de 3 estadísticos básicos (media, percentil 5% y percentil 95%) de la distribución de 4 variables clave en el modelo macro-fiscal, bajo el escenario central: El producto interno bruto, la tasa de interés de los BCU5, el balance efectivo y el porcentaje de aporte estatal al FRP. Adicionalmente, los gráficos muestran la evolución bajo la simulación determinística (puntos de color negro).

Se puede apreciar que en los 3 primeros casos, las trayectorias medias son bastante similares a la simulación determinística. Existe, sin embargo, amplia variación en torno a la trayectoria media, reflejada por la amplitud de la banda entre los percentiles 5 y 95 de cada variable. Esto refleja los valores extremos que toman algunos de los residuos obtenidos de la estimación, posteriormente utilizados en la simulación.

A diferencia de la simulación determinística del balance fiscal, bajo la cual la situación fiscal se encuentra siempre por debajo del piso de la banda de aportes (0,2% del PIB), las trayectorias estocásticas del balance efectivo y del correspondiente porcentaje de aporte al FRP presentan una significativa probabilidad de encontrarse en algunos casos en escenarios de superávit fiscal, bajo los cuales la tasa de aporte al fondo es superior al mínimo. Esto implica que la trayectoria positiva anticipada a partir de la simulación determinística se ve amplificada en el modelo estocástico puesto que hay trayectorias en que los aportes son superiores al 0,2% mínimo de aporte al fondo. Esto se ve reflejado en el cuarto gráfico, el cual muestra que el aporte al FRP es siempre 0,2% en el caso determinístico, mientras que el caso estocástico, el aporte medio en la segunda mitad del período de proyección es cercano al valor intermedio de la banda.

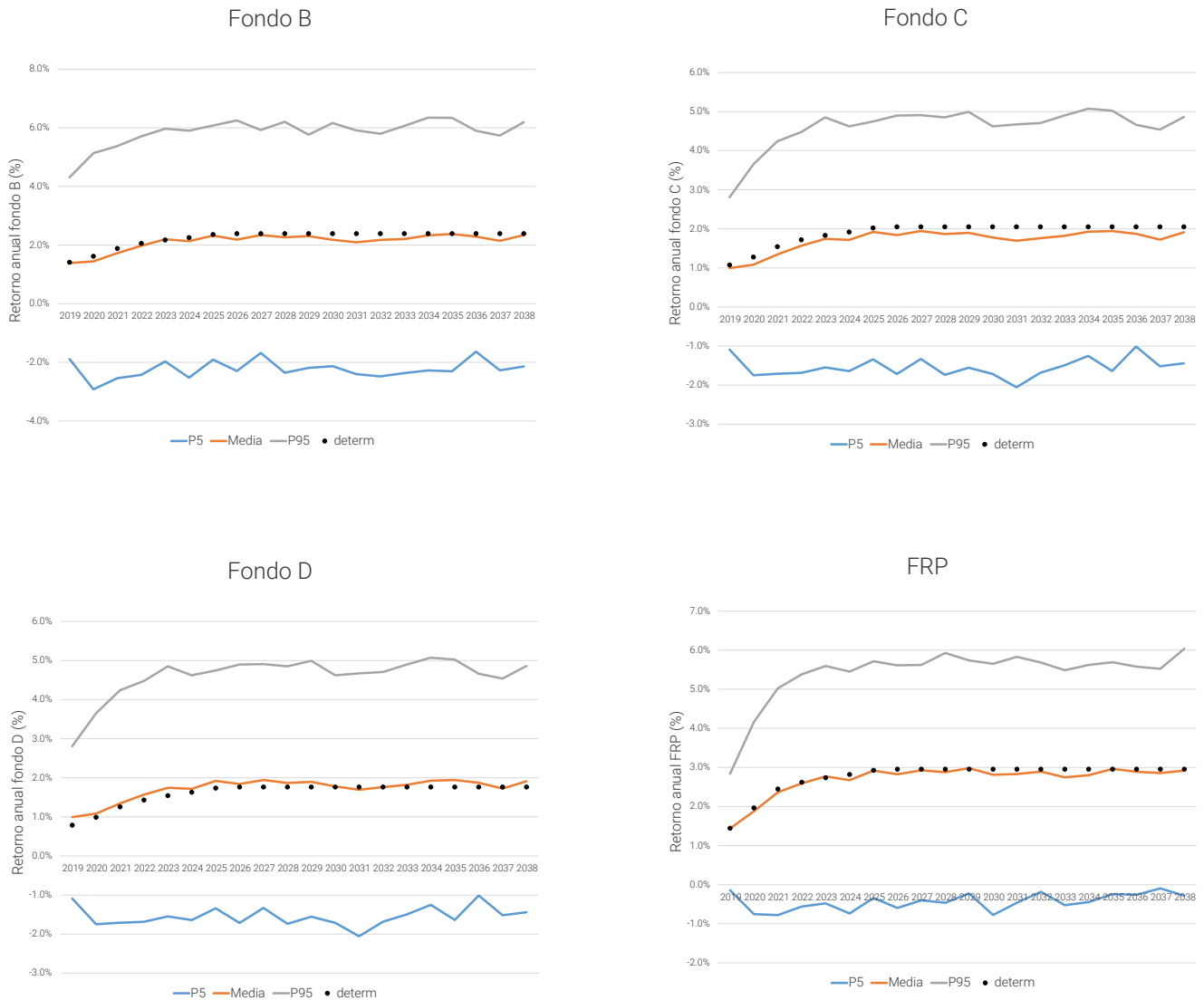
FIGURA 11 – DISTRIBUCIÓN VARIABLES MACRO-FISCALES (ESTOCÁSTICO Y DETERMINÍSTICO) ESCENARIO CENTRAL



Fuente: Elaboración propia.

Por su parte, la figura 12 muestra la evolución estocástica de los retornos financieros correspondientes a los fondos B, C y D y el FRP. Nuevamente, los retornos estocásticos se comportan, en promedio, de manera muy similar a la proyección determinística, pero con sustancial dispersión en torno a la misma, originada en la volatilidad de la tasa libre de riesgo.

FIGURA 12 – RETORNOS ANUALES FONDOS B, C Y D Y FRP (ESTOCÁSTICO Y DETERMINÍSTICO) ESCENARIO CENTRAL



Fuente: Elaboración propia.

4.2.3. EVOLUCIÓN ESTOCÁSTICA DEL FRP

En esta sección se muestran los resultados de la simulación estocástica del FRP.

En primer lugar, la tabla 12 muestra el detalle de la evolución del FRP en la trayectoria media del escenario central.⁷⁸ Esta se obtiene siguiendo los valores medios de aportes, retornos y retiros máximos (considerando además los costos de administración, custodia y otros). Al igual que en la simulación determinística, el fondo presenta una trayectoria creciente durante todo el horizonte de proyección. La principal diferencia radica en que los aportes

⁷⁸ Las tablas A.19 y A.20, disponibles en anexo, presentan la evolución de las distintas componentes del FRP, bajo los escenarios optimista y moderado y siguiendo la trayectoria media.

proyectados hacia el fondo son significativamente superiores a la estimación determinística como resultado, como se explicó anteriormente, de la regla de aportes al FRP: en el caso determinístico, los aportes son siempre iguales al valor inferior de la banda (0,2% del PIB) dado que el balance fiscal nunca sería positivo. En la proyección estocástica, en algunas de las trayectorias, el balance supera la cota inferior, generando aportes superiores al mínimo, con el consiguiente efecto sobre la evolución futura del FRP. A su vez este mayor saldo genera mayores retornos financieros, implicando una trayectoria más favorable para el mismo. En definitiva, el saldo proyectado hacia el 2038 presenta, en su trayectoria media, cerca de 749 millones de UFs.

Existe, sin embargo, una significativa dispersión en torno a esta trayectoria media. La tabla 13 muestra los principales estadísticos (media, mediana y percentiles 5% y 95%) de la trayectoria del FRP bajo los 3 escenarios. Se puede observar que en el escenario central, el valor mediano final del FRP es de 768 millones de UFs. El intervalo de 90% para el valor del final del FRP en el escenario central va desde los 389 hasta las 1.118 millones de UFs. En el escenario optimista, la distribución se traslada hacia arriba, alcanzando un valor mediano final de 897 millones de UFs. Lo opuesto ocurre en el escenario moderado, en cuyo caso el FRP alcanzaría en su valor mediano 556 millones de UFs. En este último caso, el percentil 5%, alcanzaría 296 millones de UFs, un valor positivo y superior al valor actual del FRP (UF244 millones). En otras palabras, el FRP sería sustentable a 20 años, incluso en el escenario moderado.

TABLA 12 – EVOLUCIÓN DEL FRP, TRAYECTORIA MEDIA, ESCENARIO ESTOCÁSTICO CENTRAL
(PESOS DE DICIEMBRE 2018)

	VALOR DE MERCADO INICIAL	APORTES	APORTES	RETIRO MÁXIMO	RETORNO FINANCIERO (INTERÉS DEVENGADO + GANANCIA DE CAPITAL)	COSTOS DE ADM., CUSTODIA Y OTROS	VALOR DE MERCADO FINAL	VALOR DE MERCADO FINAL
	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(% PIB)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(UF MILLONES)
2019	6.722.626	397.954	0,20%	498.657	96.635	3.187	6.715.372	243,61
2020	6.715.372	444.456	0,21%	507.553	125.656	3.183	6.774.747	245,77
2021	6.774.747	513.393	0,24%	509.693	159.322	3.211	6.934.557	251,56
2022	6.934.557	636.653	0,28%	514.581	179.221	3.287	7.232.564	262,37
2023	7.232.564	730.690	0,30%	517.387	199.935	3.428	7.642.373	277,24
2024	7.642.373	819.903	0,35%	521.728	204.803	3.622	8.141.728	295,36
2025	8.141.728	834.222	0,35%	528.688	238.583	3.859	8.681.987	314,96
2026	8.681.987	923.987	0,36%	534.024	245.165	4.115	9.313.000	337,85
2027	9.313.000	952.954	0,37%	537.104	270.938	4.414	9.995.374	362,60
2028	9.995.374	905.835	0,35%	541.885	286.144	4.738	10.640.730	386,01
2029	10.640.730	947.096	0,35%	549.724	316.130	5.044	11.349.188	411,71
2030	11.349.188	1.001.973	0,35%	555.892	317.528	5.380	12.107.418	439,22
2031	12.107.418	1.053.017	0,35%	559.724	340.984	5.739	12.935.956	469,28
2032	12.935.956	1.099.750	0,36%	567.002	372.232	6.132	13.834.804	501,88
2033	13.834.804	1.151.566	0,36%	574.630	374.954	6.558	14.780.137	536,18
2034	14.780.137	1.207.800	0,36%	578.191	412.141	7.006	15.814.882	573,71
2035	15.814.882	1.256.932	0,36%	587.899	464.319	7.496	16.940.738	614,56
2036	16.940.738	1.274.474	0,36%	588.449	489.347	8.030	18.108.080	656,90
2037	18.108.080	1.320.257	0,36%	590.153	518.676	8.583	19.348.277	701,89
2038	19.348.277	1.387.931	0,36%	630.328	558.864	9.171	20.655.573	749,32

Fuente: Elaboración propia

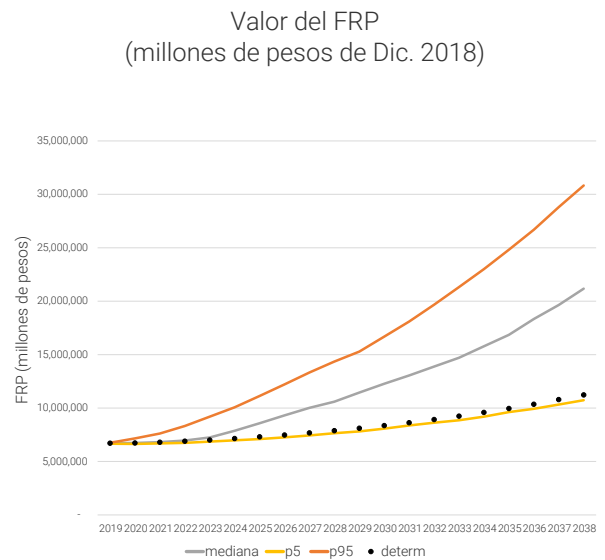
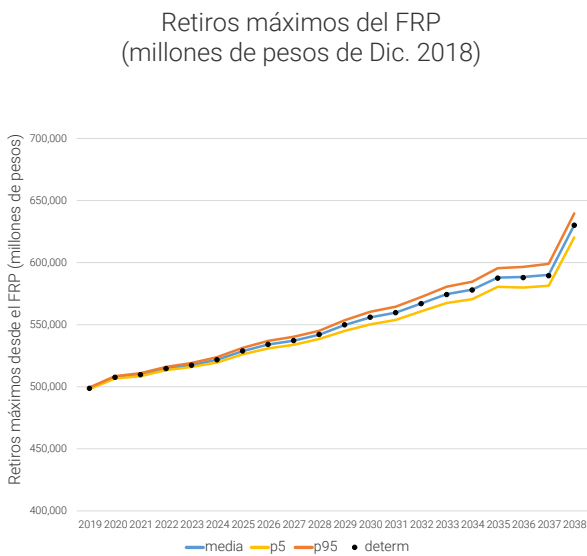
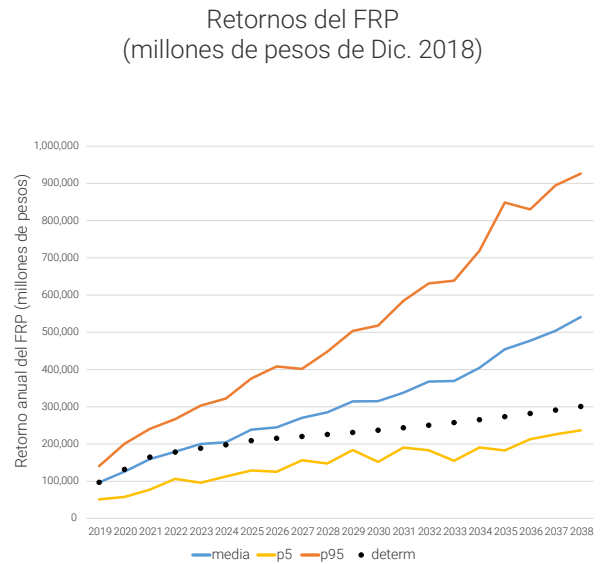
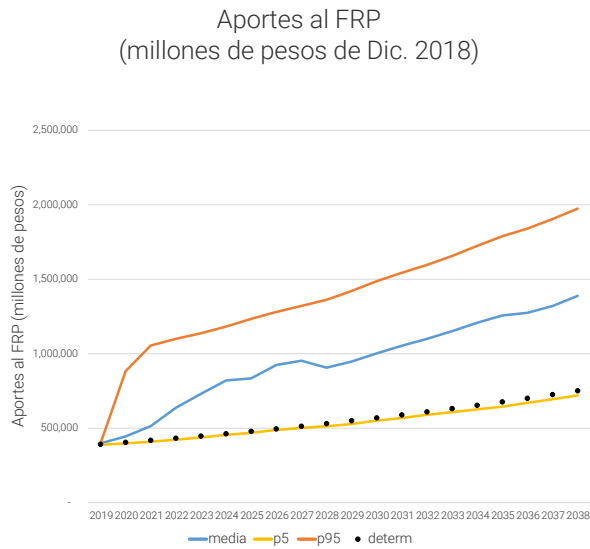
TABLA 13 – ESTADÍSTICOS DE LA EVOLUCIÓN ESTOCÁSTICA DEL FRP BAJO LOS 3 ESCENARIOS
(MILLONES DE UNIDADES DE FOMENTO)

	ESCENARIO CENTRAL				ESCENARIO OPTIMISTA				ESCENARIO MODERADO			
	P5%	MEDIA	MEDIANA	P 95%	P5%	MEDIA	MEDIANA	P 95%	P5%	MEDIA	MEDIANA	P 95%
2019	242	244	243	245	242	243	243	245	242	243	243	245
2020	241	246	244	260	242	247	246	263	241	245	244	253
2021	243	252	247	276	245	254	251	275	241	250	245	270
2022	245	262	253	302	250	268	258	304	241	257	249	294
2023	249	277	263	334	256	286	280	338	243	267	253	323
2024	253	295	286	365	263	307	299	375	246	280	259	353
2025	258	315	311	404	270	330	322	416	248	294	276	384
2026	263	338	338	443	281	356	343	461	250	311	290	416
2027	270	363	364	484	290	383	368	508	252	328	314	452
2028	277	386	384	521	300	412	392	556	253	345	334	488
2029	284	412	415	555	315	444	421	613	256	363	344	528
2030	293	439	445	605	329	480	467	666	263	383	361	568
2031	304	469	473	656	343	518	498	728	267	404	377	607
2032	313	502	504	714	361	562	554	794	270	426	400	648
2033	321	536	533	774	378	608	607	870	275	449	424	687
2034	334	574	572	834	398	659	671	956	279	472	445	734
2035	349	615	611	900	420	711	714	1,038	282	497	463	786
2036	360	657	665	968	453	767	753	1,123	287	524	491	829
2037	375	702	713	1,045	479	830	804	1,193	293	551	532	881
2038	389	749	768	1,118	502	893	897	1,289	296	579	556	940

Fuente: Elaboración propia

Para comprender mejor las fuentes de incertidumbre en la proyección del FRP, la figura 13 muestra, para el escenario central, la trayectoria (incluyendo el respectivo intervalo de confianza al 90%) de los 4 componentes principales del FRP: aportes, retiros máximos, retorno y valor del fondo. Los gráficos incluyen además las proyecciones determinísticas de cada una de las componentes, permitiendo apreciar que aunque los valores medios de los retiros máximos son muy similares a los determinísticos, los mayores aportes generados en las aquellas trayectorias que sobrepasan el valor inferior de la banda implican un desplazamiento hacia arriba de la distribución de aportes y del FRP en general. Se observa también que de los 3 componentes, la distribución de retiros máximos es la que presenta una menor varianza. La dispersión de resultados proviene fundamentalmente de la incertidumbre en tornos a los aportes a realizar (incluyendo tanto el PIB como el balance fiscal) y los retornos de los activos incluidos en el FRP.

FIGURA 13 – DISTRIBUCIÓN EN EL TIEMPO DE COMPONENTES DEL FRP, ESCENARIO CENTRAL



Fuente: Elaboración propia.

4.3. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

En esta sección se presentan los resultados de una serie de variaciones en torno a la proyección estocástica descrita en la sección anterior.

Estos análisis corresponden a lo siguiente:

- En primer lugar, se presentan los resultados de la simulación estocástica bajo el escenario macro-fiscal actualizado durante el mes de noviembre 2019, a partir de los supuestos presentados en la sección 3.3.5.
- En segundo lugar, se presenta el efecto sobre la proyección del FRP de aumentos en los beneficios del Pilar Solidario. En particular, se incorpora el aumento aprobado el 4 de diciembre 2019 que aumenta gradualmente la PBS y PMAS en un 50%.⁷⁹ Asimismo, se asume que a partir del 2020, se observarán aumentos en términos reales equivalente al aumento de los ingresos imponibles promedio (1.33% anual real).
- En tercer lugar, y buscando acercarse a las estimaciones realizadas en el estudio de Mercer sobre el retorno del FRP, se proyectó la evolución del fondo asumiendo que el retorno del FRP sería en todo momento inferior en 0.155% al retorno simulado mediante el procedimiento descrito en la sección anterior.⁸⁰
- Por último, se combinaron los 3 escenarios anteriores en uno sólo: asumiendo el escenario macro-fiscal post octubre 2019, aumentando los beneficios del SPS (50% en el año inicial y 1.33% real anual desde ese momento) y reduciendo los retornos del FRP en 0.155 puntos porcentuales en todo momento.

Adicionalmente, se realizó un ejercicio de simulación en el cual se modifica el procedimiento de generación de las trayectorias estocásticas. En particular, en lugar de otorgar la misma probabilidad de muestreo a cada uno de los 198 meses entre octubre 2002 y marzo 2019, se utilizan dos procedimientos alternativos: (i) Uno que emplea un decaimiento exponencial de manera de dar mayor probabilidad de muestreo a las observaciones más recientes y en que se duplica la probabilidad de muestrear los meses correspondientes al año 2008 (de manera de aumentar la exposición a una crisis financiera como la de ese año) y (ii) uno en que sólo se duplica la probabilidad del año 2018. En el anexo 2, se presenta el detalle de la simulación realizada y los resultados de la misma. En definitiva, la utilización de una probabilidad de muestreo uniforme durante la ventana histórica no parece estar afectando positivamente el desempeño del FRP; los resultados incluso mejoran al incorporar el procedimiento de decaimiento exponencial. Por este motivo, no se incluyeron dichos resultados en esta subsección.

El resumen de los resultados de la proyección estocástica (en torno al escenario central) de los 4 ejercicios de sensibilización se presenta en la tabla 14. La figura 14 muestra la evolución estocástica media del FRP en el escenario base y bajo los 4 ejercicios de sensibilidad. Podemos ver que, aunque los ejercicios de sensibilidad implican ya sea menores aportes, mayores desembolsos o menores retornos y por lo tanto redundan en una evolución más desfavorable, en ninguno de los ejercicios por separado se obtiene una trayectoria media decreciente para el FRP (aunque sí las hay en el percentil 5%). Por otro lado, se aprecia que el elemento de mayor impacto corresponde al significativo aumento de los beneficios del SPS, recientemente aprobado. Bajo este escenario (y en mayor medida en el escenario combinado), la parte baja del intervalo de 90% se encuentra cercano a 0 (el percentil 5 corresponde a 66 y 33 millones de UFs, respectivamente). En definitiva, incluso bajo los supuestos más conservadores, el FRP tiene una probabilidad superior al 95% de mantenerse solvente (superior a 0) durante los próximos 20 años (ver figura 15).

⁷⁹ Aunque la reforma aprobada es gradual y diferenciada según la edad de los beneficiarios, en la simulación se asume que esta entra en vigencia en forma completa a partir del año 2019.

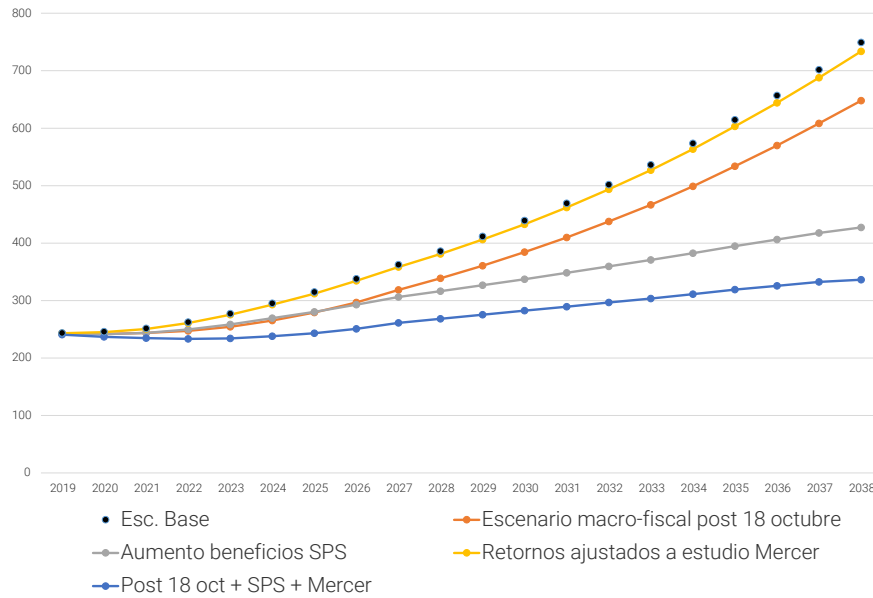
⁸⁰ En Mercer (2017), asumiendo un 40% de exposición a acciones, 100% de hedge en bonos y con 5% de inversión inmobiliaria, el retorno esperado del FRP sería 2.8% (página 82, alternativa 4). El retorno del FRP proyectado en nuestro modelo converge a 2.955% en el escenario central. De ahí la diferencia de 0.155%.

TABLA 14 – ESTADÍSTICOS DE LA EVOLUCIÓN ESTOCÁSTICA DEL FRP BAJO 4 EJERCICIOS DE SENSIBILIDAD
(MILLONES DE UNIDADES DE FOMENTO)

	ESCENARIO MACRO-FISCAL POST 18 OCTUBRE			AUMENTO BENEFICIOS SPS			RETORNOS AJUSTADOS A ESTUDIO MERCER			ESCENARIO MACRO-FISCAL POST 18 OCTUBRE + AUMENTO BENEFICIOS SPS + RETORNOS AJUSTADOS A ESTUDIO MERCER		
	P5%	MEDIA	P95%	P5%	MEDIA	P95%	P5%	MEDIA	P95%	P5%	MEDIA	P95%
2019	241	243	244	240	242	243	241	243	245	239	241	242
2020	238	242	244	237	241	256	240	245	259	233	237	239
2021	238	244	255	235	244	268	242	250	275	229	235	246
2022	239	247	269	232	250	289	243	261	300	225	233	255
2023	241	254	294	230	258	315	247	275	331	222	234	273
2024	243	265	323	227	269	339	251	293	363	216	238	296
2025	246	279	356	223	280	369	255	312	400	211	243	319
2026	251	297	388	219	293	398	260	334	439	205	251	342
2027	255	318	421	214	306	426	266	358	479	199	261	364
2028	261	339	460	208	316	449	273	381	515	191	268	389
2029	266	361	500	200	327	469	279	406	548	182	275	414
2030	274	384	541	192	337	502	288	433	597	173	282	437
2031	280	410	587	182	348	535	298	462	647	160	289	464
2032	287	438	632	171	360	568	306	494	703	147	297	488
2033	293	467	682	156	371	603	314	527	762	131	304	516
2034	302	499	740	142	383	639	326	563	821	116	311	548
2035	314	534	804	125	395	680	340	603	886	99	319	581
2036	323	570	862	107	406	717	351	644	952	79	326	610
2037	334	608	917	88	418	756	364	688	1,026	58	333	635
2038	344	648	978	66	427	792	378	734	1,097	33	336	662

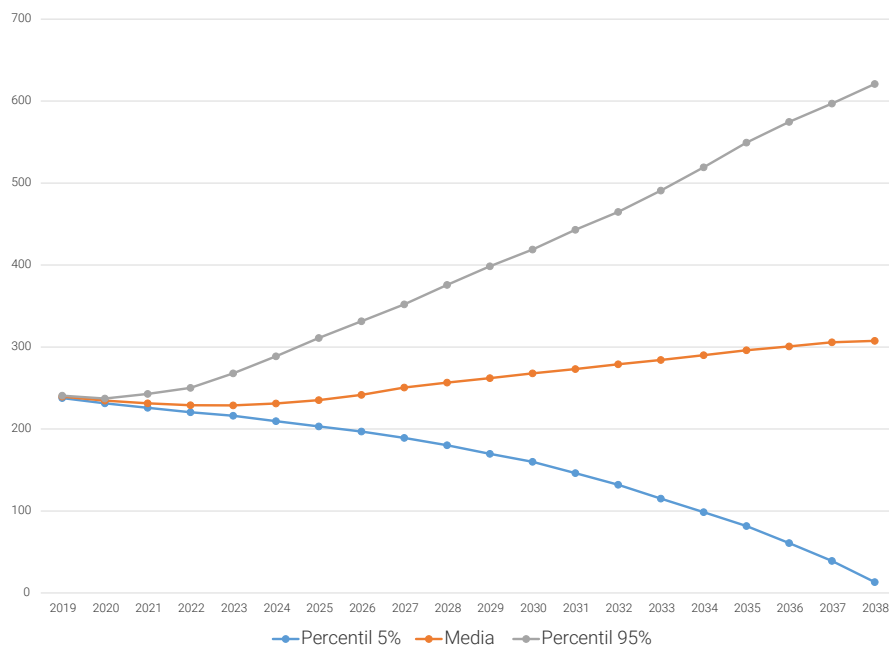
Fuente: Elaboración propia

FIGURA 14 – TRAYECTORIA MEDIA FRP BAJO ESCENARIOS DE SENSIBILIDAD (UF MILLONES)



Fuente: elaboración propia.

FIGURA 15 – TRAYECTORIA FRP, ESCENARIO POST 18 OCT + AUMENTO BENEFICIOS SPS + RETORNOS AJUSTADOS ESTUDIO MERCER (UF MILLONES)



Fuente: elaboración propia.

5. EVALUACIÓN LÍMITE DE 900 MILLONES DE UFS

Esta sección realiza una evaluación del límite de UF900 millones establecido en la LRF, el cual origina la detención de los aportes al FRP por parte del Fisco.

Para realizar una evaluación de este límite, es importante definir cuál es el objetivo que persigue el mismo. El párrafo que se refiere a este aspecto en la LRF dice lo siguiente:

“Tratándose del aporte a que se refiere la letra a), éste deberá efectuarse sólo hasta el año en que los recursos acumulados en el Fondo de Reserva alcancen una cantidad equivalente a 900.000.000 de unidades de fomento. Una vez alcanzada esa cantidad se entenderá cumplida la obligación señalada, por lo que no procederá efectuar ningún aporte por concepto de esta letra.”

Una forma de entender esta normativa es que lo que se persigue con los aportes es acumular suficientes fondos hasta alcanzar una cantidad suficiente para poder hacer frente a un período de crisis que implique una mayor demanda de recursos fiscales de origen previsional o una menor disponibilidad de recursos para financiar estas obligaciones.

Bajo esta interpretación, se podría pensar que el fisco, una vez alcanzado el límite fijado, dejaría de aportar al mismo y se limitaría a retirar únicamente el retorno financiero del fondo acumulado. De esta forma el fondo se mantendría en el límite establecido, a la espera de una situación de crisis que justifique su utilización.

En este entendido, la evaluación que se realiza a continuación persigue cuantificar la capacidad del FRP para hacer frente a las obligaciones máximas que se darían, si en el momento de iniciarse una crisis, el fondo se encontrara justo en el límite, no se realizaran más aportes y se aplicara el gasto máximo establecido en la normativa (un tercio de la diferencia entre el gasto corriente en el SPS y la cantidad correspondiente al año 2008).

Otra forma de entender la “prueba de tensión” propuesta (también denominada *stress test*) es que permite evaluar si el citado límite es al menos equivalente al valor presente neto de los pasivos del fondo, en un caso sumamente extremo.

A continuación se describe en mayor detalle el escenario de crisis simulado y los resultados para distintos valores iniciales del Fondo.

5.1. ESCENARIO DE TENSIÓN

Para efectos de definir un escenario adverso sobre el cual evaluar la sostenibilidad del FRP una vez que este ha alcanzado el saldo de las UF900 millones, se optó por utilizar los resultados de la simulación estocástica y configurar una situación particularmente negativa para el desempeño del fondo. La simulación sigue los siguientes pasos:

- La simulación inicia a fines del 2018, con un saldo hipotético de 900 millones de UFs.
- Desde el 2019 en adelante, no se realizan más aportes al FRP.
- Desde el 2019 en adelante, los retornos corresponden al percentil 5% de la distribución de retornos generada para el escenario base.
- Por último, se asume que a partir del año 2019 se retira el máximo establecido por ley y dicho máximo se obtiene del percentil 95% de la distribución de retiros máximos generada por la simulación estocástica.

La siguiente tabla resume los valores utilizados en la simulación y el valor resultante para el FRP en este escenario de estrés sostenido durante 20 años.

TABLA 15 – EVOLUCIÓN DEL FRP BAJO ESCENARIO DE TENSIÓN – EVALUACIÓN LÍMITE DE UF900 MILLONES
(UF MILLONES)

	VALOR DE MERCADO INICIAL	APORTES	PERCENTIL 95% DE RETIRO MÁXIMO	PERCENTIL 5% DE RETORNOS FINANCIEROS	COSTOS DE ADM., CUSTODIA Y OTROS	VALOR DE MERCADO FINAL
	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)
2019	900,0	0,0	18,1	6,8	0,4	888,3
2020	888,3	0,0	18,4	7,6	0,4	877,0
2021	877,0	0,0	18,5	10,1	0,4	868,2
2022	868,2	0,0	18,7	13,6	0,4	862,6
2023	862,6	0,0	18,8	12,1	0,4	855,5
2024	855,5	0,0	19,0	13,5	0,4	849,6
2025	849,6	0,0	19,3	14,9	0,4	844,8
2026	844,8	0,0	19,5	13,5	0,4	838,4
2027	838,4	0,0	19,6	14,0	0,4	832,4
2028	832,4	0,0	19,8	12,4	0,4	824,6
2029	824,6	0,0	20,1	14,5	0,4	818,7
2030	818,7	0,0	20,3	10,7	0,4	808,6
2031	808,6	0,0	20,5	14,3	0,4	802,0
2032	802,0	0,0	20,8	13,6	0,4	794,5
2033	794,5	0,0	21,1	9,3	0,4	782,4
2034	782,4	0,0	21,2	11,9	0,4	772,7
2035	772,7	0,0	21,6	11,0	0,4	761,7
2036	761,7	0,0	21,6	12,1	0,4	751,8
2037	751,8	0,0	21,7	13,6	0,4	743,3
2038	743,3	0,0	23,2	13,1	0,4	732,9

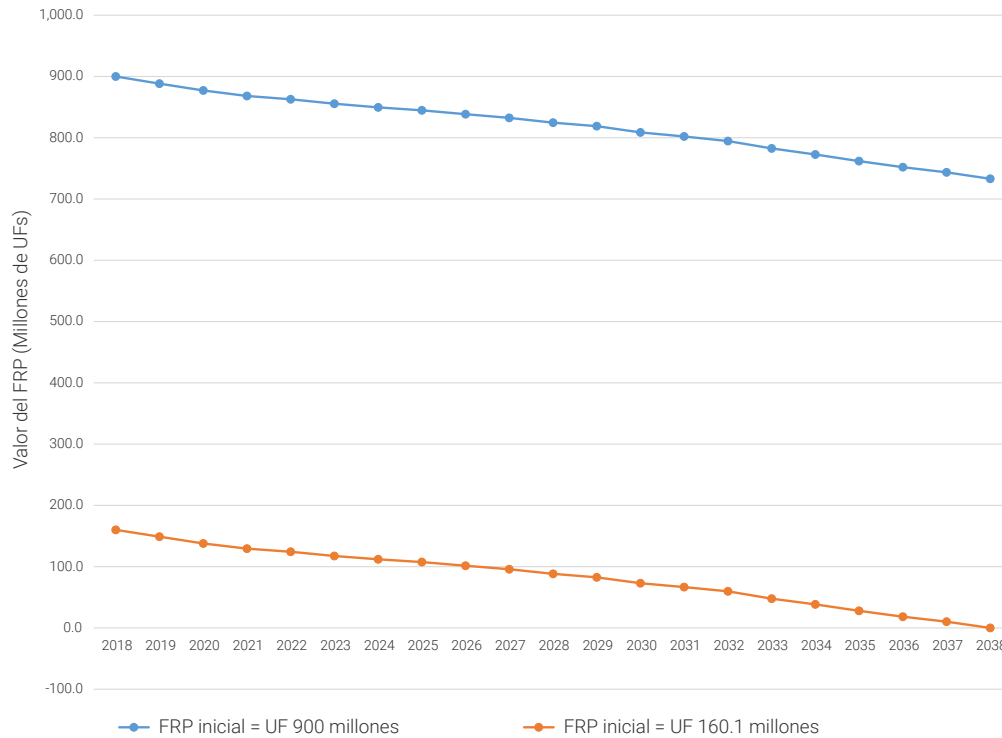
Fuente: Elaboración propia

Podemos apreciar que el FRP sería capaz de resistir los 20 años de realizaciones adversas simuladas, puesto que en el último año de simulación, el valor del fondo sería positivo (733 millones de UFs). En otras palabras, **el actual límite fijado por ley (UF900 millones) sería suficiente para soportar un escenario de stress de magnitud significativa y por un largo período de tiempo.**

Por otro lado, los resultados sugieren que con un límite inferior al actual, el FRP aún se mantendría no negativo en un horizonte de 20 años. El mínimo límite que permitiría resistir el escenario de stress aquí planteado corresponde a un valor de UF 185 millones.

La figura a continuación muestra la evolución del FRP bajo el escenario simulado, tanto partiendo desde el límite de UF 900 millones como si el valor inicial fuera igual al valor crítico descrito anteriormente (UF 160 millones).

FIGURA 16 – EVOLUCIÓN DE FRP BAJO ESCENARIO DE TENSIÓN
(UF MILLONES)



Fuente: elaboración propia.

5.2. EVALUACIÓN

Como se describió anteriormente, el ejercicio realizado busca evaluar si el límite de UF900 millones permite garantizar la disponibilidad de recursos durante el horizonte de proyección del presente estudio (20 años). Por lo tanto, la evaluación se enfocó en observar la solvencia del FRP al final de dicho horizonte.

Se aplicó la misma estructura del modelo estocástico presentado en la sección anterior, pero utilizando como marco de referencia el percentil correspondientes al 5% de la distribución de retornos y el percentil 95% de la distribución de retiros máximos. Se supuso además que, con posterioridad al 2018, no se realizan más aportes al fondo por parte del fisco (aunque se siguen percibiendo ganancias o pérdidas financieras).

La principal conclusión de este análisis es que, bajo el objetivo propuesto para el límite analizado, el límite de UF900 millones sería más que suficiente puesto que, bajo el escenario de tensión analizado (incluyendo el supuesto de que no se realizan más aportes al fondo), el fondo se mantendría positivo durante todo el horizonte de proyección. Un límite de UF 185 millones bastaría para asegurar sustentabilidad durante el horizonte de 20 años.

Es importante destacar que la simulación presentada no busca determinar si el límite actual es el correcto, sino más bien si el FRP sería sustentable (bajo los criterios utilizados en este estudio) bajo una situación de extrema tensión. El escenario presentado corresponde a una situación contrafactual (y por lo tanto poco plausible) en escenarios sumamente adversos para las distintas variables que se combinan y se mantienen durante un largo período de tiempo.

Por otro lado, bajo la lógica de suavizamiento del gasto o protección anti-cíclica ante eventos de crisis, se podría considerar cambiar la regla actual (bajo la cual se dejaría de realizar aportes al FRP una vez alcanzado el límite) por una en que existan situaciones que gatillen un nuevo proceso de aportes al fondo, en forma similar a los fondos de estabilización con reglas s-S.

5.3. LÍMITE DE UF 900 MILLONES, INTERPRETACIÓN COMO DOTACIÓN

Una forma alternativa de interpretar el límite de UF900 millones dice relación con la idea de que, una vez alcanzado ese límite, no sería necesario hacer más aportes porque los retornos del fondo serían suficientes para financiar los retiros máximos a perpetuidad. En otras palabras, alcanzando los UF900 millones el FRP serviría como dotación suficiente para financiar determinada fracción de los gastos del SPS.

Para evaluar si el límite es el adecuado bajo esta interpretación, se realiza un ejercicio similar al de la sección 5.1, pero en lugar de asumir escenarios adversos, se utilizan las trayectorias medias de retiros y retornos (y dejando en 0 los aportes). El objetivo a evaluar es si partiendo de un valor inicial de UF900 millones, la trayectoria final se encontraría al menos en este nivel, sin necesidad de realizar aportes.

La tabla 16 muestra la trayectoria del FRP bajo este escenario medio, sin aportes, y partiendo de UF900 millones. El resultado sugiere que, ante un régimen de retornos y retiros en torno a su media, el FRP partiendo al 2018 con UF900 millones sería sustentable por tiempo indeterminado sin necesidad de realizar nuevos aportes. De hecho, seguiría una trayectoria creciente, es decir, los retornos financieros superarían en forma consistente los retiros máximos desde el fondo.

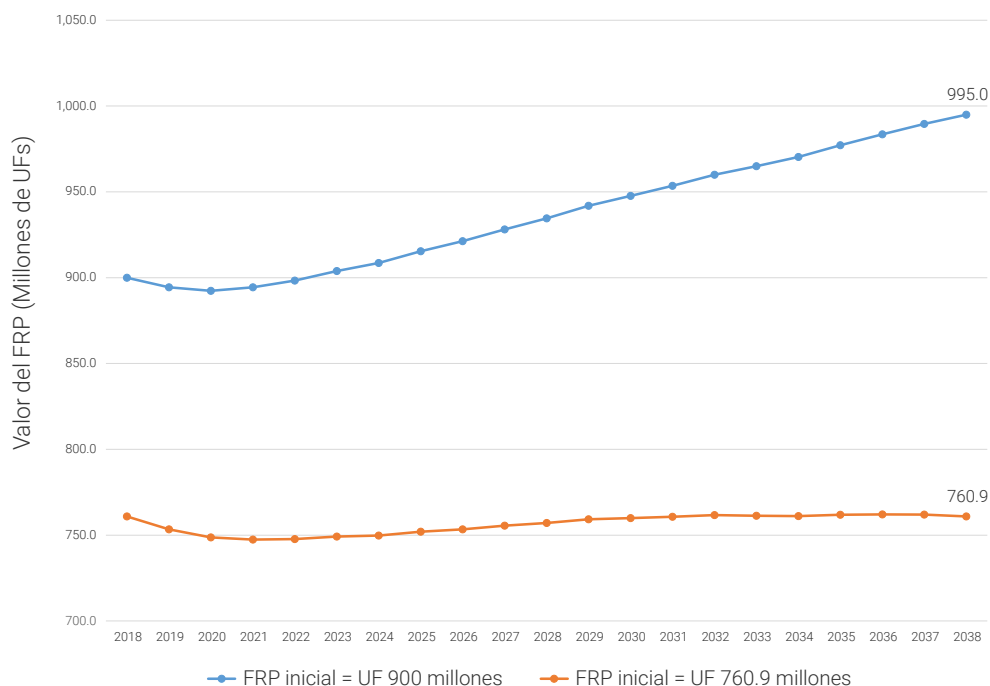
Resulta interesante determinar el nivel inicial de equilibrio, entendido como la dotación inicial del FRP que permitiría mantenerse en una trayectoria horizontal, al menos durante la ventana de 20 años. En otras palabras, el “*endowment*” inicial que implicaría retornos financiero aproximadamente equivalentes a los retiros máximos. La figura 17 muestra la trayectoria del FRP bajo este escenario intermedio, partiendo desde el nivel inicial de UF900 millones y partiendo desde un nivel de UF760,9 millones. Se puede observar que en este último caso, el nivel final del FRP equivaldría exactamente al nivel inicial, sin necesidad de realizar aportes durante el horizonte de proyección. Un análisis más detallado de esta simulación muestra que aunque inicialmente el FRP disminuiría en valor, la trayectoria creciente de los retornos medios permite compensar la caída inicial y en los niveles de equilibrio (en torno a 2,9%), permite financiar los retiros medios.

TABLA 16 – EVOLUCIÓN DEL FRP BAJO ESCENARIO INTERMEDIO SIN APORTES – EVALUACIÓN ALTERNATIVA LÍMITE DE UF900 MILLONES
(UF MILLONES)

	VALOR DE MERCADO INICIAL	APORTES	VALOR MEDIO DE RETIROS MÁXIMOS	VALOR MEDIO DE RETORNOS FINANCIEROS	COSTOS DE ADM., CUSTODIA Y OTROS	VALOR DE MERCADO FINAL
	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)	(UF MILLONES)
2019	900,0	0,0	18,1	12,9	0,4	894,4
2020	894,4	0,0	18,4	16,7	0,4	892,3
2021	892,3	0,0	18,5	21,0	0,4	894,4
2022	894,4	0,0	18,7	23,1	0,4	898,3
2023	898,3	0,0	18,8	24,8	0,4	903,9
2024	903,9	0,0	18,9	24,0	0,4	908,6
2025	908,6	0,0	19,2	26,4	0,4	915,4
2026	915,4	0,0	19,4	25,7	0,4	921,2
2027	921,2	0,0	19,5	26,8	0,4	928,1
2028	928,1	0,0	19,7	26,6	0,4	934,6
2029	934,6	0,0	19,9	27,7	0,4	941,9
2030	941,9	0,0	20,2	26,3	0,4	947,6
2031	947,6	0,0	20,3	26,7	0,4	953,6
2032	953,6	0,0	20,6	27,5	0,5	960,0
2033	960,0	0,0	20,8	26,2	0,5	964,9
2034	964,9	0,0	21,0	26,9	0,5	970,4
2035	970,4	0,0	21,3	28,6	0,5	977,2
2036	977,2	0,0	21,3	28,1	0,5	983,5
2037	983,5	0,0	21,4	28,0	0,5	989,6
2038	989,6	0,0	22,9	28,7	0,5	995,0

Fuente: Elaboración propia

FIGURA 17 – EVOLUCIÓN DE FRP BAJO ESCENARIO ALTERNATIVO DE TENSIÓN (UF MILLONES)



Fuente: elaboración propia.

6. CONCLUSIONES

El objetivo de este estudio consiste en cuantificar la capacidad del FRP de complementar en forma efectiva las necesidades de financiamiento del gasto fiscal previsional durante el horizonte de proyección.

Para el horizonte de proyección, se definieron 3 escenarios: un escenario central, uno optimista y uno moderado.

Bajo el análisis determinístico de los 3 escenarios básicos, el FRP aparece con una trayectoria creciente, incluso bajo el supuesto de máximos retiros anuales. En particular, la proyección determinística sugiere que en el escenario central, el FRP alcanzaría UF407 millones al año 2038, mientras que dicha cifra corresponde a UF 503 millones y UF 328 millones para los escenarios optimista y moderado, respectivamente. En dicho año, el fisco aportaría, en el escenario central, UF 27.2 millones, el gasto máximo sería de UF 22.9 millones y el retorno financiero UF 11.6 millones.

El resultado de sustentabilidad se mantiene al incluir elementos estocásticos, los cuales incluyen la variabilidad y co-movimientos de los distintos elementos que influyen en la evolución del FRP. Producto del carácter no lineal de la regla de aportes (la cual permite aportar una mayor fracción del PIB al FRP en presencia de un superávit fiscal superior al 0,2% del PIB) la simulación estocástica arroja valores medios muy superiores a la proyección determinística. De acuerdo a estos resultados, el FRP sería superior a su valor actual incluso si ocurriera la trayectoria correspondiente al percentil 5% de la distribución bajo el escenario central. El resultado de sustentabilidad se mantiene incluso en el percentil 5% del escenario moderado, bajo el cual el FRP alcanzaría al 2038 un valor superior al valor actual (296 millones de UFs, en comparación con los 244 millones actuales).

La principal explicación detrás del resultado de sustentabilidad general del FRP es que los aportes mínimos definidos por ley (0,2% del PIB) casi permiten cubrir los retiros máximos considerados para el FRP (equivalentes

a un tercio de la diferencia entre el gasto en el SPS en un año determinado y aquel del año 2008). Los retornos financieros permiten entonces que todos los años se obtenga un flujo neto positivo hacia el fondo, el cual aumenta progresivamente el valor del fondo, lo que implica crecientes ingresos por concepto de retornos financieros.

Dados los acontecimientos ocurridos en Chile a partir del 18 de octubre de 2019 y los consecuentes ajustes a las proyecciones macro-fiscales, así como los cambios al SPS que fueron impulsados producto de las demandas sociales, se realizó un análisis de sensibilidad en torno a la simulación estocástica central. En particular, se consideraron 3 cambios a los supuestos del modelo central: (i) Se incorporaron nuevas proyecciones macro-fiscales originadas en las actualizaciones realizadas por la autoridad y las expectativas de mercado en relación al crecimiento, tipo de cambio, inversión y gasto fiscal de corto y mediano plazo, (ii) se incorporó el reciente aumento a los beneficios del SPS (de 50%), asumiendo además un crecimiento real futuro acorde con los salarios reales y (iii) se redujo el retorno esperado del FRP en 0,155%, de manera de aproximarlos al retorno estimado por Mercer (bajo una metodología distinta). En conjunto, los 3 ajustes implican una visión más conservadora de los prospectos del FRP hacia adelante (menores aportes, menores retornos, mayores retiros). Sin embargo, las simulaciones sugieren que el FRP se mantendría sustentable (superior a 0 durante el horizonte de proyección) en más del 95% de los casos. De hecho, bajo la trayectoria intermedia en este escenario, el FRP alcanzaría UF336 millones al 2038 (superiores a las actuales UF244 millones). Sin embargo, la trayectoria correspondiente al percentil 5 de esta distribución llegaría al cabo de 20 años a valores muy cercanos a 0 (UF33 millones) y probablemente cruzaría el origen en caso de proseguir la proyección más allá de los 20 años.

En definitiva, las simulaciones bajo los cambios recientes sugieren que pueden existir escenarios en que el FRP no sería capaz de financiar los retiros máximos considerados por ley, aunque de momento la probabilidad de dichos escenarios se mantiene baja (inferior al 5%).

Adicionalmente al análisis de sustentabilidad del FRP, se llevó a cabo una evaluación del límite de UF 900 millones, asumiendo que el objetivo deseado para este límite es que un balance de dicha magnitud debiera ser suficiente para afrontar un escenario de estrés significativo, sin aportes adicionales del fisco. Combinando para todo el horizonte de proyección el percentil 5% de la trayectoria de retornos y el percentil 95% de la trayectoria de retiros máximos, se concluye que el FRP se mantendría positivo en el último año de proyección y que partiendo de UF 160,1 millones, se mantendría la sustentabilidad a 20 años, incluso en este escenario extraordinariamente adverso.

En forma complementaria al análisis anterior, el cual asume que el objetivo del límite radica en su capacidad de hacer frente a una situación de crisis, se observó la trayectoria predicha en un escenario intermedio de retiros y retornos, pero manteniendo en 0 los aportes. El objetivo es determinar si en circunstancias normales, los retornos generados por los UF900 millones serían suficientes para financiar los retiros máximos por tiempo indefinido. Bajo esta interpretación del límite como dotación ("*endowment*"), la pregunta de sustentabilidad se enfoca en ver si el nivel final del FRP (al 2038) es al menos igual al valor inicial. La evaluación bajo esta óptica sugiere que una dotación inicial de UF900 millones sería más que suficiente para hacer frente al valor presente de los retiros máximos del fondo. De hecho, una dotación inicial de UF760,9 millones sería suficiente para alcanzar al 2038 un nivel similar al inicial.

Vale la pena destacar que el modelo desarrollado para llevar a cabo estas simulaciones se encuentra en la frontera en lo referente a modelación de proyecciones de un fondo soberano como el FRP. La modelación de las obligaciones a ser financiadas por el FRP a partir de un modelo dinámico de microsimulación representa la dirección hacia la que están avanzando los modelos actuariales, gracias al mayor nivel de heterogeneidad que permiten modelar por las facilidades computacionales modernas y la ubicuidad de datos administrativos. Por su parte, la modelación macro-fiscal logra balancear la necesidad de mantener coherencia macro en la proyección de los principales factores que afectan el FRP con la necesidad de ajustarse a las tendencias históricas recientes de dichas variables. Por último, la modelación de los factores financieros, un aspecto clave en un fondo soberano en que tanto los activos como los pasivos dependen de la rentabilidad de distintas clases de instrumentos financieros, se lleva a cabo utilizando la experiencia adquirida en las últimas décadas en materia de modelación estocástica.

ANEXO 1: CONDICIONES DE EQUILIBRIO ADICIONALES DEL MODELO MACRO-FISCAL

Las condiciones de optimalidad del problema del hogar representativo presentado en la sección 3.2 son las siguientes:

$$U_1(C_t, H_t^C, H_t^M, \zeta_{H,t}) = \lambda_t P_t$$

$$\frac{\lambda_t}{1+r_t} = \lambda_t \Phi_{B^*} \left(\frac{B_{t+1}^*}{\Gamma_t} - B^* \right) + \beta \mathbb{E}_t[\lambda_{t+1}]$$

$$q_t^C = \beta \mathbb{E}_t[\lambda_{t+1} (R_{t+1}^C u_{C,t+1} - P_t \Psi_C(u_{C,t+1})) + q_{t+1}^C (1 - \delta)]$$

$$q_t^M = \beta \mathbb{E}_t[\lambda_{t+1} (R_{t+1}^M u_{M,t+1} - P_t \Psi_M(u_{M,t+1})) + q_{t+1}^M (1 - \delta)]$$

$$\lambda_t P_t = q_t^C [S(I_t^C, I_{t-1}^C) + S_1(I_t^C, I_{t-1}^C) I_t^C] + \beta \mathbb{E}_t[q_{t+1}^C S_2(I_{t+1}^C, I_t^C) I_{t+1}^C]$$

$$\lambda_t P_t = q_t^M [S(I_t^M, I_{t-1}^M) + S_1(I_t^M, I_{t-1}^M) I_t^M] + \beta \mathbb{E}_t[q_{t+1}^M S_2(I_{t+1}^M, I_t^M) I_{t+1}^M]$$

$$R_t^C = \Psi_C'(u_{C,t})$$

$$R_t^M = \Psi_M'(u_{M,t})$$

En las expresiones de arriba $U_k(\cdot)$ y $S_l(\cdot)$ denotan, respectivamente, las derivadas de la función de utilidad y costos de ajuste del capital con respecto a sus argumentos k y l , mientras que $\Psi_j'(\cdot)$ es la derivada de la función de costos de utilización del capital en el sector $j = C, M$. λ_t es la utilidad marginal de ingreso expresada en términos de la canasta de bienes externos y q_t^j es el beneficio marginal y descontado de una unidad de tener una unidad de capital en el sector $j = C, M$.

Por el lado de las empresas, la combinación óptima de bienes internos no cobre y bienes importados debe satisfacer las siguientes condiciones:

$$P_t F_1(D_t^M, D_t^F) = P_t^M$$

$$P_t F_2(D_t^M, D_t^F) = P_t^F$$

donde $F_k(\cdot)$ denota la deriva de $F(\cdot)$ con respecto a su argumento k . Combinando las dos últimas expresiones podemos obtener una ecuación para la demanda relativa de bienes internos no cobre e importados:

$$\frac{F_1\left(\frac{D_t^M}{D_t^F}, 1\right)}{F_2\left(\frac{D_t^M}{D_t^F}, 1\right)} = \frac{P_t^M}{P_t^F}$$

En el caso de las empresas exportadoras de cobre o bienes mineros, la combinación óptima de factores productivos y el insumo intermedio satisfacen:

$$P_t^C A_t^C G_1^C (u_{C,t} K_{t-1}^C, \Gamma_t H_t^C, F_t^C, E_t^C) = R_t^C$$

$$P_t^C A_t^C G_2^C (u_{C,t} K_{t-1}^C, H_t^C, F_t^C, E_t^C) \Gamma_t = W_t$$

$$P_t^C A_t^C G_4^C (u_{C,t} K_{t-1}^C, \Gamma_t H_t^C, F_t^C, E_t^C) = P_t^M$$

donde $G_k^C(\cdot)$ es la derivada de la función $G^C(\cdot)$ con respecto a su argumento k . Asumiremos que la función $G^C(\cdot)$ es homogénea de grado 1. Sin embargo, a pesar de esto las empresas del sector cobre tendrán utilidades por la presencia del factor exógeno, F_t^C .

Para las empresas en los sectores no mineros, la demanda por capital y trabajo de este sector satisfacen las siguientes condiciones:

$$P_t^M A_t^M G_1^M (u_{M,t} K_{t-1}^M, \Gamma_t H_t^M) = R_t^M$$

$$P_t^M A_t^M G_2^M (u_{M,t} K_{t-1}^M, H_t^M) \Gamma_t = W_t$$

donde $G_k^M(\cdot)$ es la derivada de la función $G^M(\cdot)$ con respecto a su argumento k . Consideraremos que la función $G^M(\cdot)$ es homogénea de grado 1 y, por lo tanto, las utilidades de estas empresas son cero en equilibrio.

ANEXO 2: ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD ANTE DISTINTOS PROCEDIMIENTOS DE MUESTREO

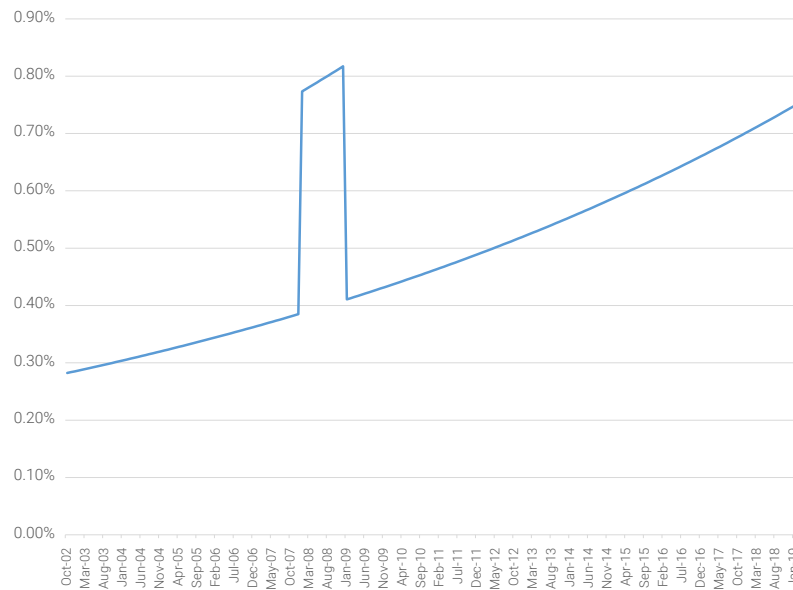
En la proyección estocástica presentada en este informe, se realiza un procedimiento de muestreo de los residuos macro-fiscales y financieros históricos (entre octubre 2002 y marzo 2019). Por defecto, cada mes en dicha ventana tiene la misma probabilidad de ser muestreado. En este anexo, se presentan resultados de dos procedimientos alternativos: uno con decaimiento exponencial de la probabilidad y con énfasis en los meses del año 2008 y otro en que sólo se potencia la probabilidad de seleccionar los períodos del año de la crisis financiera internacional.

En el primer caso, la fórmula utilizada para determinar la probabilidad de selección de un determinado mes es la siguiente:

$$Prob(\text{muestreo}|t) = \frac{\exp(-\theta \cdot t) \cdot (1 + 1\{t \in 2008\})}{\sum_{s=0}^{197} \exp(-\theta \cdot s) \cdot (1 + 1\{s \in 2008\})}$$

donde t representa el tiempo (en meses) entre una determinada fecha y la última fecha observada (marzo 2019). El parámetro θ representa la velocidad a la que cae la probabilidad de ser muestreado a medida que la observación se aleja en el tiempo. Se utilizó un parámetro θ de 0,005. La expresión $1\{t \in 2008\}$ es una función indicatriz igual a 1 si el mes t pertenece al año 2008. La estructura de probabilidades resultantes se muestra en la siguiente figura.

PROBABILIDAD DE MUESTREO DE CADA MES – DECAIMIENTO EXPONENCIAL



Fuente: elaboración propia.

En el segundo caso, se descarta el decaimiento exponencial, por lo que la fórmula para la probabilidad de selección de un determinado mes es la siguiente:

$$Prob(muestreo|t) = \frac{(1 + 1\{t \in 2008\})}{\sum_{s=0}^{197} (1 + 1\{s \in 2008\})}$$

Los resultados de las simulaciones con estos 2 procedimientos se presentan en la siguiente tabla. Se observa en primer lugar que bajo el primer procedimiento, y contrariamente a lo que se hubiera esperado, el desempeño del FRP es mejor que en el escenario base. Esto podría explicarse por el desempeño positivo que han experimentado las clases de activos que conforman el FRP en los últimos años; al darles mayor preponderancia, mejora el desempeño financiero del FRP. Bajo el segundo procedimiento de muestreo alternativo (en que se duplica la probabilidad de los 12 meses del 2008), el resultado es estadísticamente idéntico al escenario base. En definitiva, no parece ser que el procedimiento de muestreo utilizado en este informe (probabilidad uniforme durante la ventana de simulación histórica) esté afectando positivamente la proyección estocástica del FRP.

ESTADÍSTICOS DE LA EVOLUCIÓN ESTOCÁSTICA DEL FRP EN ESCENARIO BASE Y BAJO 2 PROCEDIMIENTOS ALTERNATIVOS DE MUESTREO DE RESIDUOS HISTÓRICOS (MILLONES DE UNIDADES DE FOMENTO)

	BASE			MUESTREO DIFERENCIADO - DECAIMIENTO + 100% 2008			MUESTREO DIFERENCIADO - SOLO 100% 2008		
	P5	MEDIA	P95	P5	MEDIA	P95	P5	MEDIA	P95
2019	242	244	245	242	244	246	242	243	245
2020	241	246	260	242	249	268	241	247	267
2021	243	252	276	244	258	293	243	253	291
2022	245	262	302	246	273	321	246	261	307
2023	249	277	334	252	292	353	250	276	328
2024	253	295	365	256	315	386	254	294	358
2025	258	315	404	261	339	423	259	316	391
2026	263	338	443	268	365	458	265	340	427
2027	270	363	484	279	395	500	269	363	465
2028	277	386	521	287	426	542	277	388	508
2029	284	412	555	300	461	587	284	414	548
2030	293	439	605	309	500	639	292	444	597
2031	304	469	656	350	543	696	301	474	641
2032	313	502	714	377	588	750	308	509	698
2033	321	536	774	405	636	805	317	544	759
2034	334	574	834	426	688	866	328	580	818
2035	349	615	900	461	744	942	338	620	880
2036	360	657	968	493	804	1,023	358	662	950
2037	375	702	1,045	531	869	1,094	372	705	1,021
2038	389	749	1,118	568	936	1,182	390	752	1,094

ANEXO 3: TRATAMIENTO DE LA COBERTURA CAMBIARIA DE LOS ÍNDICES DE RENTA FIJA DE BLOOMBERG

Esta sección profundiza en la metodología de cobertura cambiaria utilizada para calcular el valor de los índices de Renta Fija de Bloomberg, y que son utilizados por el comparador referencial del FRP.

Retorno sin cobertura cambiaria

Considere el caso de un inversionista que compra un bono denominado en moneda extranjera al comienzo del mes, y lo vende al final y convierte su valor a moneda doméstica. En este caso la rentabilidad obtenida por el inversionista será:

$$\begin{aligned} \text{Ret Moneda Base} &= (1 + \text{Ret moneda local}) * (1 + \text{apreciación tipo de cambio}) - 1 \\ &= \text{Ret moneda local} + \text{apreciación tipo de cambio} + \text{Ret moneda local} * \\ &\quad \text{apreciación tipo de cambio} \end{aligned}$$

A fin de mantener las herramientas de análisis lo más intuitivas posible, Bloomberg descompone los retornos de los índices en componente aditivos. En particular, el retorno del tipo de cambio se define como:

$$\text{Ret tipo cambio} = \text{Ret Moneda Base} - \text{Ret Moneda Local}$$

en donde

$$\text{Ret Moneda Local} = \text{Ret Precio} + \text{Ret Cupón} + \text{Ret Amortización}$$

Retorno con Cobertura Cambiaria

Considere ahora el caso de la versión con cobertura cambiaria del retorno. La posición en un índice de bonos denominados en moneda extranjera de un índice con cobertura cambiaria corresponde, de hecho, a una posición en dos instrumentos: el bono más un forward de moneda a un mes:

$$\text{Ret Total Moneda Base (Cubierto)} = \text{Ret Moneda Base (sin cobertura)} + H * (\text{Ret Forward})$$

en donde H es el tamaño de la cobertura de moneda, medido en la moneda base, y

$$\text{Ret Forward} = (\text{Valor Fwd} - \text{FX}_{\text{end}}) / \text{FX}_{\text{beg}}$$

en donde Valor Fwd es el número de unidades a ser recibidas en moneda base por cada unidad de la moneda local entregada en el contrato forward. Este valor es fijado de acuerdo a las condiciones de mercado al comienzo del mes y recibido a la fecha de entrega al final del mes. La ecuación anterior puede ser re-escrita como:

$$\text{Ret Total Moneda Base (Cubierto)} = \text{Ret Moneda Local} + \text{Ret Tipo de Cambio (sin cobertura)} + H * (\text{Ret Forward})$$

Nótese que los dos últimos términos en la ecuación anterior se mueven en forma opuesta. Si la cobertura es perfecta, estos términos se reducirían a una constante y eliminarían toda la sensibilidad al tipo de cambio al final del mes.

Para activos distintos de las hipotecas, Bloomberg fija H de la siguiente forma:

$$H = \left(1 + \frac{TIR}{2}\right)^{1/6}$$

H es el valor proyectado del valor de mercado del activo de renta fija al final del mes.

Para cada moneda, la cobertura del índice completo es el promedio de las coberturas ponderadas por el peso al comienzo del mes. Dado que los índices con cobertura cambiaria están diseñados para ser implementables por los inversionistas al comienzo de mes, no son perfectos: el bono tendrá una exposición residual al tipo de cambio luego de la cobertura. Este residuo corresponde a la diferencia entre el valor proyectado del activo a final de mes y su valor efectivo.

Por último, si se desea convertir la rentabilidad de los índices cubiertos de Bloomberg a CLP, el retorno resultante corresponde, simplemente, a sumar al retorno de la ecuación anterior la diferencia entre el retorno del tipo de cambio USD-CLP, menos la rentabilidad de una venta forward de USD por CLP. Dado que en dicho caso no hay posibilidad de error en determinar el monto de USD a ser cubiertos (no hay "riesgo de base"), la cobertura será perfecta.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguiar, M., y G. Gopinath, 2007, “Emerging Market Business Cycles: The Cycle Is the Trend,” *Journal of Political Economy* 115, 69-102.
- Ang, A. y G. Bekaert (2007): “Return Predictability: Is It There?” *Review of Financial Studies* 20(3), 651-707.
- Arenas de Mesa, A., Benavides, P., González, L., y J.L. Castillo (2008): “La Reforma Previsional Chilena: Proyecciones Fiscales 2009-2025,” *Estudios de Finanzas Públicas*. Dirección de Presupuesto. Ministerio de Hacienda de Chile.
- Banco Central de Chile (2003): “Modelos macroeconómicos y proyecciones del Banco Central de Chile 2003”, Diciembre.
- Bank of International Settlements (BIS) (1988), “International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards”.
- Bansal, R. y A. Yaron (2004): “Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles,” *Journal of Finance* 59(4), 1481-1509.
- Barone-Adesi, G., Engle, R.F. y L. Mancini (2008): “A GARCH Option Pricing Model with Filtered Historical Simulation,” *Review of Financial Studies* 21(3), 1223-1258.
- Baxter, M., and R. King (1993), “Fiscal Policy in General Equilibrium,” *American Economic Review* 83(3), 315-334.
- Bernanke, Ben, Mark Gertler y Simon Gilchrist, 1999, “The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework,” en *Handbook of Macroeconomics 1©*, editado por J.B. Taylor y M. Woodford. Amsterdam: Elsevier Science, North-Holland.
- Bernstein, S., Larraín, G. y F. Pino (2006): “Chilean Pension Reform: Coverage Facts and Policy Alternatives,” *Economía* 6(2), 227-279.
- Blake, D., Cairns, A. J., & Dowd, K. (2006). Living with mortality: Longevity bonds and other mortality-linked securities. *British Actuarial Journal*, 12(01), 153-197.
- Blanchard, Olivier y Jordi Galí, 2007, “The Macroeconomic Effects of Oil Price Shocks: Why are the 2000s so different from the 1970s?,” NBER Chapters, in: *International Dimensions of Monetary Policy: 373-421* National Bureau of Economic Research, Inc.
- Blanchard, O. y J. Galí, 2010, “Labor Markets and Monetary Policy: A New Keynesian Model with Unemployment,” *American Economic Journal: Macroeconomics* 2(2), 1-30.
- Bloom, Nicholas, 2009, “The impact of uncertainty shocks” *Econometrica* 77(3): 623–685
- Bocola, L. y N. Gornemann (2013): “Risk, Economic Growth, and The Value of U.S. Corporations,” Working Paper #13-10, Federal Reserve Bank of Philadelphia.
- Boldrin, M., L. Christiano, y J. Fisher (2001): “Habit Persistence, Asset Returns and the Business Cycle,” *American Economic Review* 91(1), 149-166.
- Brayton, Flint y Peter Tinsley, 1996, “A Guide to FRB/US: A Macroeconomic Model of the United States.” Finance and Economics Discussion Series 1996-42, Federal Reserve Board.
- Breeden, D.T. (1979): “An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities,” *Journal of Financial Economics* 7(3), 265-296.
- Breeden, D.T., M.R. Gibbons y R.H. Litzenberger (1989): “Empirical Tests of Consumption-Oriented CAPM,” *Journal of Finance* 44(2), 231-262.

- Brown, J., R. Clark y J. Rauh (2011): “The economics of state and local pensions”, *Journal of Pension Economics and Finance*, Vol 10(2), pp. 161-172.
- Brunner, G., Hinz, R. y R. Rocha (2008), “Risk-Based Supervision of Pension Funds: A Review of International Experience and Preliminary Assessment of the First Outcomes”, World Bank Policy Research Working Paper No. 4491.
- Cairns, A. J., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G. D., Epstein, D., Ong, A., & Balevich, I. (2009). A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England and Wales and the United States. *North American Actuarial Journal*, 13(1), 1-35.
- Calomiris, C.W. y H. Mamaysky (2019): “How news and its context drive risk and returns around the world,” *Journal of Financial Economics* (por aparecer).
- Campbell, J.Y. y R.J. Shiller (1988): “The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors,” *Review of Financial Studies* 1(3), 195-228.
- Campbell, J.Y. y T. Vuolteenaho (2004): “Inflation Illusion and Stock Prices,” *American Economic Review* 94(1), 19-23.
- Caputo, R., y Núñez, M. (2008). Equilibrium real exchange rate in Chile: Alternative approaches. *Journal Economía Chilena*, 11(2), 59-77.
- Carrière-Swallow, Yan y Luis Felipe Céspedes, 2013, “The impact of uncertainty shocks in emerging economies,” *Journal of International Economics* 90(2): 316-325.
- Castañeda, P., Castro, R., Céspedes, L.F., Fajnzylber, E., Sherris, M., and Villatoro, F. “Estudio Sobre La Sustentabilidad Del Fondo de Reserva de Pensiones.” Dirección de Presupuestos, Ministerio de Hacienda, Diciembre 2013.
- Castañeda, P., Castro, R., Fajnzylber, E., Medina, J.P., and Villatoro, F. “Estudio Sobre La Sustentabilidad Del Fondo de Reserva de Pensiones.” Dirección de Presupuestos, Ministerio de Hacienda, Julio 2016.
- Chen, J., Jiang, F, Xue, S. y J. Jao (2019): “The World Predictive Power of U.S. Equity Market Skewness,” *Journal of International Money and Finance* (por aparecer).
- Clarida, Richard, Jordi Galí, y Mark Gertler, 1999, “The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective,” *Journal of Economic Literature* 37(4): 1661–1707.
- Cochrane, J.H. (1992): “Explaining the Variance of Price-Dividend Ratios,” *Review of Financial Studies* 5(2), 243-280.
- Cochrane, J.H. (2008): “The Dog that Did Not Bark: A Defense of Return Predictability,” *Review of Financial Studies* 21(), 1533-1575.
- Coenen, G., Straub, R., y Trabandt, M. (2013). Gauging the effects of fiscal stimulus packages in the euro area. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37(2), 367-386.
- Comisión de las Comunidades Europeas (CCE) (2007), “Sobre el Seguro de Vida, el Acceso a la Actividad de Seguro y de Reaseguro y su Ejercicio, Solvencia II”.
- Connor, G. (1995): “The Three Types of Factor Models: A Comparison of Their Explanatory Power,” *Financial Analysts Journal* 51(3), 42-46.
- Cooper, I. y R. Priestly (2013): “The World Business Cycle and Expected Returns,” *Review of Finance* 17(3), 1029-1064.
- Cúrdia, Vasco y Michael Woodford, 2010, “Credit spreads and monetary policy” *Journal of Money, Credit, and Banking* 42 (s1): 3–35.

- David, A. y P. Veronesi (2008): “Inflation and Earnings Uncertainty and Volatility Forecasts: A Structural Form Approach,” *Chicago GSB Research Paper*.
- David, A. y P. Veronesi (2015): “What Ties Return Volatilities to Price Valuations and Fundamentals?,” *Journal of Political Economy* 121(4), 682-743.
- Department for Work and Pensions (2010): “A sustainable state pension: when the state pension age will increase to 66”, November.
- Dimson, E., Marsh, P. y M. Stauton (2019), *Credit Suisse Global Investment Returns Yearbook 2019*. Credit Suisse.
- Dirección de Presupuestos (2019), Informe de Finanzas Públicas Proyecto de Ley de Presupuestos del Sector Público para el año 2019, Octubre 2018.
- Draper, D.A.G. & A.M. Armstrong (2007), “GAMMA, a Simulation Model for Ageing, Pensions and Public Finances”, CPB Netherlands Bureau for Economic Policy Analysis.
- Economic Policy Committee and Directorate-General for Economic and Financial affairs (EPC) (2007), “Pensions Schemes and Projection Models in EU-25 Member States”, European Commission, Occasional papers 35, Noviembre 2007.
- Engle, R.F. y J.G. Rangel (2008): “The Spline-GARCH Model for Low-Frequency Volatility and Its Global Macroeconomic Causes,” *Review of Financial Studies* 21(3), 1187-1222.
- Engle, R.F. y R. Susmel (1993): “Common Volatility in International Equity Markets,” *Journal of Business & Economic Statistics* 11(2), 167-176.
- Fama, E.F. (1970): “Multiperiod Consumption-Investment Decisions,” *American Economic Review* 60(1), 163-174.
- Fama, E.F. (1981): “Stock Returns, Real Activity, Inflation, and Money,” *American Economic Review* 71(4), 545-565.
- Fama, E.F. y K.R. French (1988): “Dividend Yield and Expected Stock Returns,” *Journal of Financial Economics* 22(1), 3-25.
- Fama, E.F. y K.R. French (1989): “Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds,” *Journal of Financial Economics* 25(1), 23-49.
- Fama, E.F. y G.W. Schwert (1977): “Asset Returns and Inflation,” *Journal of Financial Economics* 5(2), 115-146.
- Fernández-Villaverde, Jesús y Juan Rubio-Ramírez, 2007, “Estimating Macroeconomic Models: A Likelihood Approach,” *Review of Economic Studies* 74(4): 1059–1087.
- Fernández-Villaverde, Jesús, Juan Rubio-Ramírez, Thomas Sargent y Mark Watson, 2007, “ABCs (and Ds) of Understanding VARs,” *American Economic Review* 97(3): 1021-1026.
- Fernández-Villaverde, Jesús, Pablo Guerrón-Quintana, Juan Rubio-Ramírez y Martín Uribe, 2011, Risk matters: the real effects of volatility shocks” *American Economic Review* 101: 2530–2561.
- Ferson, W.E. y C.R. Harvey (1993): “The Risk and Predictability of International Equity Returns,” *Review of Financial Studies* 6(3), 527-566.
- Fondo Monetario Internacional (2011), “Modernizing the Framework for Fiscal Policy and Public Debt Sustainability Analysis”.
- Fondo Monetario Internacional (2013a), “Staff Guidance Note on the Application of the Joint Bank-Fund Debt Sustainability Framework for Low-Income Countries”.
- Fondo Monetario Internacional (2013b), “Staff Guidance Note on the Application of the Joint Bank-Fund Debt Sustainability Framework in Market-Access Countries”.

- Fondo Monetario Internacional (2018), “Guidance Note on the Bank-Fund Debt Sustainability Framework for Low-Income Countries”, Febrero 2018.
- Fornero, J. y M. Kirchner, 2014, “Learning about Commodity Cycles and Saving-Investment Dynamics in a Commodity-Exporting Economy,” Documento de Trabajo del Banco Central de Chile # 727.
- Franken, H., Le Fort, G. y Parrado, E. (2005). “Business Cycle Dynamics and Shock Resilience in Chile”, Documento de trabajo número 331, Serie Documentos de Trabajo Banco Central de Chile, Septiembre.
- Galí, Jordi y Tommaso Monacelli, 2005, “Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy,” *Review of Economic Studies* 72: 707–734.
- Galí, Jordi, J. David López-Salido y Javier Vallés, 2007, “Understanding the Effects of Government Spending on Consumption,” *Journal of the European Economic Association* vol. 5(1): 227-270.
- García, Carlos, Jorge Restrepo y Evan Tanner, 2011, “Fiscal rules in a Volatile World: A Welfare-Based Approach”, *Journal of Policy Modeling* 33(4): 649-676.
- García-Cicco, Javier y Enrique Kawamura, 2015, “Dealing with the Dutch disease: Fiscal rules and macro-prudential policies,” *Journal of International Money and Finance* 55©: 205-239.
- Gennotte, G. y T.A. Marsh (1993): “Variations in economic uncertainty and risk premiums on capital assets,” *European Economic Review* 37(5), 1021-1041.
- Gertler, Mark y Peter Karadi, 2012, “A model of unconventional monetary policy”, *Journal of Monetary Economics*, 58: 17–34.
- Gertler, M., L. Sala y A. Trigari, 2008, “An Estimated Monetary DSGE Model with Unemployment and Staggered Nominal Wage Bargaining,” *Journal of Money, Credit and Banking* 40(8):1713-1764.
- Gertler, M. y A. Trigari, 2009, “Unemployment Fluctuations with Staggered Nash Wage Bargaining,” *Journal of Political Economy* 117(1): 38-86.
- Girosi, F., & King, G. (2007). Understanding the Lee-Carter mortality forecasting method. Recuperado de <http://gking.ustral.edu/files/lc>. Pdf.
- Goetzmann, W.N. y P. Jorion (1993): “Testing the Predictive Power of Dividend Yields,” *Journal of Finance* 48(2), 663-679.
- Goodfriend, Marvin y Robert King, 1997, “The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy,” NBER Chapters, in: NBER Macroeconomics Annual 1997, Volume 12: 231-296, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Guo, H. (2006): “On the Out-of-Sample Predictability of Stock Market Returns,” *Journal of Business* 79(2), 645-670.
- Hall, R., (2005), “Employment Fluctuations with Equilibrium Wage Stickiness.” *American Economic Review* 95 (1), 50–65.
- Hamilton, J.D. y G. Lin (1996): “Stock market volatility and the business cycle,” *Journal of Applied Econometrics* 11(5), 573-593.
- Hjalmarsson, E. (2010): “Predictive Global Stock Returns,” *Journal of Financial & Quantitative Analysis* 45(1), 49-80.
- Hodrick, R. (1992): “Dividend Yields and Expected Stock Returns: Alternative Procedures for Inference and Measurement,” *Review of Financial Studies* 5(3), 357-386.
- Jagannathan, R. y B. Liu (2019): “Dividend Dynamics, Learning, and Expected Stock Index Returns,” *Journal of Finance* 74(1), 401-448.

- Justiniano, A. y G.E. Primiceri (2008): “The Time-Varying Volatility of Macroeconomic Fluctuations,” *American Economic Review* 98(3), 604-641.
- Karam, P., Muir, D., Pereira, J. y A. Tuladhar (2010), “Macroeconomic Effects of Public Pension Reforms”, IMF Working Paper 10/297.
- Kiyotaki, Nobu y John Moore, 1997, “Credit Cycles,” *Journal of Political Economy* 105(2): 211-248.
- Kojien, R.S.J., Lustig, H. y S. van Nieuwerburgh (2017): “The cross-section and time series of stock and bond returns,” *Journal of Monetary Economics* 88, 50-69.
- Lettau, M. y S. Ludvigson (2001): “Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Returns,” *Journal of Finance* 56(3), 815-849.
- Lewellen, J. (2004): “Predicting Returns with Financial Ratios,” *Journal of Financial Economics* 74(3), 209-235.
- Lintner, J. (1965): “Security Prices, Risk, and Maximal Gains From Diversification,” *Journal of Finance* 20(4), 587-615
- Luciano, E., Spreeuw, J., & Vigna, E. (2008). Modelling stochastic mortality for dependent lives. *Insurance: Mathematics and Economics*, 43(2), 234-244.
- Medina, Juan Pablo y Claudio Soto, 2007, “The Chilean Business Cycles Through the Lens of a Stochastic General Equilibrium Model”, Documento de trabajo número 457, Serie Documentos de Trabajo Banco Central de Chile.
- Medina, Juan Pablo y Claudio Soto, 2016, “Commodity Prices and Fiscal Policy in a Commodity Exporting Economy,” *Economic Modelling* 59@, 335-351,.
- Medina, Juan Pablo, 2018, “Mining Development and Macroeconomic Spillovers in Chile,” *Resources Policy, por aparecer*.
- Mendoza, E., 1995, “The Terms of Trade, the Real Exchange Rate, and Economic Fluctuations,” *International Economic Review* 36, 101-137.
- Mercer (2017), “Pension Reserve Fund – Asset Allocation Study”, encargado por el Ministerio de Hacienda de Chile, June 7. Disponible en <https://www.hacienda.cl/fondos-soberanos/estudios-relevantes/pension-reserve-fund-asset-allocation.html>
- Mercer (2018), “Melbourne Mercer Global Pension Index”, Australian Centre for Financial Studies, Melbourne.
- Ministerio de Hacienda de Chile (2017): *Informe Anual Fondos Soberanos 2017*. Ministerio de Hacienda de Chile. Disponible en www.hacienda.cl/documento/descargar/id/20230
- Moles, C. (2013), “Sovereign Wealth Funds: From Transparency to Sustainability”, Sovereign Wealth Funds Law Centre, Bi-Annual Legal Report, 2013/II.
- Mossin, J. (1966): “Equilibrium in a Capital Asset Market,” *Econometrica* 34(4), 768-783.
- Munk, C. y C. Sørensen (2010): “Dynamic Asset Allocation with Stochastic Income and Interest Rates,” *Journal of Financial Economics* 96(3), 433-462.
- Neely, C.J., Rapach, D.E. Tu, J. and G. Zhou (2014): “Forecasting the Equity Risk Premium: The Role of Technical Indicators,” *Management Science* 60(7), 1772-1791.
- Nelson, C.R. (1976): “Inflation and the Rates of Return on Common Stock,” *Journal of Finance* 31(3), 471-483.
- O’Harra, J, Sabelhaus, J., Simpson, M. (2004). “Overview of the Congressional Budget Office Long-Term (CBOLT) Policy Simulation Model”, Technical Paper Series, Congressional Budget Office, Washington, DC.
- OECD (2015), “Regulation of Insurance Company and Pension Fund Investment”.

- Parrado, E. (2001). “Shocks externos y transmisión de la política monetaria en Chile”, *Economía Chilena*, Vol. 4, No 3, Diciembre.
- Pastor, L. y R. F. Stambaugh (2009): “Predictive Systems: Living with Imperfect Predictors,” *Journal of Finance* 64(4), 1583-1628.
- Pincheira, P. y García, A. (2007), “Shocks de petróleo e inflación, el caso de Chile y una muestra de países industriales”, *Economía Chilena*, Vol. 10, No 1, Abril.
- Ramey, V. (2019), “Ten Years after the Financial Crisis: What Have We Learned from the Renaissance in Fiscal Research?”, NBER Working Paper No 25531.
- Rapach, D.E, Strauss, J.K. y G. Zhou (2013): “International Stock Return Predictability: What is the Role of the United States?” *Journal of Finance* 68(4), 1633-1662.
- Rapach, D.E. y G. Zhou (2013): “Forecasting Stock Returns,” en: *Handbook of Economic Forecasting*, Vol. 2A, G. Elliot y A. Timmermann (Eds.). Elsevier: The Netherlands.
- Raftery, A. E., Li, N., Ševčíková, H., Gerland, P., & Heilig, G. K. (2012). Bayesian probabilistic population projections for all countries. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(35), 13915-13921.
- Rangel, Jose Gonzalo and Engle, Robert F. (2012), The Factor-Spline-GARCH Model for High- and Low-Frequency Correlations (January 31, 2011). *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 30, No. 1, pp. 109-124, 2012.
- Ramaswamy (2012), “The Sustainability of Pension Schemes”, BIS Working Paper No. 368.
- Rotemberg, Julio y Michael Woodford, 1997, “An Optimization-Based Econometric Framework for the Evaluation of Monetary Policy,” NBER Chapters, in: NBER Macroeconomics Annual 1997, Volume 12, pages 297-361 National Bureau of Economic Research, Inc.
- Rozeff, M.S. (1984): “Dividend Yields Are Equity Risk Premiums,” *Journal of Portfolio Management* 11(1), 68-75.
- Schick, A. (2005), “Sustainable Budget Policy: Concepts and Approaches”, *OECD Journal on Budgeting*, Vol 5(1).
- Schmitt-Grohe, S. y M. Uribe, 2003, “Closing Small Open Economy Models,” *Journal of International Economics* 61, 163-185.
- Schorfheide, Frank, 2000, “Loss Function-based Evaluation of DSGE Model,” *Journal of Applied Econometrics* 15(6): 645–670.
- Schwert, G.W. (1989): “Why Does Stock Market Volatility Change Over Time,” *Journal of Finance* 44(5), 1115-1153.
- Ševčíková, H., Raftery, A., & Gerland, P. (2013). Bayesian probabilistic population projections: do it yourself. Unecce.org
- Sharpe, W.F. (1964): “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk,” *Journal of Finance* 19(3), 425-442.
- Sherris, M., & Wills, S. (2011). Integrating financial and demographic longevity risk models: an Australian model for financial applications. UNSW Australian School of Business Research Paper, (2008ACTL05).
- Shimer, R., 2012. “Wage rigidities and jobless recoveries,” *Journal of Monetary Economics* 59(S), S65-S77.
- Sims, Christopher (1980), “Macroeconomics and Reality.” *Econometrica* 48(1): 1–48.
- Social Security Administration (SSA) (2019). “The 2019 annual report of the Board of Trustees of the Federal Old-Age and Survivors Insurance and Federal Disability Insurance Trust Funds”. Washington, Abril 2019.
- Social Security Administration (SSA) (2004). “A Stochastic Model of the Long-Range Financial Status of the OASDI

Program”, Actuarial Study 117, Office of the Chief Actuary Social Security Administration, Septiembre 2004.

- Social Security Administration (SSA) (2017). “Long-Range OASDI Projection Methodology: Intermediate Assumptions of the 2017 Trustees Report”. Office of the Chief Actuary Social Security Administration, Julio 2017.
- Smith, Richard L. (1991), “Weibull regression models for reliability data”. *Reliability Engineering & System Safety*. Volume 34, Issue 1, 1991, Pages 55-76.
- Stock, James y Mark Watson, 2001, “Vector Autoregressions,” *Journal of Economic Perspectives* 15(4): 101-115.
- Svensson, Lars, 2000, “Open-economy inflation targeting,” *Journal of International Economics* 50(1): 155-183.
- Taylor, John, 1993, “Discretion versus Policy Rules in Practice.” *Carnegie-Rochester Series on Public Policy* 39: 195–214.
- Valdés, Rodrigo, 1998, “Efectos de la Política Monetaria en Chile,” *Cuadernos de Economía* 35(104): 97-125.
- Zhang, Zhongheng (2016). *Parametric regression model for survival data: Weibull regression model as an example*. *Annals of Translational Medicine*, 2016 Dec; 4(24): 484.

TABLAS Y FIGURAS DE ANEXO

TABLA A.1 – PROBABILIDADES CONDICIONALES DE TENER HIJOS SEGÚN EDAD Y ORDEN DE NACIMIENTO
(PORCENTAJES)

EDAD	PROBABILIDAD CONDICIONAL (PRIMER HIJO)	PROBABILIDAD CONDICIONAL (SEGUNDO HIJO)	PROBABILIDAD CONDICIONAL (TERCER HIJO)
15	1	1	0
16	2	2	1
17	3	2	1
18	4	3	2
19	5	4	2
20	6	5	2
21	7	6	3
22	8	6	3
23	9	7	4
24	10	8	4
25	11	9	4
26	12	10	5
27	13	10	5
28	14	11	6
29	15	12	6
30	16	13	6
31	17	14	7
32	18	14	7
33	19	15	8
34	20	16	8
35	19	15	8
36	15	12	6
37	10	8	4
38	4	3	2
39	4	3	2
40	4	3	2
41	2	2	1
42	2	2	1
43	2	2	1
44	1	1	0
45	1	1	0

Fuente: Elaboración propia en base a estadísticas vitales INE.

TABLA A.2 – PROBABILIDADES CONDICIONALES DE MATRIMONIO Y DIVORCIO SEGÚN EDAD (PORCENTAJES)

EDAD	PROBABILIDAD CONDICIONAL DE CASARSE	PROBABILIDAD CONDICIONAL DE DIVORCIARSE
15	1	4
16	2	9
17	4	9
18	5	11
19	8	15
20	12	20
21	12	24
22	12	24
23	12	29
24	12	31
25	40	35
26	40	40
27	40	40
28	40	44
29	40	46
30	40	51
31	40	55
32	40	55
33	40	59
34	40	64
35	26	59
36	26	46
37	26	31
38	26	11
39	26	11
40	20	11
41	8	9
42	8	9
43	8	9
44	4	4
45	4	4
46	4	4
47	4	4
48	4	4
49	4	4
50	6	4
51	6	4
52	6	4
53	6	4
54	6	4
55	6	4
56	6	4
57	6	4
58	6	4
59	6	4
60	6	4

Fuente: Elaboración propia en base a estadísticas vitales INE.

TABLA A.3 – MODELOS DE DURACIÓN DE PERÍODOS CON Y SIN COTIZACIONES
(EFECTOS MARGINALES PROMEDIO SOBRE DURACIÓN MEDIANA, EN MESES)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
VARIABLES	EMPLEO	EMPLEO	EMPLEO	DESEMPLEO	DESEMPLEO	DESEMPLEO
mujer	1,264*** (0,0782)	2,233*** (0,0911)	2,789*** (0,0918)	1,537*** (0,0342)	1,643*** (0,0398)	0,287*** (0,0410)
edad	0,0891*** (0,00267)	0,0991*** (0,00328)	0,0592*** (0,00348)	0,0619*** (0,00145)	0,0591*** (0,00159)	0,167*** (0,00159)
Ingreso promedio	0,883*** (0,0143)	1,009*** (0,0187)	0,933*** (0,0169)	-0,0479*** (0,00153)	-0,0598*** (0,00176)	-0,0140*** (0,00193)
pib		-0,000508*** (9,96e-06)	-0,000509*** (9,49e-06)		-6,53e-06** (2,87e-06)	4,15e-05*** (3,02e-06)
Densidad			7,260*** (0,239)			-19,33*** (0,161)
Gamma	-0,279*** (0,00160)	-0,177*** (0,00188)	-0,174*** (0,00188)	-0,319*** (0,00174)	-0,338*** (0,00195)	-0,209*** (0,00201)
Observations	192.647	145.922	145.922	165.875	131.066	131.066

*** p<0,01, ** p<0,05, * p<0,1

Notas: Errores estándar entre paréntesis. Modelos estimados corresponden a modelos de duración en base a distribución tipo Weibull. La especificación estimada incluye la edad y la edad al cuadrado. La variable densidad corresponde a la densidad de cotizaciones desde los 15 años. Las variables independientes están medidas al inicio del período de empleo o desempleo. Fuente: Elaboración propia a partir de la HPA a diciembre 2017.

TABLA A.4 – ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS MUESTRA MODELOS DE DURACIÓN

	OBSERVACIONES	PROMEDIO	DESVÍO ESTÁNDAR	MÍNIMO	MÁXIMO
Edad	192.647	31,7	11,6	15,0	70,0
Mujer	192.647	0,4	0,5	0,0	1,0
Ingreso promedio durante el período	192.647	10,6	9,9	0,0	80,0
Período con cotizaciones (observado)	192.647	16,4	35,7	1,0	440,0
Duración media con cotización, predicha (modelo 2 en tabla A.3)	131.066	23,3	93,2	2,4	4.205,5
Período sin cotizar (observado)	165.875	10,1	22,0	1,0	421,0
Duración media sin cotizar, predicha (modelo 5 en tabla A.3)	131.066	9,8	2,5	3,0	16,1

Fuente: Elaboración propia a partir de la HPA a diciembre 2017.

TABLA A.5 – MODELOS DE REGRESIÓN LINEAL PARA EL LOGARITMO DEL INGRESO IMPONIBLE - HPA

	COEFICIENTES	EFFECTOS MARGINALES PROMEDIO	COEFICIENTES	EFFECTOS MARGINALES PROMEDIO
Ln(ingreso última cotización)			0,808***	0,808***
			(0,000490)	(0,000490)
Mujer	-0,0759***	-0,0808***	-0,0150***	-0,0138***
	(0,00802)	(0,000771)	(0,00508)	(0,000447)
Edad	0,0337***	0,00793***	0,00421***	0,00101***
	(0,000253)	(3,50e-05)	(0,000162)	(2,25e-05)
Edad^2	-0,000356***		-4,39e-05***	
	(3,20e-06)		(1,99e-06)	
Mujer * edad	0,000847*		0,000225	
	(0,000447)		(0,000270)	
Mujer * Edad^2	-2,49e-05***		-4,90e-06	
	(5,83e-06)		(3,38e-06)	
Constante	1,662***		0,371***	
	(0,00464)		(0,00324)	
Observaciones	2.560.952	2.560.952	2.534.462	2.534.462
R2	0,025		0,663	

Fuente: Elaboración propia a partir de la HPA a diciembre 2017.

TABLA A.6 – MODELOS INGRESO IMPONIBLE Y DENSIDAD DE COTIZACIONES – BASE DE MOVIMIENTOS

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
VARIABLE DEPENDIENTE	LN(INGRESO)	LN(INGRESO)	LN(INGRESO)	LN(ODDS RATIO)	LN(ODDS RATIO)
ESTIMADOR	TOBIT	TOBIT	TOBIT	MCO	MCO
SUBMUESTRA	TODOS	TODOS	AFILIADOS 2018	TODOS	AFILIADOS 2018
Mujer	0,0177*** (0,00143)	0,00178 (0,00244)	-0,533*** (0,0255)	-0,920*** (0,0128)	-0,110*** (0,0202)
Edad	0,0146*** (4,47e-05)	0,108*** (7,55e-05)	0,110*** (0,00108)	0,0417*** (0,000415)	0,0386*** (0,0129)
Edad^2	-0,000164*** (5,24e-07)	-0,00117*** (8,90e-07)	-0,00134*** (1,59e-05)	-0,000342*** (4,93e-06)	-0,000531*** (0,000161)
Mujer * edad	-0,00161*** (7,27e-05)	-0,00183*** (0,000125)	0,0278*** (0,00162)	0,0545*** (0,000662)	0,00523*** (0,000522)
Mujer * edad^2	8,21e-06*** (8,72e-07)	-4,97e-05*** (1,50e-06)	-0,000400*** (2,34e-05)	-0,000609*** (8,10e-06)	
ln(ingreso anterior)	0,824*** (7,66e-05)				
densidad	0,298*** (0,000348)				
Varianza errores	0,196*** (3,62e-05)	0,668*** (0,000116)	0,618*** (0,00153)		
Constante	-0,0172*** (0,000897)	0,827*** (0,00150)	0,353*** (0,0170)	-2,950*** (0,00779)	-2,640*** (0,0296)
Observaciones	59.612.133	66.877.946	325.277	6.911.936	325.277
R cuadrado				0,310	0,020

Fuente: Elaboración propia a partir de Base de Movimientos 2018.

TABLA A.7 – MODELOS PARA PROBABILIDAD E INGRESO POR HONORARIOS, CASEN 2017

	PR(HONORARIOS=1)				INGRESO POR HONORARIOS (LOGARITMO)	
	COEFICIENTES MCO	EFFECTOS MARGINALES PROMEDIO	COEFICIENTES PROBIT	EFFECTOS MARGINALES PROMEDIO	COEFICIENTES MCO	EFFECTOS MARGINALES PROMEDIO
Mujer	0,00685	-0,00248**	-0,141	-0,00185*	0,107	-0,219***
	(0,00881)	(0,00102)	(0,153)	(0,00101)	(0,211)	(0,0175)
Edad	0,00295***	0,000768***	0,0417***	0,000660***	0,0601***	0,0125***
	(0,000318)	(3,61e-05)	(0,00517)	(3,14e-05)	(0,00738)	(0,000763)
Edad^2	-2,49e-05***		-0,000376***		-0,000555***	
	(4,04e-06)		(6,17e-05)		(8,74e-05)	
Escolaridad	0,00792***	0,00761***	0,111***	0,00818***	0,0864***	0,0966***
	(0,000252)	(0,000169)	(0,00313)	(0,000182)	(0,00371)	(0,00285)
Mujer * edad	0,000333		0,00882		-0,0269***	
	(0,000414)		(0,00733)		(0,0104)	
Mujer * Edad^2	-8,78e-06*		-0,000173*		0,000261**	
	(5,16e-06)		(8,86e-05)		(0,000125)	
Mujer * escolaridad	-0,000584*		0,00480		0,0202***	
	(0,000340)		(0,00454)		(0,00569)	
Constante	-0,130***		-4,234***		10,49***	
	(0,00653)		(0,108)		(0,150)	
Observaciones	129.361	129.361	129.361	129.361	4.043	4.043
R2 o pseudo-R2	0,023		0,0818		0,272	

Fuente: Elaboración propia a partir de la HPA a diciembre 2017.

TABLA A.8 – PARÁMETROS CALIBRADOS DE MODELO MACROECONÓMICO

PARÁMETRO	DESCRIPCIÓN	VALOR
$\bar{P}^C \bar{Y}^C / \bar{P} \bar{B}^n$	Razón PIB minero-PIB total	0,125
\bar{z}	Tasa de crecimiento de la productividad de largo plazo	0,0075
B^*	Bonos externos netos de largo plazo	0,000
\bar{B}^G	Deuda neta del gobierno en el largo plazo	0,000
β	Factor de descuento de los hogares	0,99
Φ_{B^*}	Parámetro de costo de ajuste de los bonos externos	0,001
τ^C	Tasa de impuesto promedio sector cobre	0,23
τ^M	Tasa de impuesto promedio sector no cobre	0,23
ϕ_G	Regla fiscal – coeficiente de reacción al nivel de endeudamiento	0,05
ν	Coefficiente relativo de aversión al riesgo	1,00
δ	Tasa de depreciación del capital	0,062
α_D	Participación de bienes internos no cobre en la canasta de bienes finales	0,65
α_M	Participación del capital en la producción de bienes no cobre	0,40
α_C	Participación del capital en el valor agregado de la producción de cobre	0,70
γ_C	Participación de los recursos minerales en el agregado de la producción de cobre	0,20
θ_C	Elasticidad de sustitución entre insumos en la producción del sector cobre	0,30
ω_C	Participación de insumos intermedios en la producción del sector cobre	0,15
ρ_{p^C}	Persistencia de las perturbaciones en el precio del cobre (trimestral)	0,97
ρ_{be}	Persistencia de los desvíos del balance estructural (trimestral)	0,97
σ_{be}	Desviación estándar de las innovaciones en los desvíos del balance estructural (trimestral)	0,20

TABLA A.9 – AGREGADOS MACROECONÓMICOS IMPLICADOS POR PARÁMETROS CALIBRADOS

PARÁMETRO	EXPLICACIÓN	VALOR
$\bar{H}^C / (\bar{H}^C + \bar{H}^M)$	Razón empleo cobre-empleo total	0,023
$\bar{P}\bar{C} / \bar{P}\bar{I}\bar{B}^n$	Razón consumo privado-PIB total	0,548
$\bar{P}(\bar{I}^C + \bar{I}^{NC}) / \bar{P}\bar{I}\bar{B}^n$	Razón inversión-PIB total	0,222
$\bar{P}\bar{G} / \bar{P}\bar{I}\bar{B}^n$	Razón consumo público-PIB total	0,230
$\bar{P}^C \bar{V}^C / (\bar{P}^C \bar{V}^C + \bar{P}^M \bar{X}^M)$	Razón exportaciones cobre-total exportaciones	0,446

TABLA A.10 – DISTRIBUCIÓN A PRIORI Y POSTERIOR DE LOS PARÁMETROS

PARÁMETRO	PRIORS			POSTERIOS		
	TIPO	MEDIA	DES. EST.	MEDIA	INTERVALO 90%	
ϕ	Gamma	2,500	1,000	0,033	0,031	0,035
γ_1	Gamma	0,200	0,100	0,032	0,009	0,059
η_D	Gamma	0,500	0,250	0,178	0,100	0,260
η^*	Gamma	0,500	0,250	0,107	0,032	0,177
η	Gamma	3,000	1,000	1,506	0,928	2,013
φ_w	Beta	0,500	0,100	0,140	0,091	0,188
ρ_{a^C}	Beta	0,700	0,100	0,859	0,629	0,990
ρ_{a^M}	Beta	0,700	0,100	0,522	0,466	0,578
ρ_{F^C}	Beta	0,700	0,100	0,828	0,639	0,988
ρ_{p^F}	Beta	0,700	0,100	0,564	0,509	0,618
ρ_{y^*}	Beta	0,700	0,100	0,949	0,919	0,981
ρ_H	Beta	0,700	0,100	0,872	0,822	0,921
ρ_{rev}	Beta	0,700	0,100	0,980	0,972	0,989
ρ_r	Beta	0,700	0,100	0,879	0,845	0,914
ρ_z	Beta	0,700	0,100	0,984	0,978	0,990
ρ_c	Beta	0,700	0,100	0,762	0,624	0,900
σ_{a^C}	Gamma	4,000	1,000	2,226	1,422	2,915
σ_{a^M}	Gamma	4,000	1,000	6,584	5,712	7,471
σ_{F^C}	Gamma	4,000	1,000	2,706	1,733	3,743
σ_{p^C}	Gamma	13,000	2,000	12,726	11,273	14,109
σ_{p^F}	Gamma	1,000	0,500	7,917	7,907	7,925
σ_{y^*}	Gamma	4,000	1,000	4,242	3,426	5,075
σ_H	Gamma	1,000	0,500	4,910	3,502	6,256
σ_{rev}	Gamma	2,000	1,000	8,083	7,142	9,021
σ_r	Gamma	1,000	0,500	1,154	0,675	1,623
σ_z	Gamma	0,500	0,250	0,0616	0,053	0,070
σ_c	Gamma	1,000	0,500	1,125	0,337	1,847

TABLA A.11 - VARIABLES MACRO-FISCALES UTILIZADAS EN ESTIMACIÓN DE MODELO MACRO-FISCAL

	PIB MINERO (VOLUMEN A PRECIOS DEL AÑO ANTERIOR ENCADENADO)	PIB TOTAL (VOLUMEN A PRECIOS DEL AÑO ANTERIOR ENCADENADO)	INVERSIÓN (FBKF, VOLUMEN A PRECIOS DEL AÑO ANTERIOR ENCADENADO)	BALANCE FISCAL (% DEL PIB, AÑO MÓVIL)	GASTO FISCAL (% DEL PIB, AÑO MÓVIL)	TCR (BASE 1986=100, PROMEDIO TRIMESTRAL)	PRECIO COBRE (BML, DÓLARES POR LIBRA)	TASA DE INTERÉS EN UF (PROMEDIO TRIMESTRAL)	PIB TENDENCIAL (AÑO MÓVIL)
1996T1	2.287	16.521	2.463	-	-	86,9	1,17	6,41	61.074
1996T2	2.471	16.556	2.565	-	-	84,2	1,13	6,42	62.149
1996T3	2.616	16.115	2.487	-	-	83,8	0,90	6,16	63.238
1996T4	2.715	17.515	3.162	1,57	19,67	83,8	0,98	6,04	64.335
1997T1	2.601	17.444	2.608	1,60	19,66	80,5	1,10	6,11	65.437
1997T2	2.816	17.683	2.783	1,33	19,77	79,1	1,14	6,23	66.544
1997T3	2.783	17.427	2.867	1,39	19,79	76,8	1,03	6,49	67.656
1997T4	2.946	19.108	3.748	1,38	19,74	76,3	0,87	6,73	68.774
1998T1	2.818	18.818	2.965	1,04	19,93	77,8	0,77	7,00	69.895
1998T2	3.088	18.934	3.243	0,90	20,09	77,6	0,79	7,08	71.003
1998T3	3.090	18.146	2.977	0,70	19,98	78,4	0,75	7,89	72.079
1998T4	3.220	18.862	3.211	-0,21	20,80	78,2	0,70	7,39	73.102
1999T1	3.184	18.342	2.452	-0,94	21,38	79,0	0,64	6,55	74.062
1999T2	3.328	18.255	2.521	-1,92	22,01	78,8	0,67	6,23	74.972
1999T3	3.363	18.000	2.467	-2,58	22,79	83,6	0,76	6,36	75.857
1999T4	3.503	19.855	3.186	-2,80	22,67	87,8	0,79	6,57	76.739
2000T1	3.281	19.490	2.600	-2,58	22,77	83,0	0,81	6,57	77.636
2000T2	3.413	19.374	2.768	-1,80	22,75	83,0	0,79	6,49	78.547
2000T3	3.522	18.982	2.781	-2,06	22,79	88,4	0,85	6,18	79.464
2000T4	3.735	20.572	3.544	-1,84	22,82	89,7	0,84	5,97	80.382
2001T1	3.386	20.202	2.859	-1,54	22,66	89,8	0,80	5,25	81.294
2001T2	3.604	20.216	2.905	-1,79	22,57	92,0	0,75	5,06	82.200
2001T3	3.651	19.542	2.824	-1,45	22,51	100,2	0,67	5,24	83.099
2001T4	3.800	21.050	3.415	-1,53	22,61	101,0	0,65	4,85	83.991
2002T1	3.311	20.506	2.842	-1,97	22,58	94,1	0,71	4,34	84.876
2002T2	3.482	20.733	3.001	-2,19	22,68	92,7	0,73	4,41	85.759
2002T3	3.420	20.328	2.965	-2,18	22,75	99,9	0,69	3,18	86.645
2002T4	3.825	21.957	3.668	-2,13	22,55	100,7	0,70	3,11	87.539
2003T1	3.498	21.449	3.113	-1,95	22,37	107,6	0,75	2,71	88.443
2003T2	3.615	21.616	3.316	-1,87	22,09	107,0	0,74	2,82	89.356
2003T3	3.591	21.141	3.144	-2,23	21,98	105,0	0,80	2,82	90.274
2003T4	3.700	22.737	3.920	-1,31	21,67	97,6	0,93	3,16	91.194
2004T1	3.356	22.508	3.250	-1,07	21,40	94,5	1,24	2,66	92.114
2004T2	3.670	22.974	3.548	0,20	20,95	100,9	1,27	2,42	93.047
2004T3	3.703	22.874	3.673	0,93	20,39	101,9	1,29	2,30	94.007
2004T4	3.920	24.854	4.775	1,23	20,02	99,4	1,40	2,51	95.010
2005T1	3.323	23.933	4.129	2,45	19,28	98,8	1,48	2,37	96.065
2005T2	3.356	24.330	4.484	3,35	18,95	99,0	1,54	2,14	97.159
2005T3	3.537	24.062	4.520	4,09	18,56	93,8	1,70	1,93	98.272
2005T4	3.816	26.238	5.688	4,39	18,48	88,7	1,95	3,02	99.387
2006T1	3.332	25.397	4.557	5,19	18,13	89,6	2,24	2,77	100.488
2006T2	3.563	25.963	4.711	5,77	17,58	91,0	3,27	2,92	101.577
2006T3	3.496	25.509	4.812	7,11	17,17	93,7	3,48	3,01	102.660
2006T4	3.890	27.921	5.862	7,29	17,17	92,4	3,21	2,78	103.744
2007T1	3.522	26.844	5.032	7,66	16,90	95,0	2,69	2,58	104.836
2007T2	3.707	27.397	5.202	8,38	16,94	94,9	3,47	2,73	105.947

CONTINUACIÓN

	PIB MINERO (VOLUMEN A PRECIOS DEL AÑO ANTERIOR ENCADENADO)	PIB TOTAL (VOLUMEN A PRECIOS DEL AÑO ANTERIOR ENCADENADO)	INVERSIÓN (FBKF, VOLUMEN A PRECIOS DEL AÑO ANTERIOR ENCADENADO)	BALANCE FISCAL (% DEL PIB, AÑO MÓVIL)	GASTO FISCAL (% DEL PIB, AÑO MÓVIL)	TCR (BASE 1986=100, PROMEDIO TRIMESTRAL)	PRECIO COBRE (BML, DÓLARES POR LIBRA)	TASA DE INTERÉS EN UF (PROMEDIO TRIMESTRAL)	PIB TENDENCIAL (AÑO MÓVIL)
2007T3	3.591	26.615	5.093	8,42	17,15	93,3	3,50	2,80	107.091
2007T4	3.836	29.075	6.719	8,33	17,64	92,2	3,26	2,89	108.280
2008T1	3.495	28.286	5.951	8,85	17,95	87,5	3,54	2,63	109.520
2008T2	3.590	28.663	6.480	7,09	18,55	91,8	3,83	2,63	110.788
2008T3	3.380	27.527	6.317	6,11	19,21	98,8	3,48	2,97	112.054
2008T4	3.679	29.334	7.374	4,99	20,02	106,8	1,77	3,31	113.288
2009T1	3.193	27.495	5.483	1,44	21,44	98,7	1,56	2,31	114.460
2009T2	3.486	27.662	5.450	-1,21	22,45	95,4	2,12	2,31	115.538
2009T3	3.507	27.251	5.203	-3,60	23,26	95,6	2,66	2,38	116.487
2009T4	3.879	29.622	6.502	-4,18	23,18	93,2	3,02	2,54	117.274
2010T1	3.340	28.005	5.555	-3,48	22,80	92,4	3,28	2,29	117.892
2010T2	3.614	29.422	6.055	-0,91	22,36	93,4	3,19	2,29	118.436
2010T3	3.650	29.300	6.105	0,03	21,58	91,1	3,29	2,35	119.027
2010T4	3.829	31.851	7.895	-0,41	21,85	88,5	3,92	2,64	119.784
2011T1	3.247	30.581	6.782	0,77	21,07	90,9	4,38	2,58	120.796
2011T2	3.450	31.314	7.044	1,21	20,73	90,9	4,15	2,53	122.010
2011T3	3.278	30.540	6.947	1,77	20,89	91,1	4,08	2,41	123.343
2011T4	3.761	33.390	8.973	1,30	21,31	95,3	3,40	2,31	124.712
2012T1	3.389	32.147	7.181	1,48	21,49	91,2	3,77	2,21	126.047
2012T2	3.550	33.040	7.544	1,10	21,56	91,2	3,57	2,35	127.352
2012T3	3.491	32.252	8.195	0,36	21,70	88,6	3,50	2,32	128.646
2012T4	3.873	35.077	10.183	0,56	21,58	88,0	3,59	2,44	129.949
2013T1	3.518	33.318	8.016	0,24	21,61	87,3	3,60	2,62	131.271
2013T2	3.676	34.407	8.553	-0,70	21,83	88,6	3,24	2,35	132.596
2013T3	3.836	33.682	8.241	-0,42	21,76	91,4	3,21	2,19	133.898
2013T4	4.113	36.469	9.389	-0,60	21,54	92,7	3,24	2,07	135.151
2014T1	3.705	34.260	7.619	-1,03	21,67	97,6	3,19	1,80	136.339
2014T2	3.879	34.916	8.082	-1,09	21,60	97,4	3,08	1,64	137.473
2014T3	3.789	34.023	7.612	-1,42	21,70	99,8	3,17	1,35	138.571
2014T4	4.118	37.113	9.234	-1,62	22,22	97,8	3,00	1,34	139.652
2015T1	3.748	35.037	7.385	-1,85	22,46	96,9	2,64	1,07	140.732
2015T2	3.903	35.759	7.738	-1,98	22,61	94,0	2,75	1,15	141.807
2015T3	3.614	34.798	8.037	-2,06	22,99	99,0	2,38	0,97	142.871
2015T4	4.082	37.951	9.292	-2,14	23,19	98,9	2,22	1,27	143.917
2016T1	3.770	36.073	7.492	-1,66	23,16	96,5	2,12	1,14	144.942
2016T2	3.724	36.216	7.866	-1,78	23,41	95,6	2,15	1,15	145.946
2016T3	3.655	35.430	7.689	-2,46	23,68	93,3	2,17	1,05	146.934
2016T4	3.874	38.224	8.971	-2,71	23,51	92,1	2,40	1,19	147.910
2017T1	3.154	35.930	7.233	-3,32	23,80	91,4	2,65	0,87	148.879
2017T2	3.546	36.360	7.394	-2,87	23,73	93,3	2,57	0,85	149.842
2017T3	3.862	36.144	7.444	-2,70	23,66	92,1	2,88	1,04	150.802
2017T4	4.185	39.375	9.081	-2,75	23,54	90,9	3,09	1,37	151.759
2018T1	3.759	37.628	7.414	-2,65	23,51	88,5	3,16	1,22	152.811
2018T2	3.720	38.270	7.787	-2,58	23,52	89,7	3,12	1,16	153.869
2018T3	3.788	37.076	7.809	-2,08	23,29	92,0	2,77	1,00	154.935
2018T4	4.240	40.785	9.591	-1,65	23,50	92,7	2,80	1,26	156.009
2019T1	3.623	38.227	7.631	-1,76	23,55	92,0	2,82	1,09	157.090

Fuente: www.bcentral.cl y www.dipres.gob.cl

TABLA A.12 – INFORMACIÓN DISPONIBLE POR CLASE DE ACTIVOS

CLASE ACTIVO	NOMBRE DEL ÍNDICE	# OBS. MENSUALES	PERIODO
Bonos soberanos y otros activos relacionados	LGTRTRUH-H BGAGTRUU-H	224 220	Sep-00 a May-19 Ene-01 a May-19
Bonos soberanos indizados a inflación	LF94TRUH-H	261	Oct-97 a May-19
Bonos corporativos	LGCPTRUH-H	220	Feb-01 a May-19
MBS agencias de EE.UU.	LUMSTRUU-H	426	Ene-84 a May19
Bonos de alto rendimiento	LG30TRUH-H	354	Ene-90 a May-19
Acciones	MSCI ACWI ex Chile	379	Dec-87 a Jun-19
Fondo B (agregado)	-----	203	Ago-02 a Jun-19
Fondo C (agregado)	-----	460	Jul-81 a Jun-19
Fondo D (agregado)	-----	203	Ago-02 a Jun-19

TABLA A.13 – PARÁMETROS β_j POR CLASE DE ACTIVO

ÍNDICE	BETA		
	MUESTRA COMPLETA	ÚLTIMOS 10 AÑOS	ÚLTIMOS 5 AÑOS
LGTRTRUU-U	0,119	0,174	0,130
LGTRTRUU-H	0,027	0,038	-0,014
LGTRTRUH-H	-0,048	-0,061	-0,030
BGAGTRUU-U	0,168	0,269	0,239
BGAGTRUU-H	0,072	0,132	0,095
LF94TRUU-U	0,179	0,246	0,250
LF94TRUU-H	0,096	0,124	0,123
LF94TRUH-H	0,013	-0,041	0,000
LGCPTRUU-U	0,246	0,299	0,253
LGCPTRUU-H	0,155	0,179	0,148
LGCPTRUH-H	0,070	0,052	0,089
LUMSTRUU-U	0,126	0,114	0,138
LUMSTRUU-H	0,026	-0,019	0,004
LG30TRUU-U	0,452	0,485	0,416
LG30TRUU-H	0,357	0,352	0,283
LG30TRUH-H	0,324	0,294	0,259
MSCI ACWI ex Chile	1,00	1,00	1,00
Fondo B	0,365	0,282	0,213
Fondo C	0,147	0,176	0,149
Fondo D	0,104	0,086	0,089

TABLA A.14 – PARÁMETROS ESTIMADOS MODELOS GARCH(1,1), POR CLASE DE ACTIVO

ÍNDICE	VALORES ESTIMADOS		
	ω_j	δ_j	ϕ_j
LGTRTRUU-U	1,82e-04	0,091***	0,682***
LGTRTRUU-H	2,05e-05	0,073***	0,870***
LGTRTRUH-H	1,85e-05	0,0615	0,653
BGAGTRUU-U	4,51e-05	0,060***	0,870***
BGAGTRUU-H	2,24e-05	0,085***	0,825***
LF94TRUU-U	7,94e-04	0,999***	0,000***
LF94TRUU-H	8,98e-05	0,270***	0,457***
LF94TRUH-H	3,95e-05***	0,239***	0,524***
LGCPTUU-U	4,17e-05	0,0627*	0,872***
LGCPTUU-H	4,37e-05	0,252***	0,620***
LGCPTRUH-H	2,08e-05	0,196**	0,677***
LUMSTRUU-U	8,80e-04	0,999***	0,000***
LUMSTRUU-H	3,02e-06	0,091***	0,872***
LG30TRUU-U	7,28e-05	0,076***	0,834***
LG30TRUU-H	2,01e-04	0,289***	0,470***
LG30TRUH-H	5,94e-05***	0,492***	0,498***
MSCI ACWI ex Chile	1,02e-04**	0,0956***	0,849***
Fondo B	8,58e-05**	0,320***	0,549***
Fondo C	2,31e-05***	0,260***	0,666***
Fondo D	9,47e-06***	0,117**	0,803***

TABLA A.18 – EVOLUCIÓN DEL FRP, ESCENARIO DETERMINÍSTICO OPTIMISTA
(PESOS DE DIC.2018)

	VALOR DE MERCADO INICIAL	APORTES	APORTES	RETIRO MÁXIMO	RETORNO FINANCIERO (INTERÉS DEVENGADO + GANANCIA DE CAPITAL)	COSTOS DE ADM., CUSTODIA Y OTROS	VALOR DE MERCADO FINAL	VALOR DE MERCADO FINAL
	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(% PIB)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(UF MILLONES)
2019	6.722.626	392.090	0,2%	498.546	101.113	3.187	6.714.097	243,57
2020	6.714.097	405.559	0,2%	507.054	162.664	3.182	6.772.084	245,67
2021	6.772.084	420.417	0,2%	508.680	212.794	3.210	6.893.405	250,07
2022	6.893.405	436.730	0,2%	513.100	234.695	3.267	7.048.463	255,70
2023	7.048.463	454.299	0,2%	515.185	249.628	3.341	7.233.864	262,42
2024	7.233.864	472.999	0,2%	518.529	261.367	3.429	7.446.272	270,13
2025	7.446.272	492.760	0,2%	524.495	271.821	3.530	7.682.829	278,71
2026	7.682.829	513.545	0,2%	529.279	281.953	3.642	7.945.405	288,23
2027	7.945.405	535.342	0,2%	531.547	292.397	3.766	8.237.832	298,84
2028	8.237.832	558.157	0,2%	535.394	303.596	3.905	8.560.287	310,54
2029	8.560.287	582.009	0,2%	541.885	315.717	4.058	8.912.070	323,30
2030	8.912.070	606.923	0,2%	546.955	328.820	4.224	9.296.634	337,25
2031	9.296.634	632.934	0,2%	549.921	343.079	4.407	9.718.320	352,55
2032	9.718.320	660.079	0,2%	555.762	358.679	4.606	10.176.709	369,18
2033	10.176.709	688.403	0,2%	561.702	375.618	4.824	10.674.205	387,23
2034	10.674.205	717.952	0,2%	563.900	393.992	5.060	11.217.190	406,92
2035	11.217.190	748.776	0,2%	571.246	414.040	5.317	11.803.443	428,19
2036	11.803.443	780.927	0,2%	570.087	435.683	5.595	12.444.370	451,44
2037	12.444.370	814.462	0,2%	569.843	459.343	5.899	13.142.433	476,77
2038	13.142.433	849.439	0,2%	608.436	485.110	6.230	13.862.316	502,88

Fuente: Elaboración propia

TABLA A.19 – EVOLUCIÓN DEL FRP, ESCENARIO DETERMINÍSTICO MODERADO
(PESOS DE DICIEMBRE 2018)

	VALOR DE MERCADO INICIAL	APORTES	APORTES	RETIRO MÁXIMO	RETORNO FINANCIERO (INTERÉS DEVENGADO + GANANCIA DE CAPITAL)	COSTOS DE ADM., CUSTODIA Y OTROS	VALOR DE MERCADO FINAL	VALOR DE MERCADO FINAL
	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(% PIB)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(UF MILLONES)
2019	6.722.626	392.090	0,2%	498.793	93.941	3.187	6.706.678	243,30
2020	6.706.678	404.189	0,2%	507.831	116.157	3.179	6.716.015	243,64
2021	6.716.015	415.948	0,2%	510.321	139.367	3.183	6.757.825	245,15
2022	6.757.825	427.843	0,2%	515.555	144.698	3.203	6.811.608	247,10
2023	6.811.608	439.938	0,2%	518.781	148.198	3.229	6.877.734	249,50
2024	6.877.734	452.282	0,2%	523.874	150.875	3.260	6.953.757	252,26
2025	6.953.757	464.908	0,2%	531.776	153.195	3.296	7.036.788	255,27
2026	7.036.788	477.844	0,2%	537.817	155.370	3.335	7.128.850	258,61
2027	7.128.850	491.111	0,2%	541.760	157.585	3.379	7.232.408	262,37
2028	7.232.408	504.728	0,2%	547.506	159.971	3.428	7.346.173	266,50
2029	7.346.173	518.708	0,2%	556.929	162.538	3.482	7.467.008	270,88
2030	7.467.008	533.068	0,2%	564.284	165.240	3.539	7.597.492	275,61
2031	7.597.492	547.818	0,2%	569.051	168.142	3.601	7.740.800	280,81
2032	7.740.800	562.973	0,2%	577.691	171.321	3.669	7.893.734	286,36
2033	7.893.734	578.544	0,2%	586.729	174.710	3.742	8.056.518	292,27
2034	8.056.518	594.545	0,2%	591.458	178.314	3.819	8.234.100	298,71
2035	8.234.100	610.986	0,2%	603.334	182.246	3.903	8.420.095	305,45
2036	8.420.095	627.882	0,2%	605.217	186.364	3.991	8.625.133	312,89
2037	8.625.133	645.244	0,2%	608.693	190.902	4.088	8.848.497	321,00
2038	8.848.497	663.085	0,2%	651.852	195.846	4.194	9.051.382	328,36

Fuente: Elaboración propia

TABLA A.20 – EVOLUCIÓN DEL FRP, TRAYECTORIA MEDIA, ESCENARIO ESTOCÁSTICO OPTIMISTA
(PESOS DE DICIEMBRE 2018)

	VALOR DE MERCADO INICIAL	APORTES	APORTES	RETIRO MÁXIMO	RETORNO FINANCIERO (INTERÉS DEVENGADO + GANANCIA DE CAPITAL)	COSTOS DE ADM., CUSTODIA Y OTROS	VALOR DE MERCADO FINAL	VALOR DE MERCADO FINAL
	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(% PIB)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(UF MILLONES)
2019	6.722.626	393.525	0,20%	496.972	94.459	3.187	6.710.451	243,43
2020	6.710.451	439.932	0,20%	506.367	159.003	3.181	6.799.838	246,68
2021	6.799.838	515.769	0,21%	509.691	210.057	3.223	7.012.750	254,40
2022	7.012.750	662.028	0,24%	515.817	234.518	3.324	7.390.156	268,09
2023	7.390.156	761.580	0,28%	518.817	256.323	3.503	7.885.739	286,07
2024	7.885.739	810.939	0,32%	523.599	279.997	3.738	8.449.338	306,52
2025	8.449.338	868.762	0,35%	531.911	301.143	4.005	9.083.326	329,51
2026	9.083.326	905.681	0,34%	540.939	331.402	4.305	9.775.165	354,61
2027	9.775.165	920.947	0,35%	546.851	358.705	4.633	10.503.332	381,03
2028	10.503.332	973.308	0,34%	555.860	386.445	4.979	11.302.247	410,01
2029	11.302.247	1.014.725	0,35%	567.711	413.303	5.357	12.157.206	441,03
2030	12.157.206	1.083.304	0,35%	576.205	442.180	5.763	13.100.723	475,25
2031	13.100.723	1.124.306	0,35%	586.409	465.760	6.210	14.098.171	511,44
2032	14.098.171	1.255.711	0,35%	602.639	522.325	6.683	15.266.885	553,83
2033	15.266.885	1.272.330	0,37%	615.136	569.433	7.237	16.486.275	598,07
2034	16.486.275	1.336.558	0,37%	626.186	609.017	7.814	17.797.850	645,65
2035	17.797.850	1.355.054	0,36%	640.941	644.847	8.436	19.148.375	694,64
2036	19.148.375	1.417.469	0,36%	652.463	701.919	9.076	20.606.224	747,53
2037	20.606.224	1.527.843	0,36%	661.267	755.079	9.767	22.218.111	806,00
2038	22.218.111	1.550.867	0,37%	715.744	798.982	10.531	23.841.684	864,90

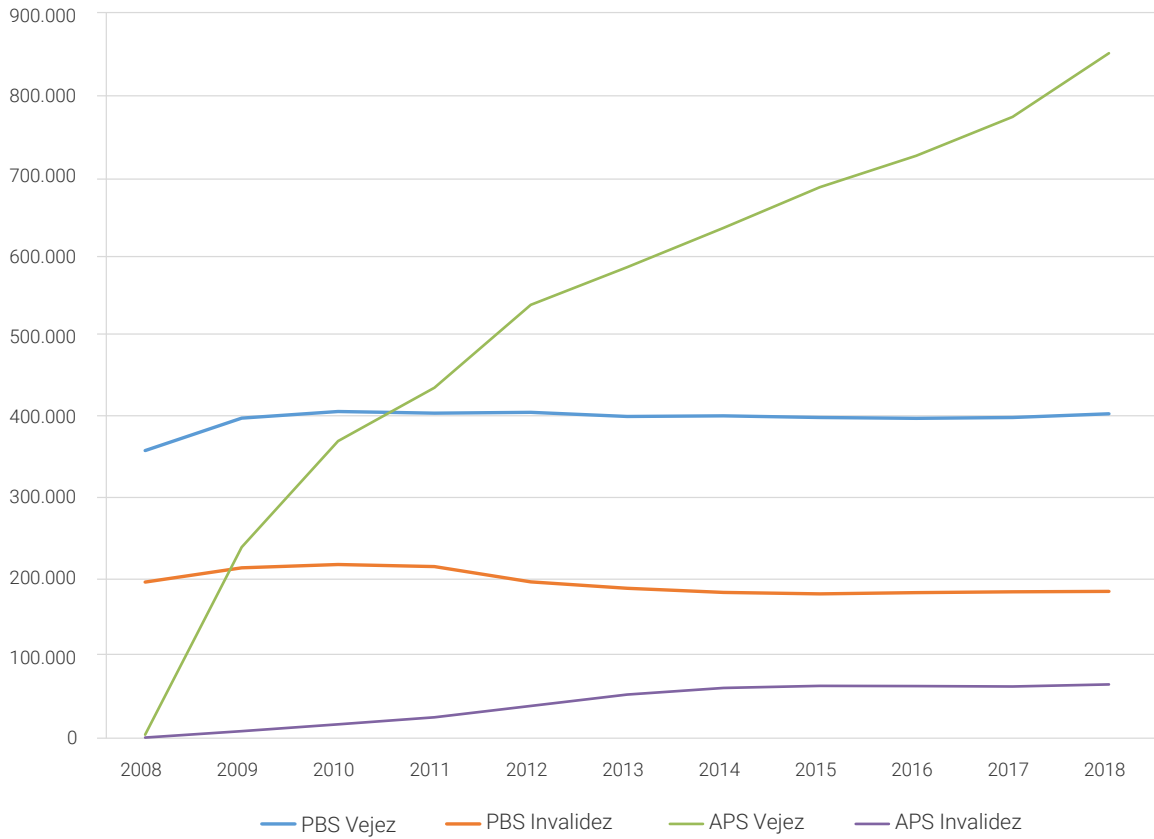
Fuente: Elaboración propia

TABLA A.21 – EVOLUCIÓN DEL FRP, TRAYECTORIA MEDIA, ESCENARIO ESTOCÁSTICO MODERADO
(PESOS DE DICIEMBRE 2018)

	VALOR DE MERCADO INICIAL	APORTES	APORTES	RETIRO MÁXIMO	RETORNO FINANCIERO (INTERÉS DEVENGADO + GANANCIA DE CAPITAL)	COSTOS DE ADM., CUSTODIA Y OTROS	VALOR DE MERCADO FINAL	VALOR DE MERCADO FINAL
	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(% PIB)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(\$ MILLONES)	(UF MILLONES)
2019	6.722.626	392.147	0,20%	497.120	91.125	3.187	6.705.592	243,26
2020	6.705.592	435.968	0,20%	506.949	111.540	3.178	6.742.972	244,61
2021	6.742.972	520.188	0,21%	511.025	132.754	3.196	6.881.692	249,65
2022	6.881.692	584.308	0,24%	517.692	140.239	3.262	7.085.284	257,03
2023	7.085.284	647.662	0,27%	521.666	146.061	3.358	7.353.982	266,78
2024	7.353.982	737.205	0,28%	527.877	156.825	3.486	7.716.651	279,94
2025	7.716.651	738.056	0,31%	538.146	166.578	3.658	8.079.481	293,10
2026	8.079.481	839.606	0,32%	548.437	170.318	3.830	8.537.139	309,70
2027	8.537.139	849.645	0,34%	555.903	183.481	4.047	9.010.315	326,87
2028	9.010.315	825.385	0,35%	566.591	183.697	4.271	9.448.535	342,76
2029	9.448.535	861.514	0,33%	581.296	205.226	4.479	9.929.500	360,21
2030	9.929.500	883.729	0,33%	592.242	217.282	4.707	10.433.564	378,50
2031	10.433.564	957.152	0,33%	604.143	218.612	4.946	11.000.239	399,05
2032	11.000.239	963.518	0,34%	622.625	218.401	5.214	11.554.319	419,15
2033	11.554.319	963.100	0,35%	637.462	255.196	5.477	12.129.676	440,03
2034	12.129.676	969.033	0,33%	650.263	258.136	5.749	12.700.833	460,75
2035	12.700.833	1.026.072	0,33%	668.873	270.571	6.020	13.322.583	483,30
2036	13.322.583	1.042.500	0,33%	682.955	288.880	6.315	13.964.694	506,60
2037	13.964.694	1.066.174	0,33%	693.894	290.913	6.619	14.621.267	530,41
2038	14.621.267	1.108.935	0,33%	752.376	317.438	6.930	15.288.334	554,61

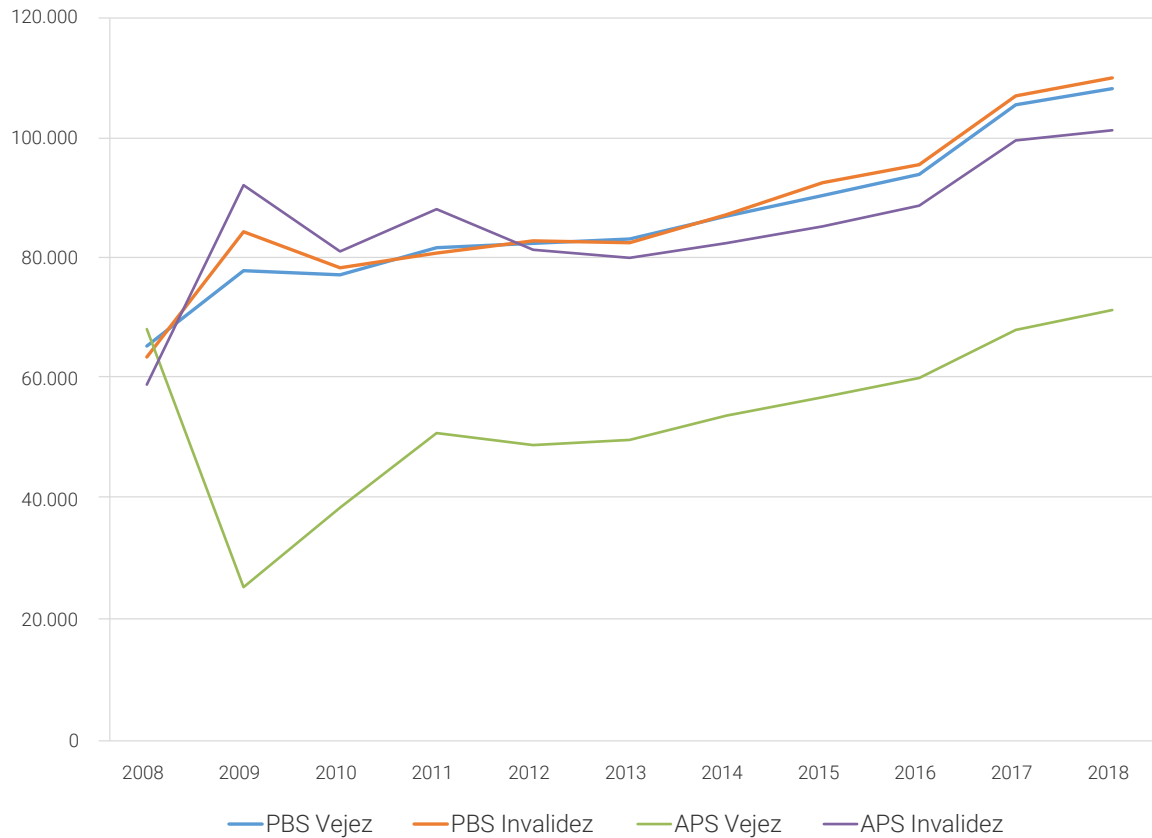
Fuente: Elaboración propia

FIGURA A.1 – NÚMERO DE PENSIONES PAGADAS POR EL SPS SEGÚN TIPO
(DICIEMBRE DE CADA AÑO)



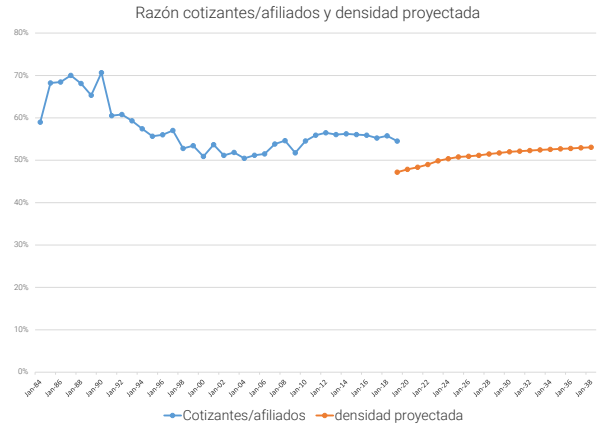
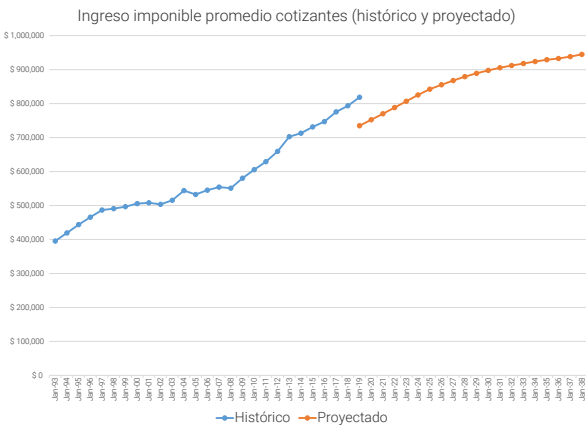
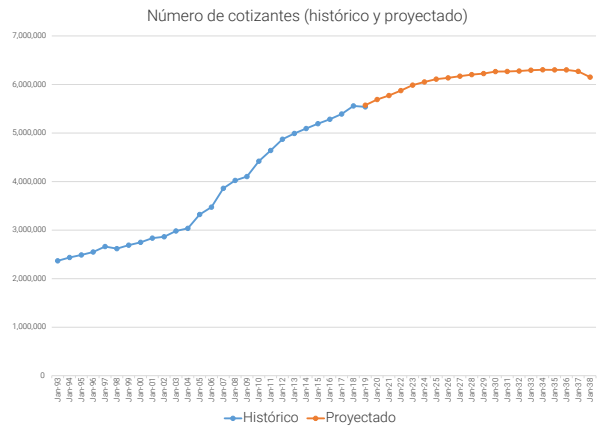
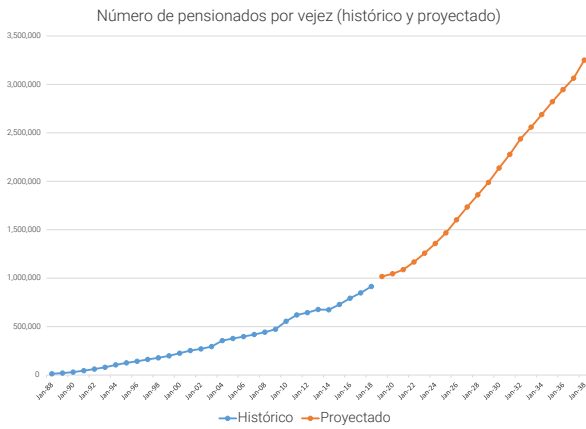
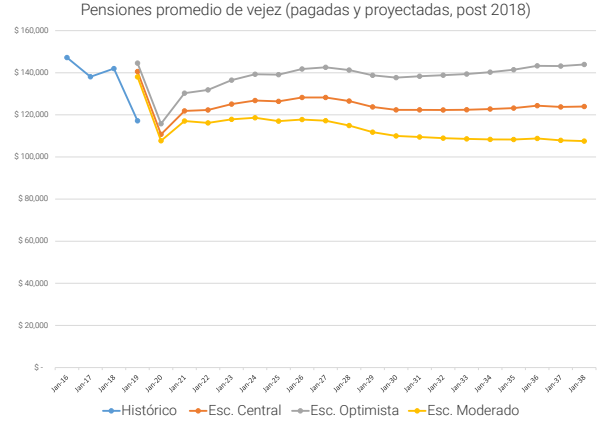
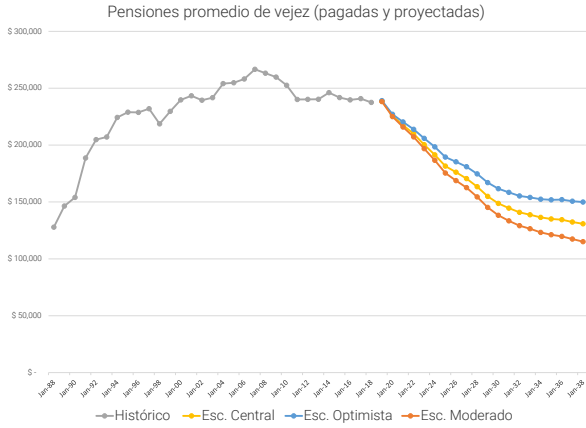
Fuente: Elaboración propia en base a información disponible en www.spensiones.cl/safpstats/stats/

FIGURA A.2 – MONTO PROMEDIO PENSIONES PAGADAS DEL SPS SEGÚN TIPO
(DICIEMBRE DE CADA AÑO, EN PESOS)



Fuente: Elaboración propia en base a información disponible en www.spensiones.cl/safpstats/stats/

**FIGURA A.3 – VARIABLES PREVISIONALES
(HISTÓRICAS Y PROYECCIÓN DETERMINÍSTICA)**



Fuente: Elaboración propia en base a información disponible en www.spensiones.cl/safpstats/stats/



DIRECCIÓN DE PRESUPUESTOS