



# Estudio sobre la Sustentabilidad del Fondo de Reserva de Pensiones

Pablo Castañeda  
Rubén Castro L.  
Luis Felipe Céspedes  
Eduardo Fajnzylber R.  
Michael Sherris  
Félix Villatoro

*Diciembre 2013*

## Estudio sobre la Sustentabilidad del Fondo de Reserva de Pensiones

“El Estudio sobre la Sustentabilidad del Fondo de Reserva de Pensiones se enmarca en el cumplimiento de la Ley N° 20.128 sobre Responsabilidad Fiscal. Fue adjudicada mediante licitación pública 1618-5-LP13 a Don Eduardo Fajnzylber, cuya propuesta resultó más ventajosa según se indica en Resolución Exenta 391 de 2013 de la Dirección de Presupuestos.”

Se agradecen los valiosos comentarios recibidos durante la elaboración de este informe, por parte de Leonardo González de la Dirección de Presupuestos y de los miembros del Comité Financiero del Ministerio de Hacienda.

### AUTORES:

Pablo Castañeda, Ingeniero Comercial de la Universidad de Chile, Ph.D. en Economía de Boston University. Director Académico del Magíster de Ingeniería Financiera de la Universidad Adolfo Ibáñez.

Rubén Castro L., Ingeniero Civil Industrial de la Universidad Federico Santa María, Magíster en Economía de la Universidad de Chile y Ph.D. en Demografía de University of Pennsylvania. Investigador académico del Instituto de Políticas Públicas de la Universidad Diego Portales.

Luis Felipe Céspedes, Ingeniero Comercial de la Pontificia Universidad Católica de Chile, Ph.D. en Economía de New York University. Profesor Asociado de Economía de la Universidad Adolfo Ibáñez.

Eduardo Fajnzylber R., Ingeniero Civil Industrial de la Universidad de Chile, Ph.D. en Economía de University of California, Los Ángeles. Director Académico del Magíster de Economía y Políticas Públicas de la Universidad Adolfo Ibáñez.

Michael Sherris, Experto Actuario, Miembro del Instituto de Actuarios, Londres (FIA); la Sociedad de Actuarios (FSA); el Instituto de Actuarios de Australia (FIAA). Profesor de Estudios Actuariales en University of New South Wales, Australia.

Félix Villatoro, Licenciado en Economía y Negocios de la Escuela Superior de Economía y Negocios de El Salvador, Ph.D. en Economía de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Profesor Asistente de Finanzas de la Universidad Adolfo Ibáñez.

Registro de Propiedad Intelectual

©239.184

ISBN: 978-956-8123-71-0

Diseño y diagramación: Yankovic.net

# ÍNDICE

Abreviaciones	6
1. Introducción	7
1.1. Antecedentes del FRP	7
1.1.1. Reglas de acumulación y retiros	7
1.1.2. Política de inversión del FRP	8
2. Revisión de modelos de proyección	11
2.1. Modelos semi-agregados de simulación	11
2.2. Modelos dinámicos de micro-simulación	12
2.3. GAMMA, un modelo de equilibrio general	15
2.4. Proyección de la Seguridad Social de EE.UU.	15
2.4.1. Los modelos de largo plazo de la SSA	15
2.4.2. El modelo del CBO	17
2.5. El modelo de proyección Dipres	20
3. Estructura General del Modelo de proyección	23
4. Módulo Macro-Fiscal	26
4.1. Revisión de la literatura de proyecciones de corto plazo	26
4.1.1. El Modelo Estructural de Proyección	26
4.1.2. Modelos de serie de tiempo para determinación de dinámica macroeconómica	31
4.2. Determinación de trayectorias macroeconómicas de tendencia	36
4.2.1. Metodología de Cálculo del Balance Estructural	37
4.2.2. Proyección PIB tendencial	40
4.2.3. Precio del cobre de largo plazo	43
4.2.4. Recaudación fiscal no cobre	45
4.2.5. Recaudación fiscal cobre-Codelco	46
4.2.6. Recaudación fiscal cobre-minería privada	47
4.2.7. Tipo de cambio real y nominal	48
4.2.8. Recaudación fiscal total	49
4.2.9. Variables macroeconómicas de tendencia adicionales	50
5. Módulo Financiero	52
5.1. Modelo propuesto	52
5.1.1. Revisión de la literatura sobre modelos factoriales	54
5.1.2. Selección de los factores	56
5.1.3. Volatilidad condicional	59
5.2. Proyección de la tendencia central	63
6. Módulo Previsional	67
6.1. Construcción del modelo previsional	67
6.1.1. Base Poblacional inicial	70
6.1.2. Proyección sociodemográfica	74
6.1.3. Estimación econométrica	78
6.1.4. Simulación, pensiones y estimación gasto SPS	80
6.2. Evolución de variables clave	83

7.	Proyección determinística del FRP	87
8.	Simulación estocástica	91
8.1.	Modelos VAR y modelación de varianzas	92
8.2.	Metodología de simulación	94
8.3.	Simulación de variables macro-financieras	95
8.4.	Simulación de trayectorias previsionales	95
8.5.	Resultados: trayectorias del FRP	95
9.	Análisis de sensibilidad	99
9.1.	Determinantes de la varianza del FRP	99
9.2.	Análisis con regla alternativa de aportes al FRP	100
9.3.	Análisis con regla alternativa de retiros del FRP	102
10.	Evaluación límite de UF 900 millones	103
10.1.	Escenario de la prueba de tensión	103
10.2.	Evaluación	105
11.	Conclusiones	107
12.	Bibliografía	109
	Anexo	115
	Anexo 1 – Estimación modelos econométricos	115
	Anexo 2 - Evolución sociodemográfica en modelo previsional	116
	Anexo 3 - Resultados de Modelos VAR y modelos de varianza	117
	Anexo 4 - Estadísticas descriptivas modelo previsional - escenario determinístico central	121
	Anexo 5 - Evolución determinística FRP bajo escenarios alternativos	126
	Anexo 6 - Evolución determinística FRP bajo escenarios alternativos - Incluyendo aporte efectivamente realizado durante el 2013	128



## ABREVIACIONES

AFP	Administradora de Fondos de Pensiones
APS	Aporte Previsional Solidario
ARMA	<i>Autoregressive Moving Average</i>
BCCh	Banco Central de Chile
BPI	Base Poblacional Inicial
CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model</i>
CAPREDENA	Caja de Previsión de la Defensa Nacional
CASEN	Encuesta de Caracterización Socioeconómica de los Hogares
CBO	<i>Congressional Budget Office</i>
CELADE	Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía
DIPRECA	Dirección de Previsión de Carabineros de Chile
EPC	<i>Economic Policy Committee</i>
EPS	Encuesta de Protección Social
FFAA	Fuerzas Armadas
FEES	Fondo de Estabilización Económica y Social
FP	Fondos de Pensiones
FRP	Fondo de Reserva de Pensiones
GAMMA	<i>Generational Accounting Model with Maximizing Agents</i>
GEPM	Garantía Estatal de Pensión Mínima
HPA	Base de Historias Previsionales de Afiliados, Pensionados y Fallecidos
IMACEC	Indicador Mensual de Actividad Económica
IPC	Índice de Precios al Consumidor
IPS	Instituto de Previsión Social
IVUM	Índice valor unitario de importaciones
LRF	Ley de Responsabilidad Fiscal
MDM	Modelo Dinámico de Micro-simulación
MEP	Modelo Estructural de Proyección (Banco Central de Chile)
MPE	Modelo de Proyección Estocástico
MSAS	Modelos semi-agregados de simulación
PBS	Pensión Básica Solidaria
RF1-RF5	Instrumentos de Renta Fija
RV1-RV3	Instrumentos de Renta Variable
SPS	Sistema de Pensiones Solidarias
SSA	<i>Social Security Administration</i>
SIS	Seguro de invalidez y sobrevivencia
TPM	Tasa de Política Monetaria
UF	Unidad de Fomento
USD	Dólar Americano
VAR	Vector Auto Regresivo
VW	Artículo de Varas y Walker (2009)

# 1. INTRODUCCIÓN

El objetivo del presente estudio es evaluar la sustentabilidad del Fondo de Reserva de Pensiones (FRP), uno de los dos fondos soberanos creados por la Ley N° 20.128 de 2006 sobre Responsabilidad Fiscal. El FRP nace con el objetivo de apoyar el financiamiento de las obligaciones fiscales derivadas del sistema civil de pensiones, complementando el financiamiento de las futuras contingencias en materia de pensiones.

Esta sección hace una descripción general del FRP, incluyendo las reglas de aporte, retiro e inversión.

## 1.1 Antecedentes del FRP

El Fondo de Reserva de Pensiones (FRP) se constituyó el 28 de diciembre de 2006 con un aporte inicial de US\$604,5 millones.<sup>1</sup> Su creación responde al nuevo escenario demográfico caracterizado por una mayor esperanza de vida y un aumento de la población de tercera edad, lo que implica un desafío para el Estado por cuanto se proyectan mayores costos previsionales futuros, sumado a la necesidad de garantizar pensiones básicas solidarias a quienes no han logrado ahorrar lo suficiente para su jubilación.

La Reforma Previsional de 2008 (Ley N° 20.255) introdujo un conjunto de adecuaciones a la Ley de Responsabilidad Fiscal (Ley N° 20.128 de 2006, en adelante LRF) que tuvieron como objeto ajustar la normativa del FRP a los nuevos beneficios contemplados en la reforma. En particular, el objetivo del FRP quedó definido como el de apoyar el financiamiento de las obligaciones fiscales derivadas de las pensiones básicas solidarias de vejez y de invalidez, así como los aportes previsionales solidarios considerados en la Reforma Previsional. El FRP está destinado asimismo a financiar, durante la transición, las obligaciones derivadas de la garantía estatal de pensiones mínimas de vejez, invalidez y sobrevivencia (beneficio que será gradualmente sustituido por el aporte previsional solidario).

### 1.1.1 Reglas de acumulación y retiros

Conforme a la LRF, el FRP se incrementa cada año en un monto mínimo equivalente al 0,2% del Producto Interno Bruto (PIB) del año anterior. Si el superávit fiscal efectivo es superior a 0,2% del PIB, el FRP recibe un aporte equivalente a dicho superávit con un máximo de 0,5% del PIB.<sup>2</sup> Esta regla de acumulación asegura anualmente recursos frescos para el FRP, independientemente de la situación fiscal que el país viva cada año.

Los recursos del FRP sólo pueden ser usados de acuerdo a los objetivos mencionados anteriormente; a saber, para complementar los pagos de las obligaciones de pensiones y del sistema previsional.<sup>3</sup> Hasta el año 2016 es posible realizar giros anuales desde el FRP por un máximo equivalente a la rentabilidad que genere el fondo el año anterior. A partir de 2016, se podrán utilizar anualmente recursos por un monto máximo equivalente a un tercio de la diferencia entre el gasto en obligaciones previsionales del año respectivo y el gasto de obligaciones

1 <http://www.hacienda.cl/fondos-soberanos/fondo-de-reserva-de-pensiones.html>

2 El traspaso debe materializarse durante el primer semestre del año. Esta política estará vigente hasta que el FRP alcance un tamaño equivalente a UF 900 millones (Informe Anual Fondos Soberanos, Ministerio De Hacienda, 2011). <http://www.hacienda.cl/documento/descargar/id/6355>

3 Informe Anual Fondos Soberanos, Ministerio De Hacienda, 2011.

previsionales de 2008 ajustado por inflación.<sup>4</sup> Asimismo, después de septiembre de 2021, el FRP dejará de existir si los giros a efectuarse en un año calendario no superasen el 5% de la suma del gasto en pensiones básicas solidarias de vejez e invalidez y los aportes previsionales solidarios de vejez e invalidez determinados en la Ley de Presupuestos de dicho año. Desde la fecha de su creación, no se han efectuado giros desde el FRP. El siguiente cuadro muestra la evolución del valor de mercado del FRP (en millones de dólares).

**Tabla 1 - Valor del FRP**  
(cifras en millones de dólares de cada año)

Descomposición	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Desde el inicio(a)
Valor de Mercado Inicial	605	1.466	2.507	3.421	3.837	4.406	0
Aportes	736	909	837	337	443	1.197	5.065
Aportes (% PIB)	0,5%	0,5%	0,5%	0,2%	0,2%	0,5%	
Retiros	0	0	0	0	0	0	0
Interés Devengado	46	71	72	70	75	131	465
Ganancias (pérdidas) de capital	80	60	6	9	51	151	357
Costos de Adm., Custodia y otros	0,0	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	-1,23	-2,8
Ganancias financieras netas	125	131	77	79	126	280	819
Valor de Mercado Final	1.466	2.507	3.421	3.837	4.406	5.883	5.883

(a) La creación del FRP se realizó el 28 de diciembre de 2006, con un aporte inicial de US\$604,5 millones.  
Fuente: Cuadros 15 y 16, Informe Anual Fondos Soberanos, Ministerio De Hacienda, 2012.

### 1.1.2 Política de inversión del FRP<sup>5</sup>

A continuación se describen los principales elementos de la política de inversión del FRP.

**Objetivos de inversión.** El principal objetivo de inversión del FRP es generar recursos que permitan financiar parte de las obligaciones fiscales en pensiones. Para esto, se ha definido el objetivo específico de maximizar el retorno esperado, sujeto a una tolerancia al riesgo establecida como la probabilidad del 95% de que el fondo no sufra, en un año, pérdidas superiores al 10% de su valor en dólares. Se considera que el horizonte de inversión es de mediano a largo plazo, considerando el tamaño y la oportunidad de las obligaciones que debe financiar.

**Composición estratégica de activos.** La actual política de inversión del FRP, implementada a partir de enero de 2012, define una composición de cartera de 48% en bonos soberanos nominales; 17% en bonos soberanos indexados a inflación; 15% en acciones y 20% en bonos corporativos. Previamente, la política de inversión del fondo era idéntica a la del Fondo de Estabilización Económica y Social (FEES).

**Comparadores referenciales (o benchmarks).** Para cada componente de la composición estratégica de activos se ha definido una cartera de referencia o benchmark, que corresponde a un índice representativo del mercado respectivo.

4 En la legislación original (Ley N° 20.128 sobre Responsabilidad Fiscal), se establecía el año 2015 como año respecto al cual se calculaba la diferencia. Este guarismo fue modificado por la reforma previsional del año 2008 (Ley N°20255), puesto que a contar de esta reforma el FRP debía cumplir la función primaria de ayudar a financiar el gasto en el nuevo Sistema de Pensiones Solidarias, las cuáles entraron en efecto el año 2008.

5 Extracto de la política de inversión disponible en la dirección: <http://www.hacienda.cl/fondos-soberanos/fondo-de-reserva-de-pensiones/politica-de-inversion.html>

Tabla 2 - Cartera de Referencia del FRP

Clase de Activos	Porcentaje del portafolio	Benchmarks
Bonos Soberanos y otros Activos Relacionados (a)	48%	Barclays Capital Global Aggregate: Treasury Bond Index (unhedged)
		Barclays Capital Global Aggregate: Government-Related (unhedged)
Bonos Soberanos Indexados a Inflación (real)	17%	Barclays Capital Global Inflation-Linked Index (unhedged)
Bonos Corporativos	20%	Barclays Capital Global Aggregate: Corporates Bond Index (unhedged)
Acciones	15%	MSCI All Country World Index (unhedged con dividendos reinvertidos)

(a) Cada subíndice de esta clase de activos se agrega de acuerdo a su capitalización relativa.

Fuente: [www.hacienda.cl/fondos-soberanos/fondo-de-reserva-de-pensiones/politica-de-inversion.html](http://www.hacienda.cl/fondos-soberanos/fondo-de-reserva-de-pensiones/politica-de-inversion.html)

**Administración.** Los portafolios de bonos soberanos nominales e indexados a inflación son gestionados directamente por el Banco Central de Chile (BCCh), en calidad de Agente Fiscal. Los portafolios de acciones y bonos corporativos son gestionados por administradores externos contratados por el BCCh y que fueron seleccionados mediante proceso de licitación.

**Límite de tracking error ex ante.** Se ha definido un límite de tracking error ex ante de 50 puntos base para el portafolio agregado de bonos soberanos y otros activos relacionados y bonos indexados a inflación de 30 puntos base para el de acciones y 50 puntos base para el de bonos corporativos.

**Monedas y emisores elegibles.** Para cada clase de activo son elegibles sólo las monedas y emisores que forman parte del comparador referencial correspondiente.

**Instrumentos elegibles.** Véase las pautas de inversión del Fondo de Reserva de Pensiones con el detalle de los instrumentos elegibles.

**Apalancamiento y uso de derivados.** El Banco Central de Chile y los administradores externos no podrán utilizar derivados para aumentar la exposición a instrumentos financieros más allá del valor de mercado de los recursos administrados por cada uno de ellos.

**Forwards.** El Banco Central de Chile y cada administrador externo podrán contratar *forwards* para minimizar las diferencias con respecto a la composición de monedas de su respectivo comparador referencial. El valor nominal total de los forwards contratados por cada administrador externo no podrá ser superior al 2% del valor de mercado de la cartera que administre cada uno de ellos. En el caso del portafolio gestionado por el Banco Central de Chile, dicho límite será de 4%.

**Futuros.** Los administradores externos podrán contratar futuros cuyos montos nominales agregados no podrán superar el 2% del portafolio que cada uno administre.

**Pautas de inversión.**<sup>6</sup> En las pautas de inversión se proporciona información adicional acerca de la política de inversión del Fondo de Reserva de Pensiones como, por ejemplo, la política de rebalanceo, rangos de desviación, otros límites relevantes, entre otros aspectos asociados a su gestión.

6 Para mayores detalles sobre la pauta de inversión, ver Oficio Ordinario No 1637 del 18 de Noviembre 2011, del Ministerio de Hacienda. <http://www.hacienda.cl/documento/descargar/id/6437>

Cabe hacer notar que la política de inversión ha sufrido cambios significativos desde la creación del FRP.<sup>7</sup> Aunque estos cambios podrían afectar la evolución futura del Fondo, su modelación no será abordada en este trabajo sino que se asumirá que la estructura vigente se mantendrá constante durante todo el horizonte de proyección.

El resto del informe está ordenado de la siguiente forma. La sección 2 hace una revisión de los modelos de proyección utilizados en el mundo para analizar la evolución de las obligaciones públicas. La sección 3 introduce la estructura general del modelo desarrollado en el estudio para proyectar la evolución del FRP y analizar su sustentabilidad en un horizonte de 20 años a partir del año 2012. Dicho modelo consta de tres módulos que determinan la evolución del FRP en el tiempo. Estos son: el módulo macro-fiscal, financiero y el previsional. El detalle de estos tres módulos se presenta en las secciones 4, 5 y 6, respectivamente. La sección 7 describe el proceso de simulación determinística del FRP a partir de tres escenarios, definidos en la sección 4. La sección 8 presenta el proceso de simulación que incorpora elementos estocásticos. La sección 9 presenta un análisis de sensibilidad, a partir de los modelos básicos presentados en las secciones anteriores. La sección 10 discute la evaluación del límite de 900 millones de unidades de fomento, aplicable a la regla de aportes al FRP. Por último, la sección 11 presenta las conclusiones de este estudio.

---

7 A modo de ejemplo, al año 2008, la composición estratégica de activos incluía un 66.5% en bonos soberanos, 30% en instrumentos del mercado monetario y 3,5% en bonos soberanos indexados. Dicha asignación fue modificada a comienzos de 2012, quedando compuesta en un 48% por bonos soberanos nominales, 17% en bonos soberanos indexados a la inflación, 15% en acciones y 20% en bonos corporativos.

## 2. REVISIÓN DE MODELOS DE PROYECCIÓN

Las proyecciones desarrolladas en este trabajo se enmarcan en la literatura de modelos de proyección de obligaciones previsionales. En esta sección revisaremos la literatura relacionada tanto a nivel internacional como nacional.

Aunque existe gran diversidad de sistemas de pensiones en el mundo, se observa ciertas formas básicas de proyectar los beneficios a ser entregados por un esquema y las obligaciones fiscales que se derivan. Al respecto, EPC (2007) hace una revisión de los sistemas previsionales de la mayoría de los países de la Unión Europea, incluyendo una descripción de los modelos utilizados en cada caso para proyectar pensiones. La citada revisión hace referencia a las siguientes descripciones de modelos de proyección:

- Modelos semi-agregados de simulación (varios países)
- Modelos de equilibrio parcial (Francia)
- Modelos dinámicos de micro-simulación (Francia, Suecia)
- Modelos de equilibrio general (Holanda)

En la revisión, los autores se refieren a “modelos de equilibrio parcial” para referirse a esquemas utilizados para agregar los resultados de distintos sub-modelos (típicamente, asociados a esquemas para distintos grupos de trabajadores) de forma de obtener coherencia a nivel agregado o macro. Tal es el caso del modelo utilizado en el análisis de Francia. En esta categoría, se incluyen también modelos utilizados para comunicar modelos demográficos con otros de índole financiera (como en el caso de Alemania).

A continuación, se revisan las tres categorías adicionales de modelos de simulación.

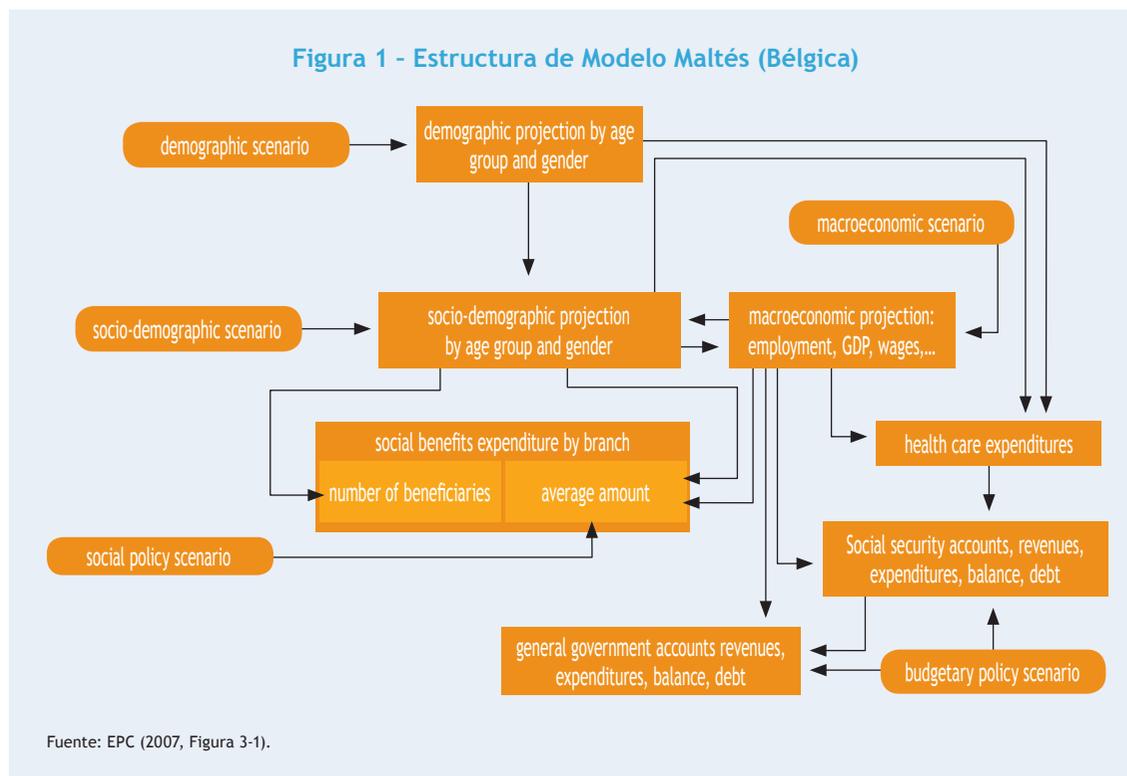
### 2.1 Modelos semi-agregados de simulación (MSAS)

El concepto de modelos semi-agregados de simulación (MSAS) se refiere a modelos determinísticos en que se definen distintos grupos de individuos (de acuerdo a características como edad, género, grupos de ingreso y tipo de pensión).<sup>8</sup> A partir de modelos demográficos, laborales y macroeconómicos, estos modelos definen las probabilidades de transición entre distintos estados y calculan los distintos tipos de beneficios para cada uno de los grupos definidos a partir de supuestos acerca de los salarios y pensiones pagadas. Usualmente, en esta tarea se separa el análisis entre el stock de pensionados y los futuros pensionados. La figura siguiente ilustra este tipo de modelos a partir de un diagrama simplificado del modelo Maltés (*Maltese model*), en que se basan las proyecciones incluidas en EPC (2007) para el caso de Bélgica. Volveremos sobre este tipo de modelos en la descripción del modelo de proyección de no pensionados en el modelo desarrollado por la Dirección de Presupuestos.

---

8 EPC (2007, pp. 16).

Figura 1 - Estructura de Modelo Maltés (Bélgica)



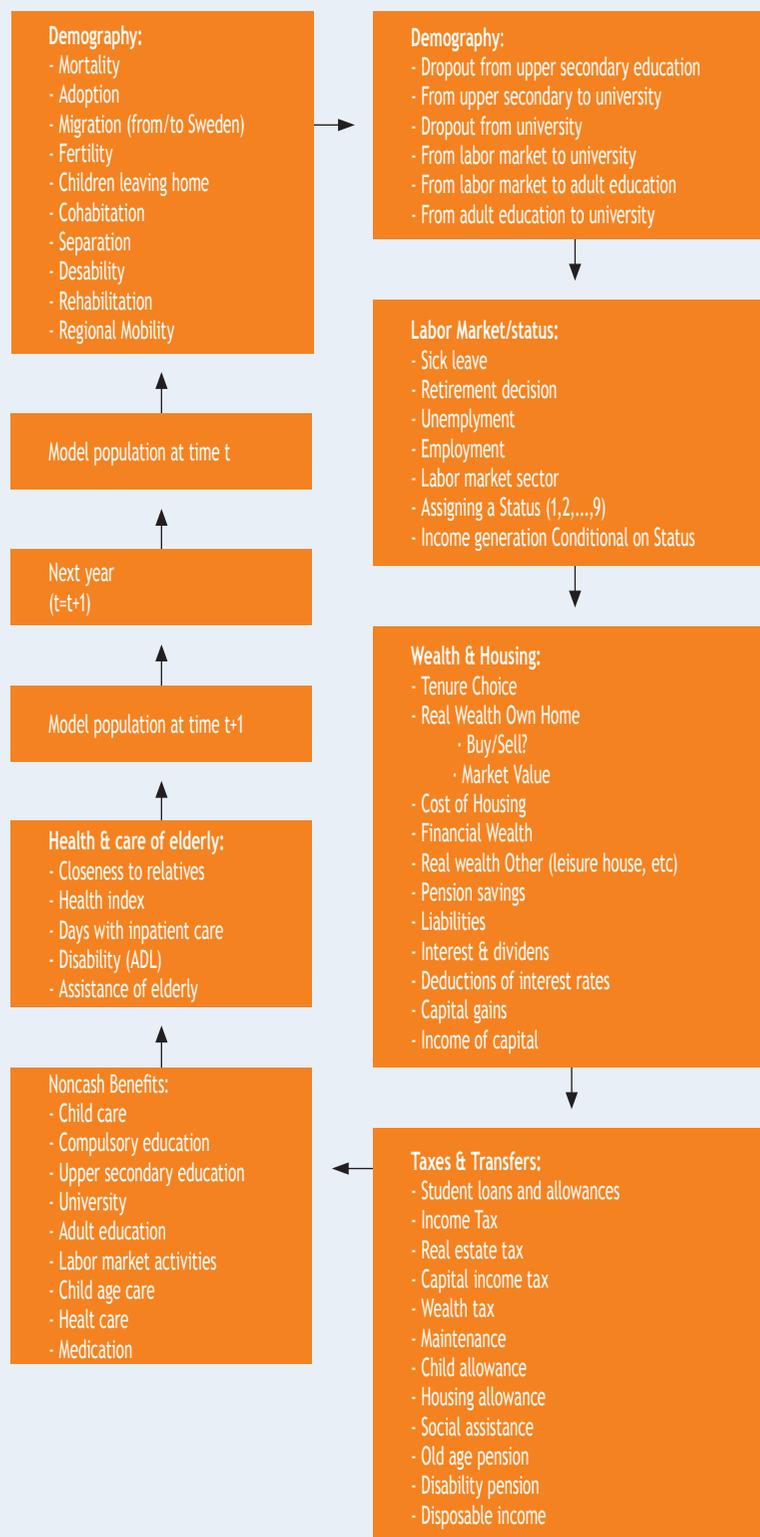
## 2.2 Modelos dinámicos de micro-simulación (MDM)

Los Modelos Dinámicos de Micro-Simulación (MDM) se refieren a modelos similares en su estructura general a los MSAS, pero en que la unidad de agregación corresponde a individuos (o familias) provenientes de una muestra representativa de la población general. Por lo tanto, su principal ventaja radica en la posibilidad de proyectar distribuciones en lugar de promedios, de permitir comportamientos heterogéneos entre los distintos agentes (lo cual está limitado en los MSAS por los niveles de agregación utilizados). Esto puede ser particularmente relevante en el caso Chileno (especialmente para proyectar los gastos emanados del Sistema de Pensiones Solidarias), puesto que los beneficios no contributivos dependen directamente del valor de las pensiones autofinanciadas por cada individuo, por lo que la heterogeneidad es un elemento clave en la proyección (sobre todo a mediano plazo).

La característica de “dinámicos” asociada a estos modelos se utiliza para diferenciarlos de los modelos estáticos, los cuales toman determinada distribución de individuos en un momento dado y asumen que éstos no reaccionan ante un cambio en los parámetros (como variaciones en el sistema impositivo). Por este motivo, a estos modelos se les conoce como “modelos del día después” y se utilizan por ejemplo en el análisis de corto plazo ante cambios al sistema impositivo (Flood et al., 2012).

En un MDM, el estado de cada individuo en la muestra es actualizado en cada año de simulación a partir de una serie de sub-modelos en secuencia. En el caso paradigmático del modelo SESIM, utilizado por el Ministerio de Finanzas de Suecia, la estructura recursiva incluye módulos de tipo demográfico, de educación, de mercado laboral, de riqueza y vivienda, de impuestos y transferencias (incluyendo pensiones) y de beneficios no monetarios. La figura siguiente muestra la estructura recursiva de SESIM.

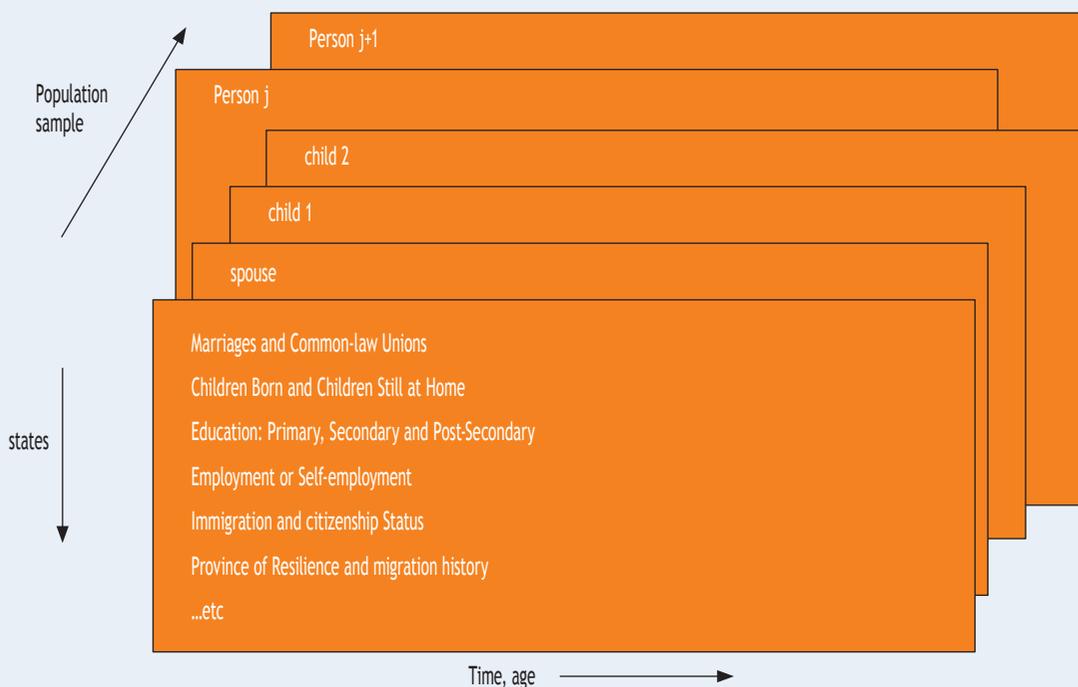
Figura 2 - Estructura de SESIM



Fuente: Flood et al. (2012, Figura 2.1).

Una variación importante sobre este tipo de modelos, la constituyen los modelos dinámicos de simulación en tiempo continuo. El principal ejemplo de este tipo lo constituyen los modelos desarrollados por Statistics Canada, asociados a la herramienta de simulación conocida como Modgen.<sup>9</sup> A diferencia de los modelos de micro-simulación dinámicos de tiempo discreto (como SESIM), la modelación utilizada en Modgen es de tipo continua, es decir, que los eventos (como nacimientos, muertes o matrimonios) pueden ocurrir en cualquier momento (y no de un año a otro). De esta forma, se pueden modelar con mayor detalle el tiempo entre eventos clave como matrimonio y el nacimiento de los distintos hijos o hijas. En este caso, la unidad de análisis corresponde a un caso, originado en una persona, la cual puede casarse y posteriormente tener o no hijos. La figura siguiente ilustra la simulación de personas y familias en un modelo de este tipo, específicamente LifePaths. Al igual que en SESIM, este modelo incluye módulos demográficos (población y migración), mortalidad, educación, fertilidad, matrimonios y uniones, divorcios, composición de hogares, empleo e ingresos.

Figura 3 - Personas y Familias en el modelo LifePaths



Fuente: Statistics Canada (2013).

9 El servicio de estadísticas de Canadá (*Statistics Canada*) ha desarrollado una serie de modelos de microsimulación para distintos objetivos: modelos de microsimulación de corte transversal para individuos y familias (como el SPSPD/M), modelos de microsimulación dinámicos longitudinales (como *LifePaths*), modelos de microsimulación demográfica (*Demosim*) y modelos para proyectar resultados de salud. Incluso, han desarrollado una herramienta genérica para la construcción de modelos de microsimulación longitudinales dinámicos (*Modgen*). Para mayores detalles, ver <http://www.statcan.gc.ca/microsimulation>.

## 2.3 GAMMA, un modelo de equilibrio general (MEG)

En el caso de Holanda, las proyecciones de largo plazo se desarrollan a partir de un modelo de generaciones traslapadas de equilibrio general, conocido como GAMMA (*Generational Accounting Model with Maximizing Agents*).

Específicamente, GAMMA incorpora las decisiones de los hogares, las firmas y los fondos de pensiones. Los hogares deciden sobre cuánto trabajo ofertar y sobre su ahorro privado, las firmas demandan trabajo y capital y los fondos de pensiones (de beneficio definido) deciden sobre las tasas de cotización y los niveles de beneficios. El gobierno es modelado en forma simplificada a partir de ecuaciones de contabilidad generacional (ingresos y gastos asociados a la edad de los individuos), sin comportamiento estratégico o económico.

Los agentes son racionales y con visión de futuro, y optimizan en forma consistente. El modelo incluye 100 cohortes de individuos, a partir de las cuales se genera la distribución poblacional en cada momento del tiempo, elemento utilizado posteriormente en los modelos de los hogares y las firmas.

La principal justificación para este tipo de modelos es que permiten endogeneizar el comportamiento de los distintos agentes económicos, lo cual puede ser particularmente relevante ante cambios significativos durante el horizonte de proyección en aspectos clave como la demografía, el mercado laboral o las reglas de beneficios. Sin embargo, al asumir mercados perfectos de capitales y empleo, no son necesariamente apropiados para capturar la dinámica de corto plazo (Draper & Armstrong, 2007).

## 2.4 Proyección de la Seguridad Social de EE.UU.

El caso de Estados Unidos es particularmente interesante pues existen al menos dos grandes modelos utilizados para realizar proyecciones de corto y mediano plazo sobre el sistema de pensiones (*Social Security*): los modelos desarrollados por la Oficina del Actuario General (*Office of the Chief Actuary*) de la Administración del Seguro Social (*Social Security Administration, SSA*) y los modelos desarrollados por Oficina de Presupuesto del Congreso (*Congressional Budget Office, CBO*).

### 2.4.1 Los modelos de largo plazo de la SSA

El modelo de proyección de largo plazo de la SSA consiste en cuatro grandes procesos: Demografía, Economía, Beneficiarios y Operaciones del Fideicomiso y Estatus Actuarial (U.S. SSA, 2012). El proceso Demográfico entrega como resultado una proyección de la población de EE.UU. por celdas definidas en base a edad, sexo, estado civil, y estatus de residencia (legal o no legal). El proceso Económico toma las proyecciones demográficas y las transforma en proyecciones sobre empleo, salarios promedio (para efectos de indexación) y masa salarial imponible. El proceso de Beneficiarios toma los insumos anteriores y genera proyecciones anuales de beneficiarios de los distintos fondos (vejez, invalidez y sobrevivencia). El último proceso del Fideicomiso y Estatus Actuarial combina las proyecciones de aportes a los distintos fondos y pago de beneficios desde los mismos, así como el ingreso por concepto de rentabilidad, arrojando la situación actuarial del sistema para los siguientes 75 años.

El modelo anterior es estimado utilizando 3 escenarios distintos (intermedio, de bajo costo y de alto costo) sobre un conjunto de parámetros clave (U.S. SSA, 2013): tasa de fecundidad a partir de 2037, porcentaje de reducción anual en las tasas de mortalidad durante los 75 años de proyección, tasas de crecimiento de la productividad, salario promedio, IPC (Índice de Precios al Consumidor), diferencial de salarios, tasa de desempleo, rentabilidad de los fondos, y tasas de incidencia asociadas con invalidez. El detalle de los 3 escenarios se muestra en la tabla siguiente:

**Figura 4: Valores clave en escenarios de proyección modelo USSA**

Long-range assumptions	Intermediate	Low-cost	High-cost
<b>Demographic:</b>			
Total fertility rate (children per woman), for 2037 and later	2,0	2,3	1,7
Average annual percentage reduction in total age-sex adjusted death rates from 2012 to 2087	0,80	0,42	1,21
Average annual net immigration (in thousands) for years 2013-87	1.095	1.400	800
<b>Economic:</b>			
Average annual percentage change in:			
Productivity (total U.S. economy), for 2024 and later	1,68	1,98	1,38
Average wage in covered employment from 2024 to 2087	3,93	3,52	4,32
Consumer price Index (CPI-W), for 2019 and later	2,80	1,80	3,80
Average annual real-wage differential (percent) for years 2025-87	1,13	1,72	0,52
Unemployment rate (percent), for 2022 and later	5,5	4,5	6,5
Annual trust fund real interest rate (percent), for 2023 and later	2,9	3,4	2,4
<b>Programmatic:</b>			
Disability incidence rate (per 1.000 exposed, aged-sex-adjusted) by 2032	5,4	4,3	6,5
Disability recovery-termination rate (per 1.000 beneficiaries, age-sex-adjusted) by 2032	10,4	12,5	8,3

Fuente: U.S. SSA (2013, Tabla II.C.1).

El modelo de largo plazo de la SSA puede clasificarse entonces bajo la categoría de MSAS, puesto que utiliza proyecciones por celdas de población y datos históricos para proyectar los aportes al sistema y los beneficios pagados del mismo.

Una variación interesante en torno al modelo de largo plazo de la SSA es el llamado modelo estocástico (U.S. SSA, 2004). Este modelo consiste en incorporar variación aleatoria, en torno al escenario intermedio, en algunas de las variables clave del modelo de largo plazo descrito anteriormente: fecundidad, mortalidad, migraciones, desempleo, inflación, tasas de interés real, crecimiento de salarios y tasas de incidencia y recuperación de invalidez. Para cada una de estas variables, se estimaron modelos de serie de tiempo en base a información histórica y forzando los valores promedio con las proyecciones bajo el escenario intermedio. En la mayoría de los casos, cada variable es modelada en forma independiente de las otras, adoptando típicamente modelos de tipo ARMA (*Autoregressive Moving Average*). Sin embargo, las variables macroeconómicas (desempleo, inflación y tasa de interés real) fueron modeladas con interrelaciones entre las tres ecuaciones (en forma similar a un Vector-Auto-Regresivo, VAR). A modo de ejemplo, la ecuación para modelar el proceso estocástico asociado a la tasa general de desempleo es la siguiente:<sup>10</sup>

10 Véase la Ecuación (6) en U.S. SSA (2004, pp. 9).

$$U_t = U_t^{TR} + 0.96u_{t-1} - 0.30u_{t-2} + 0.4i_{t-1} - 0.08i_{t-2} + 0.75r_{t-1} + 0.6r_{t-2} + \varepsilon_{1t}$$

Donde  $U_t$  representa la tasa de desempleo en el año  $t$ ,  $U_t^{TR}$  representa el valor predicho para ese año de acuerdo a los supuestos del escenario intermedio,  $u_{t-1}$  corresponde a la desviación de la tasa de desempleo del año anterior ( $U_{t-1}$ ) respecto a la tasa predicha para ese mismo año ( $U_{t-1}^{TR}$ ) en base a los supuestos base. Las variables  $i_{t-1}$  y  $r_{t-1}$  también representan rezagos de la desviación de las tasas de inflación e interés real, respectivamente, en relación a sus valores predichos. Por último,  $\varepsilon_{1t}$  es un término de error. A su vez, las ecuaciones para las tasas de inflación y tasa de interés real son similares a ésta.

Esta forma de modelación econométrica (en desviaciones respecto a un escenario predicho) aseguraría que las proyecciones hacia adelante oscilarían en torno al escenario intermedio de proyección.

### 2.4.2 El modelo del CBO

El Modelo de Simulación de Largo Plazo de Políticas del CBO, CBOLT, es particularmente interesante en el contexto del estudio actual, pues representa, en varias dimensiones, un esfuerzo muy similar al que se propone llevar a cabo en esta propuesta (con la excepción del modelo financiero, menos relevante en el caso del sistema público de EE.UU.).

El modelo CBOLT ha ido evolucionando, con crecientes niveles de complejidad. En sus versiones más recientes, el modelo presenta resultados con 3 modos de solución (O'Harra et al., 2004): (i) un modelo de proyección estático con un entorno macro fijo y módulos de proyección de tipo actuarial, similares al modelo de proyección de la SSA (versión no estocástica); (ii) un modelo macro de crecimiento con proyecciones actuariales y reglas presupuestarias federales detalladas y (iii) un tercer modelo que incluye el macro anterior pero incorpora, además, un modelo de micro-simulación dinámica.

El modelo estático, completado a final del año 2000, enfocado en el sistema público de pensiones (Social Security) busca asemejar la metodología de la Oficina del Actuario Jefe de la SSA, de manera de generar una línea base consistente con las proyecciones intermedias de dicha institución. Este modelo se basa en celdas definidas por edad, sexo y estado civil, generando proyecciones de población, beneficios promedio, beneficiarios elegibles, discapacitados y trabajadores activos al interior de cada celda. Algunas variables, sin embargo, se mantienen a un nivel agregado (no por celda). Tal es el caso de la distribución de ingresos de los trabajadores, la cual es modelada para la población en general y no por cada combinación de edad y sexo. Esto complica un detallado análisis distribucional a nivel de cohortes. Como base para las simulaciones, se utilizan los valores intermedios adoptados por la SSA (escenario intermedio) para 9 variables (fecundidad, disminución de mortalidad, inmigración, crecimiento de salarios, inflación, desempleo, tasa de interés real, prevalencia y tasa de terminación de discapacidades). La variación en torno a este escenario base se obtiene a partir de la variabilidad histórica.<sup>11</sup> En todas las versiones de CBOLT, se utiliza una serie de trabajadores representativos. El ingreso futuro de éstos se obtiene aplicando factores fijos por edad y sexo al índice de salarios medios proyectado a partir de los supuestos del modelo actuarial.

El modelo de crecimiento macro endogeniza algunos de los supuestos del modelo estático, a partir de un modelo de crecimiento asumiendo una función de producción tipo Cobb-Douglas con una tasa de crecimiento (exógena) de la productividad total de factores para generar el crecimiento del producto. Este producto es imputado a los factores trabajo y capital para predecir la evolución de la tasa de crecimiento de los salarios reales y las tasas de interés. Para ello, se requiere predecir la evolución del stock de capital, lo que es modelado a partir de las decisiones de ahorro del sector privado y público. El comportamiento de ahorro privado, siendo un aspecto clave en estas proyecciones es sensibilizado ante distintos supuestos alternativos. Otro aspecto asociado a esta forma de modelación es la necesidad de desarrollar módulos detallados de proyección de otros sectores del gasto público, particularmente del sector salud (Medicare, Medicaid).

El modelo más general incluye micro-simulaciones para una muestra representativa de 0.1% de la población de EE.UU. Para cada individuo en esta muestra, se simulan nacimientos, muertes, inmigración, transiciones matrimoniales, participación laboral, horas trabajadas, tasa de solicitud de beneficios y niveles de los mismos. El resultado de estas simulaciones es reemplazar los resultados agregados a nivel de celdas por estas simulaciones a nivel individual. El principal argumento en favor de este análisis de micro simulación es tener mayor flexibilidad en términos de análisis distributivo y la habilidad de capturar comportamientos a nivel individual.

La siguiente figura resume la secuencia de simulación año a año de los distintos modos de simulación de CBOLT. Como se mencionó antes, las variantes que incluyen el modelo de crecimiento Macro incluyen componentes que generan endógenamente los niveles de ingreso y retorno a los factores, además de la necesidad de modelar otros sectores del gasto público y el ahorro privado.

11 Para una aplicación, ver CBO (2001).

**Figura 5: Secuencia de solución anual en modelos estático y dinámico de CBOLT**

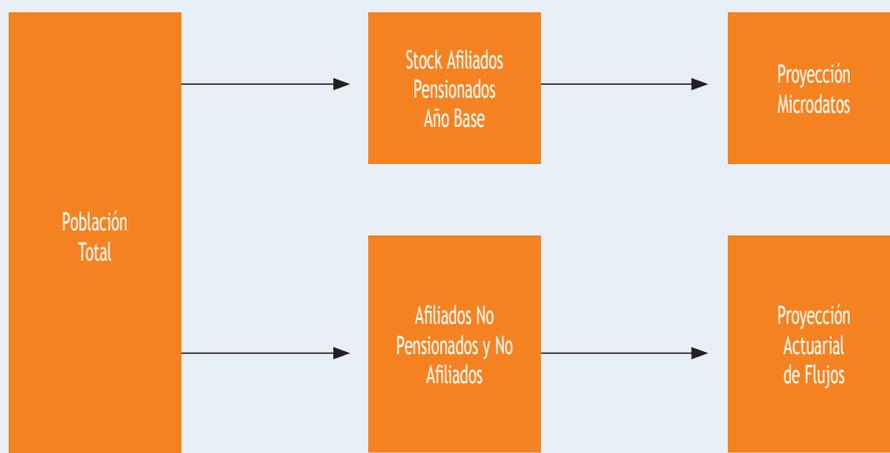
Solution Mode 1 (Static Macro)	Solution Modes 2 and 3 (Static Macro)
1. Population	1. Population
2. Labor Force	2. Labor Force
	3. Production and output
	4. Income and Factor price
3. Social Security Covered Workers	5. Social Security Covered Workers
4. Social Security Payroll Taxes	6. Social Security Payroll Taxes
5. Social Security Beneficiary Counts	7. Social Security Beneficiary Counts
6. Social Security Beneficiary Counts	8. Social Security Benefit Amount
7. Social Security Trust Funds	9. Social Security Trust Funds
	10. Medicare
	11. Other Federal Revenues and Spending
	12. State and Local Budgets
	13. Foreign Transactions
	14. Private Saving
	15. Next Period Beginning Capital Stock

Fuente: O’Harra et al. (2004, Figura 1).

## 2.5 El modelo de proyección Dipres

Uno de los modelos más relevantes para efectos de este estudio es el modelo de proyección desarrollado por Dipres.<sup>12</sup> Como se puede apreciar en la siguiente figura, este modelo utiliza un esquema similar al utilizado en los MDM (denominado “Proyección Microdatos”) para proyectar pensiones y gasto asociados a los actuales pensionados y un modelo de tipo MSAS para los futuros pensionados (denominado “Proyección actuarial de flujos”).

Figura 6 - Visión general del modelo de proyección DIPRES



Fuente: Arenas de Mesa et al. (2008, Figura 3).

En efecto, como muestra la figura siguiente, el modelo asociado al stock de pensionados utiliza en su origen una serie de cruces entre registros administrativos de población, tipo de sistema, tipos de pensión, etc. De esta forma, se pueden calcular con precisión los beneficiarios del sistema de pensiones solidarias. Posteriormente, aplicando este stock del año base es proyectado hacia adelante aplicando tablas de mortalidad diferenciadas por sexo pero manteniendo siempre la consistencia con las proyecciones demográficas utilizadas.

12 La descripción incluida en esta sección se basa en el modelo descrito en Arenas de Mesa et al. (2008).

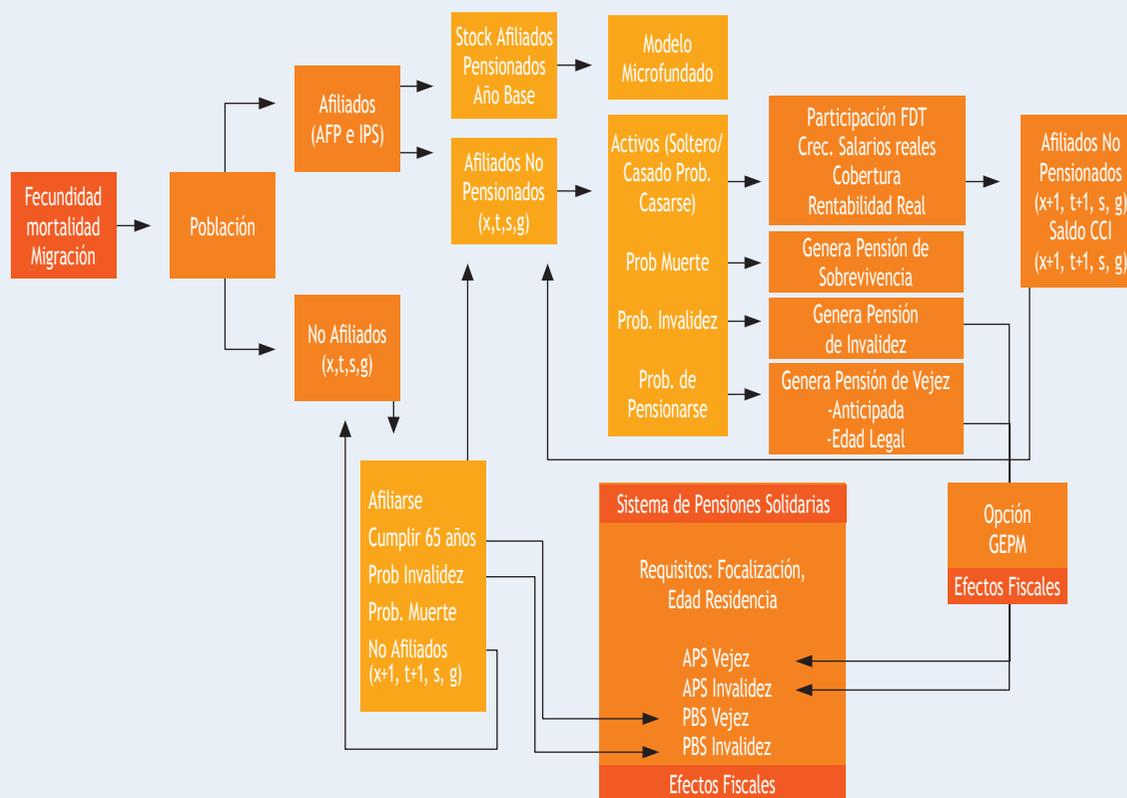
Figura 7 - Modelo micro-fundado para stock de pensionados en modelo DIPRES



Fuente: Arenas de Mesa et al. (2008, Figura 4).

Por su parte, la evolución de los individuos que en el año base aún no se han pensionado puede describirse a partir de la siguiente figura. A partir de proyecciones demográficas, se definen grupos de individuos (celdas) diferenciados según edad, sexo y grupos socioeconómicos. Los individuos en cada celda (diferenciados en afiliados y no afiliados) se exponen a una serie de eventos (como afiliarse, casarse, invalidarse, pensionarse o morir), dando pie al escenario del período siguiente. Una vez generadas las pensiones correspondientes y la verificación de requisitos, se calculan los beneficios solidarios y el correspondiente efecto fiscal.

Figura 8 - Modelo actuarial para flujo de pensionados en modelo DIPRES



Fuente: Arenas de Mesa et al (2008, Figura 5).

Por último, vale la pena destacar el estudio previo de sustentabilidad del FRP, desarrollado por Bravo et al. (2010). En ese trabajo, se utilizó el modelo desarrollado por Dipres para proyectar el gasto máximo del SPS y la evolución del FRP ante los distintos escenarios incluidos en la tabla a continuación.

Tabla 3 - Escenarios en Bravo et al. (2010)

Escenario	Tasa de crecimiento del PIB	Aportes al FRP	Rentabilidad del FRP
(1) Base	4%	0,3%	4%
(2) Bajo crecimiento	2%	0,3%	2%
(3) Alto Crecimiento	6%	0,3%	6%
(4) Base con nulo crecimiento de PBS y PMAS	4%	0,3%	4%
(5) Base con crisis financiera	4%+fluctuación bajo crisis	0,3%	4%+fluctuación bajo crisis

Fuente: Bravo et al. (2010, Tabla 4.3.1).

Las principales conclusiones de dicho estudio consisten en que el FRP sería sustentable en todos los escenarios considerados.

### 3. ESTRUCTURA GENERAL DEL MODELO DE PROYECCIÓN

Nuestra propuesta consiste en desarrollar un Modelo de Proyección Estocástico para el FRP (en adelante, MPE), que incluya restricciones económicas y estadísticas que permitan proyectar de forma consistente los tres componentes involucrados en la ecuación que describe la trayectoria futura del FRP,

$$FRP_{t+1} = (1 + R_{t+1}^{FRP})FRP_t + AP_{t+1} - EG_{t+1}, \quad (1)$$

Donde  $FRP_t$  es el valor acumulado del FRP al final del año  $t$ ,  $R_{t+1}^{FRP}$  es la rentabilidad del FRP en el año  $t + 1$ ,  $AP_{t+1}$  es el monto de aportes realizados al FRP en  $t + 1$ , de acuerdo a la regla de aportes establecida en la Ley de Responsabilidad Fiscal (en adelante, LRF), mientras que  $EG_{t+1}$  es el monto de retiros efectuados, en igual periodo, de acuerdo a la LRF.

A cada uno de los componentes de la ecuación anterior (retornos, aportes y retiros) corresponde un módulo especial del MPE: el módulo macro-fiscal tiene como finalidad básica proyectar las trayectorias de aporte al FRP; el módulo financiero busca simular los retornos financieros del portfolio en que está invertido el FRP (además de los retornos de los Fondos de Pensiones); en el módulo previsional se proyectan las obligaciones fiscales emanadas del SPS con el fin de estimar los egresos máximos desde el FRP. La siguiente tabla resume las funciones principales de los distintos módulos.

Tabla 4 - Funciones de distintos módulos del MPE

Determinante de evolución del FRP	Módulo	Funciones
Aportes al FRP	Macro-fiscal	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Define trayectorias de tendencia de ciertas variables clave</li> <li>2) Genera trayectorias de variables adicionales a través de modelos auxiliares</li> <li>3) Cálculo de aportes al FRP</li> </ol>
Retorno financiero del FRP	Financiero	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Define trayectorias de tendencia de retornos financieros</li> <li>2) Modelación de media y varianza de retornos de distintas categorías de activo a partir de factores macro y financieros</li> <li>3) Estimación de dinámica de corto plazo de activos financieros y variables macro a partir de modelos VAR</li> <li>4) Simulación de retornos de Fondos de Pensiones, del FRP y tasa de interés para el cálculo de rentas vitalicias</li> </ol>
Retiros del FRP	Previsional	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Modelación y simulación de historia previsional de población chilena</li> <li>2) Estimación de retiros máximos desde el FRP a partir de normativa contenida en LRF</li> </ol>

Fuente: Elaboración propia.

Es importante destacar que los 3 módulos anteriores no son independientes. Por el contrario, la relación entre ellos es vital para asegurar cierto grado de consistencia y co-movimientos entre los distintos elementos que afectan al FRP. Para ilustrar estas interrelaciones, el siguiente cuadro detalla los distintos pasos llevados a cabo durante el desarrollo e implementación del MPE.

**Tabla 5 - Proceso de desarrollo e implementación del MPE**

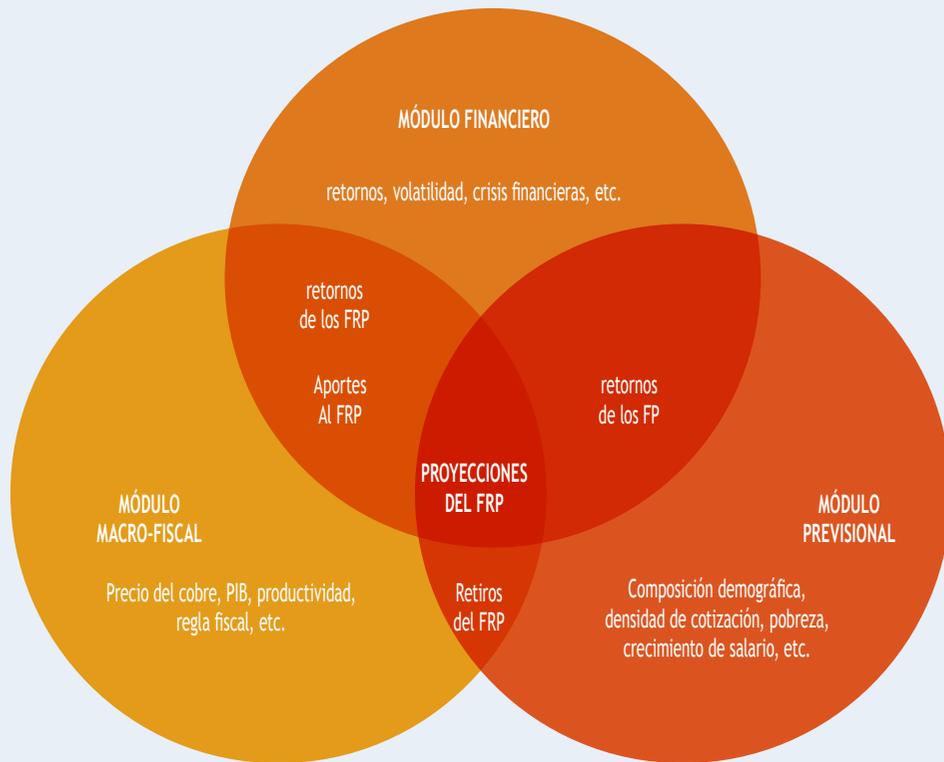
1) Módulo Macro-Fiscal	Definición de trayectorias de largo plazo de ciertas variables clave bajo distintos escenarios (Central, Optimista, Moderado y de crisis). Entre éstas se incluyen tendencias para las siguientes variables: PIB, inflación, tipo de cambio real, precio del cobre, costos de producción minera, recaudación fiscal no minería, producción de CODELCO y de la minería privada y gasto fiscal.
2) Módulo financiero	Definición de trayectorias de largo plazo de retornos de las distintas clases de activos involucrados en el FRP y los fondos de pensiones chilenos.
3) Módulo financiero	Identificación de factores financieros y macroeconómicos que sirvan como base para la modelación de la media y la varianza de los retornos financieros.
4) Módulo financiero/fiscal	Modelación, estimación y simulación de dinámica de corto plazo de variables macro y financieras (modelos VAR). Estas simulaciones arrojan las variables necesarias para la proyección de los componentes fiscales que determinan los aportes al FRP, los retornos simulados para el FRP y los fondos de pensiones, las trayectorias para la tasa implícita de las rentas vitalicias (para el cálculo de las jubilaciones de nuevos pensionados) y ciertas variables utilizadas en los modelos econométricos del módulo previsional (crecimiento del IMACEC, Tasa de Política Monetaria y desempleo). Aquí se generan los retornos del FRP en las distintas trayectorias y escenarios.
5) Módulo previsional	Modelación, estimación y simulación de historias previsionales, acumulación de activos en fondos de pensiones, cálculo de pensiones de vejez, invalidez y sobrevivencia, y generación de beneficios del Sistema de Pensiones Solidarias (SPS). Este módulo utiliza microdatos administrativos, encuestas y los factores macro simulados descritos anteriormente. Aquí se genera el retiro máximo del FRP, como función del gasto agregado en el SPS.
6) Módulo Macro-fiscal	Modelación y simulación de variables auxiliares necesarias para el cálculo de los aportes al FRP. Calcula los aportes al FRP en las distintas trayectorias y escenarios. Combina los aportes con los retiros máximos del FRP y los retornos financieros para generar las trayectorias del FRP.

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede apreciar, el modelo desarrollado apunta a garantizar la coherencia conceptual entre los aportes, retiros, y retornos obtenidos por el FRP, proveniente de la existencia de factores que subyacen a estos tres componentes en forma simultánea. Este es el caso, por ejemplo, de un escenario de mayor crecimiento económico producto de un aumento de la productividad. Una situación de este tipo no sólo implicaría potencialmente mayores aportes al FRP sino que también es esperable que tenga efectos positivos sobre el empleo y los salarios reales (y posiblemente, sobre la densidad de cotizaciones), y al mismo tiempo, sobre las rentabilidades de los activos locales y del tipo de cambio real.<sup>13</sup> La Figura siguiente ilustra un esquema conceptual del modelo de proyección, incluyendo algunos de los elementos estocásticos a ser considerados (por ej., precio del cobre, productividad, tipo de cambio real, etc.).

13 Véase, por ejemplo, Boldrin et al., (2001) y Bocola y Gornemann (2013).

Figura 9 - Esquema del Modelo de Proyección Estocástico (MPE)



Fuente: Elaboración propia.

En las siguientes secciones se describe cada módulo en mayor profundidad.

## 4. MÓDULO MACRO-FISCAL

La dinámica macroeconómica juega un papel fundamental a la hora de determinar la evolución de variables claves que afectan la acumulación de recursos en los Fondos de Pensiones (FP) y en el resultado fiscal que a su vez determina los aportes al FRP.

El objetivo del bloque macro-fiscal es realizar proyecciones para el período de estudio de las variables macroeconómicas relevantes para la trayectoria del balance fiscal y para los bloques previsionales y financiero. Dichas trayectorias de naturaleza tanto de largo plazo (o de tendencia) como de corto plazo (o asociadas al ciclo económico). Es importante notar que ambas están sujetas a distintos escenarios. En este informe se proveerá de estimaciones de trayectorias de largo plazo para las variables macroeconómicas relevantes bajo distintos escenarios. Se presentarán tres escenarios de proyección, un escenario central, uno optimista y uno moderado. Asimismo, se expone el modelo de proyección estocástica utilizado para modelar las oscilaciones de corto plazo en torno a las trayectorias de tendencia.

Los detalles de la proyección para los escenarios de largo plazo o trayectorias de tendencia serán explicados en detalle en la próxima subsección. A continuación se realizará una revisión de la literatura que busca explorar los factores que determinan el ciclo económico en Chile así como también la trayectoria conjunta de un grupo de variables macroeconómicas relevantes identificados en estudios previos. Dichos modelos serán de relevancia cuando se estimen las trayectorias de corto plazo de las variables macroeconómicas relevantes para el presente estudio.

### 4.1 Revisión de la literatura de proyecciones de corto plazo

En esta sección, se revisa en primer lugar el Modelo Estructural de Proyección (MEP) desarrollado por el BCCh. Posteriormente, se hace una revisión de algunos de los principales trabajos que estudian desde una perspectiva de series de tiempo la dinámica macroeconómica chilena.

#### 4.1.1 El Modelo Estructural de Proyección (MEP)

EL MEP es uno de los dos principales modelos macroeconómicos utilizados por el BCCh para proyectar las variables macroeconómicas más relevantes y realizar ejercicios de simulación y política económica.<sup>14</sup> Una de las características del MEP es que contiene ecuaciones que describen las dinámicas de las variables tanto en el corto plazo, como las condiciones de equilibrio de largo plazo, lo que permite distinguir sus efectos.

El MEP no es un modelo micro-fundado, sin embargo, en la literatura existen modelos similares derivados desde micro fundamentos.

En su estructura básica el MEP cuenta con:

1. Una curva de Phillips de corto plazo que relaciona la inflación y la brecha de producto.
2. Una demanda agregada o IS que determina la dinámica de la brecha de producto.

14 Véase, por ejemplo, BCCh (2003).

3. Una regla de política monetaria que determina la evolución de las tasas de interés de corto plazo
4. Una curva de rendimiento para la evolución de las tasas de mediano plazo y una paridad de tasas de interés para describir la dinámica del tipo de cambio real.

### Curva de Phillips

La curva de Phillips corresponde a una ecuación en la que la inflación ( $\pi$ ) depende de las expectativas de inflación ( $\pi^e$ ), la inflación pasada,  $A(L)\pi$ , donde  $A(L)$  es el operador de rezagos, y de la inflación importada  $\pi^*$ , además de la brecha de producto,  $(y - \bar{y})$ :

$$\pi = \beta_1 \pi^e + \beta_2 A(L)\pi + (1 - \beta_1 - \beta_2)\pi^* + \gamma(y - \bar{y})$$

### Demanda agregada

A su vez, la demanda agregada relaciona cambios en la brecha de producto,  $\Delta(y - \bar{y})$ , con las tasas de interés reales de corto ( $r$ ) y largo plazo ( $R$ ), que constituyen el principal mecanismo de transmisión de la política monetaria. La demanda agregada presenta reversión a la media, llevando al producto hacia su nivel potencial. La brecha de producto puede depender, además, de otras variables ( $\xi$ ), en particular de variables externas, tales como términos de intercambio y tasas de interés externas, por ejemplo. Así, la brecha de producto está dada por:

$$\Delta(y - \bar{y}) = \alpha_1 A(L)(r - \bar{r}) + \alpha_2 A(L)(R - \bar{R}) + \alpha_3 (y_{-1} - \bar{y}_{-1}) + \alpha_4 \xi$$

Donde todas las variables se expresan como desviaciones desde su nivel neutral.

### Regla de política monetaria

La tasa de interés de corto plazo está dada por una regla de política monetaria para la tasa de interés nominal ( $i$ ). Esta regla indica que la tasa de interés se desvía de su nivel neutral en la medida que la inflación proyectada a un horizonte dado ( $\pi_{+t}^e$ ) se aleja del nivel meta ( $\bar{\pi}$ ). Por otra parte, la regla depende de la brecha del producto. Además, la regla incorpora el hecho que el banco central tiende a suavizar los movimientos de tasas de interés, haciendo depender el nivel de la tasa de su valor pasado. Así, la regla está dada por:

$$i = \lambda i_{-1} + (1 - \lambda)\{\pi_{+t}^e + \bar{r} + \gamma[\kappa(\pi_{+t}^e - \bar{\pi}) + (1 - \kappa)(y - \bar{y})]\}$$

### Paridad de tasas de interés y curva de rendimiento

La tasa de interés de corto plazo se transmite a la tasa de interés de largo plazo bajo un supuesto de arbitraje. La tasa de interés de largo plazo debe reflejar la trayectoria esperada de las tasas de interés de corto plazo, además de un premio por plazo ( $\Phi_R$ ). La trayectoria esperada para las tasas cortas se resume en la expectativa de la tasa larga para el período siguiente. De este modo, la dinámica de la tasa real larga está dada por:

$$R = XR_{+1}^e + (1 - X)(r + \Phi_R)$$

Por último, el tipo de cambio real ( $q$ ) está dado por la paridad de tasas de interés, incluyendo un premio por riesgo soberano ( $p$ ). Utilizando una aproximación logarítmica y una versión real de la paridad de tasas de interés, se tiene que:

$$q = q^e - r - (r^* + \rho)$$

Donde  $q^e$  corresponde a las expectativas de tipo de cambio real futuro y  $r^*$  corresponde a la tasa real de interés externa.

### Estado estacionario o largo plazo

El MEP tiene un estado estacionario definido en forma explícita y exógena. Este estado estacionario contempla una trayectoria de crecimiento balanceado de la economía, incorpora las condiciones de demanda y oferta en los mercados de bienes y factores que reflejan una situación de pleno empleo de los recursos y una situación de precios relativos constantes. Las condiciones de estado estacionario impuestas en el modelo son:  $r = LIBORR + \rho$ ,  $BCU5 = r + \varphi$ ,  $TCR = TCRE$ ,  $P^*Y = \alpha W \cdot EMP$ ,  $U = UN$ ,  $Y = YE$ ,  $\pi_{IPC-X1} = \pi_{otros} = META$ , en donde  $LIBORR$  corresponde a la tasa libor expresada en términos reales,  $p$  al premio soberano,  $\varphi$  al premio por plazo de largo plazo,  $TCR$  al tipo de cambio real,  $TCRE$  al tipo de cambio real de equilibrio,  $W$  al salario nominal,  $EMP$  al nivel de empleo,  $U$  a la tasa de desempleo,  $UN$  a la tasa de desempleo natural,  $Y$  al PIB efectivo,  $YE$  al PIB potencial,  $\pi_{IPC-X1}$  la inflación del  $IPC-X1$ ,  $\pi_{otros}$  a la inflación del resto de la canasta del IPC y  $META$  a la meta de inflación del BCCCh.

En el largo plazo el PIB ( $Y$ ) tiende a su nivel potencial ( $YE$ ). El PIB potencial, o capacidad productiva, se proyecta fuera del modelo. Por lo tanto, el nivel del producto y su tasa de crecimiento en el largo plazo son impuestos exógenamente. En la práctica, se puede utilizar una serie de procedimientos para estimar el producto de tendencia, siendo los más comunes los filtros estadísticos (como Hodrick-Prescott, o Baxter-King) o una descomposición de fuentes de crecimiento. Esta última es la que se ha utilizado para realizar proyecciones y es equivalente a la utilizada por el Ministerio de Hacienda en la elaboración del PIB tendencial.

En el modelo, se impone que la inflación de los precios que excluye el  $IPC-X1$  ( $\pi$  otros que incluye locomoción colectiva, indexados, perecibles, etc.) sea igual a la inflación meta en el largo plazo. En cuanto a la inflación del componente  $IPC-X1$  ( $\pi_{IPC-X1}$ ), se impone que en estado estacionario sea constante. Esto se traduce en imponer que la curva de Phillips presente homogeneidad dinámica. Por otra parte, la tasa de interés real de corto plazo converge a su nivel neutral de largo plazo sólo si la inflación es igual a la inflación meta. Por este mecanismo se asegura que la inflación del  $IPC-X1$  y la inflación total converjan a la cifra que se establezca como meta.

El tratamiento de los precios relativos es muy simple, suponiéndose que las tasas de interés nominal y real de corto y largo plazo ( $BCU5$ ), así como el tipo de cambio real ( $TCR$ ), son constantes y exógenos en estado estacionario. En estado estacionario, la curva de rendimiento también refleja las condiciones de arbitraje entre tasas de corto y largo plazo. Al mismo tiempo, estas tasas son consistentes con el crecimiento del producto potencial en el largo plazo y con el costo del financiamiento externo. El tipo de cambio real de equilibrio es estimado (fuera del modelo central) utilizando un modelo de fundamentales que incluye entre otros los términos de intercambio, el nivel del gasto público, la productividad relativa entre transables y no transables y la posición neta de activos financieros.

En lo que se refiere al mercado laboral, se impone que en el largo plazo la participación de los salarios ( $W*EMP$ ) en el ingreso ( $P*Y$ ) sea constante. Por otra parte, el desempleo ( $U$ ) tiende al desempleo natural ( $UN$ ), con lo que en el largo plazo el empleo crece con la fuerza de trabajo, la cual es proyectada fuera del modelo.

El MEP, sin embargo, ha sido actualizado en los años recientes para incorporar los cambios producidos en el ejercicio de la política monetaria. En particular, la última modificación importante en el modelo se llevó a cabo en el IPoM de septiembre del 2005 y consistió en excluir sectores de la oferta del proceso de proyecciones. Las variables que están afectas a dicha modificación son el PIB, los salarios, el empleo y el deflactor.

De esta manera, el MEP incluye actualmente un bloque de precios, un bloque laboral, un bloque para el mercado de bienes y un bloque financiero.

### *Bloque precios*

El bloque de precios está compuesto por un conjunto de siete ecuaciones para los precios excluidos del IPCX1 más una Curva de Phillips para el IPCX1, cuyo peso relativo dentro del índice de precios del consumidor (IPC) es 69%. Los coeficientes de la Curva de Phillips son estimados en dos etapas; en la primera etapa se estiman las expectativas de la inflación subyacente, utilizando una combinación de adelantos y rezagos de la meta. En la segunda etapa se estima la curva de Phillips.

Además este bloque incluye la modelación de “otros precios”. Para el caso del transporte público se considera una versión reducida del polinomio que utiliza el Ministerio de Transportes para fijar la tarifa del pasaje, donde dicho polinomio es un promedio ponderado del precio de los buses, neumáticos, el diésel y los ajustes que experimentan los salarios.

La ecuación de combustibles considera las paridades del diésel, la gasolina de 93 octanos y el kerosene; los que dependen de las variaciones que experimenta el precio del petróleo y el tipo de cambio.

Carnes, pescados, frutas y verduras son bienes cuya demanda está muy afectada por la estacionalidad por lo que las ecuaciones que los modelan siguen procesos auto regresivos.

La especificación para servicios indexados es una combinación de rezagos del IPC. Servicios financieros está modelado por un set de rezagos de la tasa de política monetaria.

La ecuación para servicios públicos es un promedio ponderado de las variaciones que experimentan los salarios, el petróleo, el IVUM en pesos y variaciones que experimenta el precio del cobre (Proxy del ingreso fiscal en pesos).

### *Bloque laboral*

El bloque laboral lo conforman la ecuación de salario, empleo y fuerza de trabajo. En estado estacionario tanto la fuerza de trabajo como el empleo crecen a la tasa de crecimiento de la población económicamente activa, mientras que el salario real crece de acuerdo a la productividad de equilibrio.

### *Bloque mercado de bienes*

El bloque para el mercado de bienes se modela mediante una IS, cuyos coeficientes son estimados con mínimos cuadrados ordinarios corrigiendo la matriz de varianzas y covarianzas según el método de Newey-West.

### *Bloque financiero*

El bloque financiero, en tanto, modela la regla de política monetaria y su transmisión a las tasas de corto y largo plazo en la misma línea como fue descrito anteriormente.

### *Ecuaciones anexas*

El MEP es complementado con una serie de ecuaciones que utilizan como insumos los mismos supuestos y resultados del modelo central MEP (el antes expuesto). De esta forma se puede obtener la dinámica asociada a variables claves en la economía que no son parte del modelo central y que permiten una descripción más completa y su utilización en otro tipo de ejercicios.

Entre las variables macroeconómicas determinadas fuera del modelo central se encuentra la demanda interna, el consumo privado, la inversión, las exportaciones, las importaciones, la cuenta corriente y los deflatores del PIB y de la demanda interna.

### *Resumen*

El modelo MEP es un modelo atractivo para la estimación de trayectorias de corto plazo para variables macroeconómicas relevantes en la determinación de los fondos de pensiones y de la evolución del FRP. La modelación a la MEP permite establecer relaciones semi-estructurales que entregan potencialmente una descripción más precisa de los canales de transmisión de los shocks que afectan la economía hacia las variables de interés.

Alternativamente este modelo establece modelos auxiliares de variables macroeconómicas que se construyen a partir de un grupo de estimaciones base, modelación atractiva para los propósitos del presente estudio toda vez que permite proyectar variables que sean requeridas por los distintos bloques del Esquema del Modelo de Proyección Estocástico (figura 9) sin necesariamente requerir la estimación conjunta del total de variables.

Las variables macroeconómicas relevantes para el presente estudio que forman parte del MEP corresponden al PIB real de la economía, a la tasa de inflación a lo largo del ciclo económico, a las tasas de interés de corto y largo plazo, al empleo, al desempleo, a los salarios reales y al tipo de cambio real y nominal. La trayectoria de corto plazo de dichas variables se ve afectada por shocks de carácter externo y domésticos. Dada la naturaleza de la economía chilena, los shocks que tienden a explicar una mayor proporción del ciclo económico tienden a ser externos por los que una adecuada caracterización de dichos shocks es clave para una adecuada descripción de las dinámicas macroeconómicas relevantes para el presente estudio.

La metodología MEP es una alternativa para el establecimiento de trayectorias de corto plazo para las variables macroeconómicas de interés frente a los shocks que afectan a la economía. A continuación se realiza una revisión de alternativas al MEP en la determinación de dichas trayectorias correspondientes a modelos de series de tiempo.

#### 4.1.2 Modelos de serie de tiempo para determinación de dinámica macroeconómica

A continuación se realizará una revisión de algunos de los principales trabajos que estudian desde una perspectiva de series de tiempo la dinámica macroeconómica chilena.

*Evolution of a small open emerging economy's external vulnerability: evidence for Chile (Chau-mont y Kirchner, 2013)*

Este trabajo intenta evaluar la evolución de la exposición y consecuencias de shocks externos sobre la economía chilena.

El análisis se realiza mediante Vectores Auto Regresivos (VAR) estructurales en los cuales se permite que los parámetros estimados varíen en el tiempo, con lo que es posible capturar no linealidades y cambios en las relaciones contemporáneas y rezagadas entre las variables macroeconómicas relevantes. De esta manera se pueden identificar cambios en la propagación de los efectos de los shocks externos en la economía.

Se emplean datos en frecuencia mensual entre diciembre de 1990 y abril de 2012. Las variables utilizadas incluyen el spread entre las tasas de interés locales y las tasas de interés internacionales para cuantificar las condiciones de financiamiento externo, el precio real del cobre para capturar cambios en los términos de intercambio y un indicador de la actividad económica para cuantificar la respuesta de la economía frente a shocks externos.

El modelo propuesto por estos autores considera la siguiente especificación. Sea  $y_{i,t}$  la observación de la variable  $i$  en el período  $t$  y sea  $x'_{i,t}$  un vector de dimensión  $k \times 1$  que contiene las variables explicativas para la ecuación  $i$ , que incluyen los rezagos de las variables observadas y cualquier variable exógena relevante. Además, sea  $\beta_{i,t}$  un vector conformable de coeficientes, y sea  $u_{i,t}$  el error aditivo no observable y no auto correlacionado de la ecuación  $i$ . En consecuencia, el modelo incluye un sistema de ecuaciones dado por:

$$y_{i,t} = x'_{i,t}\beta_{i,t} + u_{i,t} \quad i = 1,2, \dots, n \quad t = 1,2, \dots, T$$

Las estimaciones de las ecuaciones que contempla este trabajo son realizadas mediante métodos bayesianos. Entre los principales resultados se tiene que, desde los años 2000, los aumentos conjuntos en la volatilidad de las condiciones financieras y el precio del cobre han intensificado la incertidumbre acerca de las condiciones externas. Íntimamente relacionado lo anterior se tiene que la propagación de *shocks* financieros hacia el precio del cobre y, por consiguiente, el traspaso de la volatilidad financiera se ha intensificado a través del tiempo. Sin embargo, incluso cuando la exposición chilena al sector externo parece haber aumentado, los efectos de los shocks externos parecen ser menores a partir de la década del 2000. Lo anterior podría sugerir que las reformas a las políticas monetaria y fiscal han contribuido a fortalecer la posición de la economía chilena.

*Business cycle dynamics and shock resilience in Chile (Franken, Le Fort y Parrado, 2005)*

En este artículo se utiliza un modelo VAR para analizar cómo responde el ciclo económico chileno a shocks, y la capacidad de la economía chilena de resistirlos. Su principal novedad es el uso de un conjunto ampliado de variables para capturar el impacto de los shocks externos e internos, incluyendo variables de política; el uso de una muestra ampliada, desde los años cincuenta; y la introducción de exogeneidad en bloque para capturar la condición de economía

pequeña y abierta y para mejorar el manejo de temas de identificación. Entre los resultados principales se tiene que los shocks externos han sido la fuente predominante de fluctuaciones del ciclo económico chileno, seguidos por los shocks de política monetaria. En tanto, los shocks de política fiscal no son demasiado importantes para el ciclo. Tal como el trabajo anterior, este estudio parece entregar evidencia de que la resiliencia de la economía chilena frente a los shocks externos aumentó durante los noventa, un hecho en el que las políticas contra cíclicas jugaron un papel importante.

Este trabajo usa datos en frecuencia anual entre el 1950 y 2003. Se incluyen 5 variables para cuantificar shocks externos, reales y financieros (demanda externa, términos de intercambio, tasa de interés externa, mercado accionario externo e inversión externa). Además, se emplean medidas para el ciclo económico chileno (brecha de producto) y 6 variables para capturar shocks financieros domésticos (apertura, tipo de cambio real, dinero, ingresos fiscales, gasto fiscal y mercado accionario local). La mayor parte de las variables son medidas como desviaciones desde su valor de largo plazo, calculado mediante un filtro de Hodrick-Prescott.

El modelo VAR contiene 12 ecuaciones, una para cada una de las variables descritas anteriormente. La estimación se realiza mediante la descomposición de Cholesky y se imponen restricciones de exogeneidad en bloque, para capturar el hecho de que la economía chilena es pequeña y abierta, incapaz de afectar las condiciones internacionales. La estructura dinámica incluye únicamente un rezago.

#### *Model for analysis and simulations: A small open economy DSGE for Chile (Medina y Soto, 2007)*

Los autores de este estudio presentan un modelo dinámico de equilibrio general estocástico (DSGE) para el análisis y proyección de la economía chilena. El modelo está íntimamente relacionado con los desarrollados por Christiano et al (2005), Altig et al. (2004) y Smets y Wouters (2003a, 2003b) para países desarrollados.

En términos generales, existe un continuo de hogares y diferentes tipos de firmas en la economía. Los hogares viven infinitamente, toman decisiones de consumo y ahorro, y establecen los salarios de manera progresiva. Hay un conjunto de firmas que producen bienes transables diferenciados usando capital y trabajo. Las empresas tienen poder monopólico sobre las variedades que producen y escogen precios de manera escalonada. Otro conjunto de firmas importan y distribuyen domésticamente distintas variedades de bienes extranjeros intermedios. Estas firmas tienen poder monopólico sobre las variedades que distribuyen y también determinan los precios de manera escalonada. También hay un tercer tipo de firmas que producen commodities. Su producción es completamente exportada. Estas firmas no tienen poder de mercado y toman el precio de las materias primas como dadas y su producción es determinada exógenamente y no requiere insumos. Sus utilidades pertenecen al gobierno e inversionistas extranjeros.

Los bienes intermedios, domésticos y extranjeros, son usados para producir bienes transables y no transables. Ellos son combinados en paquetes consumidos por los hogares, en paquetes consumidos por el gobierno, y en un tercer paquete usado como bien de capital y empleado para incrementar el stock de capital.

La estimación es realizada mediante una aproximación bayesiana y está basada en la maximización de la función de verosimilitud obtenida a partir de la solución de la versión loglinealizada del modelo.

Para la estimación se utilizan datos en frecuencia trimestral entre 1990 y 2005. Las variables incluyen el PIB real, el consumo real, la inversión real, las exportaciones reales totales, la producción de materias primas (mediante el PIB asociado a recursos naturales), tasas de interés de corto plazo, el IPCX1, el tipo de cambio real, la devaluación nominal y los salarios reales. También se incluyen medidas del producto real de los socios comerciales y su inflación, tasas de interés externas (tasa libo), y el precio internacional real del cobre.

Entre los principales resultados se tiene que incrementos en precios del cobre, reducciones en las tasas interiores, expansiones de la actividad mundial y caídas en los premios por riesgo han generado importantes apreciaciones del tipo de cambio real y caídas en la inflación. Sin embargo, los efectos sobre el PIB parecen ser menores, al menos al ser comparados con otros estudios empíricos. Shocks estructurales asociados a cambios en la productividad relativa también son una fuerte importante en las fluctuaciones del tipo de cambio real. Por último los grandes shocks monetarios de 1998 explican una parte importante de la reducción del PIB y la inflación alrededor de ese año, aunque el shock no muestra persistencia después de 1999.

#### *Shocks de petróleo e inflación, el caso de Chile y una muestra de países industriales (Pincheira y García, 2007)*

En este trabajo, mediante la estimación de diversas especificaciones auto regresivas en forma reducida y la estimación de un vector auto regresivo (VAR) en paneles, los autores estudian y comparan las respuestas inflacionarias de Chile y de 9 países industrializados frente a un shock en el precio del petróleo a través de un análisis de impulso-respuesta.

Las variables escogidas son el precio del petróleo, el índice de precios al consumidor y el índice de precios al consumidor subyacente y no subyacente (con el objeto de cuantificar el efecto de un shock en el precio del petróleo en el IPC, tanto como en sus componentes subyacentes y no subyacentes), el índice de precios de energía (para analizar el traspaso desde el precio del petróleo a los precios de la energía). Además, para aislar las presiones inflacionarias que provengan desde fuentes diferentes a los shocks en el precio del petróleo, se controla por el nivel de actividad de la economía, la masa monetaria y la tasa de interés doméstica, el tipo de cambio nominal, el tipo de cambio nominal multilateral, y la tasa de interés externa.

El análisis se realiza en frecuencia mensual entre 1999 y 2005. Los resultados indican que un alza inesperada de 10% en el precio del petróleo produce un alza en la inflación de energía, total y no subyacente para todos los países de la muestra (Chile, Estados Unidos, Reino Unido, Canadá, Corea del Sur, Japón, Irlanda, Francia, Italia y Suiza) y de forma significativa. Algo similar ocurre con la inflación subyacente, salvo para Estados Unidos y Francia).

Chile es uno de los países con una mayor respuesta inflacionaria, mostrando en inflación total, subyacente y no subyacente una respuesta estadísticamente más alta que la respuesta promedio del resto de la muestra.

#### *Shocks externos y transmisión de la política monetaria en Chile (Parrado, 2001)*

Este trabajo intenta identificar la política monetaria chilena y verificar si las respuestas dinámicas de corto plazo de las variables macroeconómicas estándar son coherentes con las predicciones estocásticas de una versión del modelo de Mundell-Fleming con expectativas racionales. En particular, una contracción monetaria doméstica reduciría el nivel de precios, contraería tanto el producto como los agregados monetarios temporalmente y apreciaría el

tipo de cambio al momento del impacto. Por su parte, una innovación externa, debido a alzas inesperadas en alguna tasa de interés internacional relevante o en la prima por riesgo de países emergentes, en cambio, aumentaría esencialmente la tasa de interés doméstica y depreciaría el tipo de cambio.

Para determinar los efectos de los shocks domésticos de política monetaria y de las innovaciones externas (shocks de política monetaria externa y de premio por riesgo) sobre el producto, el nivel de precios, la tasa de interés, los agregados monetarios y el tipo de cambio, se utiliza el enfoque de vectores autorregresivos estructurales (SVAR). Esta metodología se basa en la información institucional que contienen las tasas de interés y en el timing para identificar los efectos dinámicos de las variables macroeconómicas relevantes e, implícitamente, para deducir los shocks monetarios. En particular, los SVAR relacionan los movimientos observados de una variable con un conjunto de innovaciones que tienen interpretación económica. Es importante hacer notar que los shocks de política monetaria, identificados con este tipo de VAR, no son el resultado de la regla monetaria como respuesta a las fluctuaciones macroeconómicas, sino que son componentes aleatorios que no se pueden explicar por la función de reacción.

Los datos utilizados en el modelo son el log del IMACEC, el log del IPC, el log del precio mundial del petróleo, la tasa de política monetaria, la tasa de los fondos federales de EE.UU.), el premio por riesgo EMBI, el log de los agregados monetarios (M1A), y el log del tipo de cambio real.

La identificación de la forma estructural del modelo empírico, está basada en los estudios de Bernanke (1986), Blanchard y Watson (1986), Sims (1986) y en Cushman y Zha (1997) y Kim y Roubini (2000). Así se deja de lado la descomposición de Cholesky y se utiliza un método general que permite estructuras no recursivas y que restringe únicamente los parámetros estructurales contemporáneos.

En forma resumida, los shocks estructurales se componen de cuatro bloques: (1) mercado monetario compuesto por las ecuaciones de oferta y demanda por dinero; (2) mercado de bienes domésticos, el que incluye las ecuaciones del IMACEC y del IPC; (3) shocks exógenos, los que corresponden a las ecuaciones del precio mundial del petróleo y de las condiciones financieras internacionales; y (4) la condición de arbitraje que corresponde a la ecuación del tipo de cambio real.

En general los resultados encontrados son consistentes con una amplia gama de modelos teóricos. Primero, innovaciones monetarias domésticas generan un incremento de la tasa de interés, una caída transitoria del producto y de los agregados monetarios, una reducción del nivel de precios y una apreciación del tipo de cambio. Segundo, las fuentes domésticas de volatilidad son similares a las presentadas en países industrializados, donde la política monetaria explica una proporción reducida de la variabilidad del producto, del nivel de precios y del tipo de cambio real. Tercero, las innovaciones en la política monetaria externa presentan efectos sobre la tasa de política monetaria interna de corta duración y escasa influencia sobre otras variables macroeconómicas chilenas. Finalmente, y en contraste con los shocks de la tasa de interés externa, las innovaciones en el premio por riesgo presentan efectos significativos sobre la tasa de política monetaria y el tipo de cambio real.

### *The effects of nominal and real shocks on the Chilean real exchange rate during the nineties (Soto, 2003)*

Utilizando VAR identificados mediante restricciones de largo plazo, este trabajo evalúa la importancia de shocks reales y nominales sobre el tipo de cambio real en Chile durante los años noventa. Diversas estimaciones indican que los shocks nominales explican alrededor del 30% de la variabilidad del error de pronóstico de esta variable en el corto plazo. Un shock nominal produce una apreciación del tipo de cambio real que dura aproximadamente cinco meses. El impacto de los shocks reales depende de la naturaleza del mismo. Mientras que un shock de productividad aprecia el tipo de real, un shock de demanda genera una depreciación real. La descomposición histórica muestra que durante los noventa no hubo grandes des-alineamientos del tipo de cambio con relación a su valor de largo plazo.

La estrategia de identificación utilizada asume que los shocks nominales no tienen impacto en el producto en el largo plazo.

En primera instancia se estima un VAR para el tipo de cambio real, este incluye 5 rezagos y emplea datos mensuales entre 1990 y 1999 para el log del tipo de cambio real y el diferencial entre las tasas de interés domésticas y externas.

A continuación se descomponen los shocks de tipo de cambio real en shocks de productividad y shocks de demanda.

Para evaluar estos casos se utilizan el cambio en el log del IMACEC el cambio en el log del tipo de cambio real y el diferencial de tasas de interés y se consideran tres posibles shocks: nominales, de productividad y de demanda. La estrategia de identificación asume que los shocks de productividad pueden tener efectos permanentes en el producto y en el tipo de cambio real. A su vez, shocks de demanda no afectan el producto en el largo plazo, pero si pueden tener efectos permanentes en el tipo de cambio real (lo que ocurre sólo si el shock de demanda produce un cambio en la composición de la demanda). Finalmente, los shocks nominales sólo tienen efectos transitorios.

### *Resumen*

Los modelos de series de tiempo presentan una alternativa atractiva de modelación de trayectorias de las variables macroeconómicas relevantes para este estudio debido a su flexibilidad. Dicha flexibilidad permite la incorporación de variables de interés en tipos de versiones reducidas. Permite adicionalmente la identificación de un mayor número de shocks, no obstante no necesariamente se obtienen estimaciones estructurales de dichos shocks.

La siguiente sección presenta la metodología y cálculo de escenarios de proyección de tendencia.

## 4.2 Determinación de trayectorias macroeconómicas de tendencia

Tal como fue discutido previamente, el módulo macro-fiscal produce las proyecciones de los aportes a ser enterados en el FRP y las proyecciones de las variables macroeconómicas que afectan la trayectoria de los determinantes de la evolución de los fondos de pensiones (por ej., la tasa de interés de corto plazo, los salarios reales, el empleo, la tasa de desempleo, etc.) En la presente sección se determinan las trayectorias de tendencia de las variables macroeconómicas a ser utilizadas en la proyección del balance del FRP y relevantes en la evolución de las variables financieras y del sistema de pensiones.

En el caso de las proyecciones relacionadas con los aportes a ser enterados en el FRP, éstas están directamente relacionadas con el balance fiscal que se obtiene en cada año, el que depende de manera importante –aunque no exclusiva– del contexto macroeconómico que enfrenta el Fisco.

Tal como establece la LRF, los aportes al FRP vienen dados por:

$$AP_t = \max(0,2\% \text{ PIB}_{t-1}; \min(BF_{t-1}; 0,5\% \text{ PIB}_{t-1}))$$

Donde  $AP_t$  es el aporte en pesos enterado por el Fisco al FRP y  $BF_t$  corresponde al balance fiscal efectivo en el año (definido más abajo) como porcentaje del PIB (Producto Interno Bruto nominal). Luego, se deduce que el aporte al FRP va entre un mínimo de 0,2% del PIB y un máximo de 0,5% del PIB efectivo del año anterior.

Desde el punto de vista de la situación fiscal, las variables claves para determinar el balance fiscal, como será discutido en la siguiente subsección, vienen dadas por los ingresos fiscales efectivos del Fisco, los ingresos estructurales (ingresos permanentes del Fisco) y la meta de balance estructural definida por el Ejecutivo. En el caso de la determinación de la recaudación estructural, variables claves que inciden en dicha estimación son las estimaciones del precio de largo plazo del cobre y del PIB tendencial.

Los ingresos fiscales se descomponen entre los ingresos asociados al precio del cobre y aquellos no asociados a dicha fuente. Dentro de los ingresos asociados al cobre se debe diferenciar entre los aportes de Codelco y los de la minería privada.

Lo anterior se justifica porque la base tributaria para ambos tipos de impuestos (cobre y resto) es muy distinta y responde a factores que pueden ser diferentes en ciertas ocasiones. En particular, la base tributaria en el caso de los ingresos cobre responde más fuertemente al precio del cobre y a las exportaciones de este recurso mientras que la base tributaria asociada a los ingresos no cobre está más relacionada con el PIB de la economía. Los ingresos fiscales (nominales) son definidos de la siguiente forma:<sup>15</sup>

$$RF_t \equiv RF_t^C + RF_t^{NC}$$

Donde  $RF_t$  es la recaudación fiscal en el año  $t$ ,  $RF_t^C$  es la recaudación asociada al cobre en el año  $t$ , la que se divide entre los aportes de CODELCO y la tributación a la gran minería privada. Mientras que  $RF_t^{NC}$  es la recaudación fiscal no relacionada al cobre.

15 Todas las variables fiscales definidas en esta sección son presentadas términos nominales.

Bajo la regla de balance estructural, la trayectoria de gasto público viene dada por la trayectoria de ingresos estructurales ajustados por la meta de balance estructural que define la autoridad. La recaudación estructural corresponde a la recaudación que obtendría el Fisco si la economía se encontrara en su nivel de producto tendencial y el precio efectivo del cobre correspondiese a su valor de largo plazo. En consecuencia, tomando como base a la Regla de Balance Estructural de la economía chilena, se tiene que el nivel de gasto público en el período  $t$  ( $GP_t$ ) viene dado por:

$$GP_t = RF_t^E - BF_t^E$$

Donde  $RF_t^E$  corresponde a la recaudación estructural y  $BF_t^E$  corresponde a la meta del balance estructural definida por el Ejecutivo para el año  $t$ . Ahora bien, el balance fiscal ( $BF_t$ ) corresponde a la diferencia entre ingresos y gastos del Fisco:

$$BF_t = RF_t - GP_t$$

El que dada la determinación del gasto público bajo la regla de balance estructural, puede ser reescrito como:

$$BF_t = RF_t - RF_t^E + BF_t^E$$

Esta expresión es familiar en la literatura de balance estructural y dice que el balance fiscal efectivo es igual al balance fiscal estructural más un ajuste cíclico, en el caso chileno por factores asociados al ciclo económico y al ciclo en el precio del cobre. Lo anterior implica que para definir los aportes al FRP se debe establecer tanto la trayectoria de los ingresos fiscales efectivos como la trayectoria de los ingresos estructurales y de la meta de balance estructural.

A continuación se describe la metodología del balance estructural como manera de establecer las variables macroeconómicas relevantes para la determinación de los ingresos estructurales del Fisco y, de esta forma, poder discutir las variables a ser proyectadas en forma de tendencia para la determinación del balance fiscal.

#### 4.2.1 Metodología de Cálculo del Balance Estructural

La metodología de cálculo del balance estructural tiene como objetivo estimar cuál habría sido el Balance del Gobierno si es que se excluyeran los efectos atribuibles al ciclo económico y a movimientos transitorios en el precio del cobre sobre sus ingresos.

Según dicha metodología, el balance estructural se determina como:

$$BF_t^E = BF_t - AC_t$$

Donde  $BF_t^E$  corresponde al balance estructural en el período  $t$ ,  $BF_t$  al balance efectivo (devengado) en el período  $t$  tal como fue definido previamente y  $AC_t$  corresponde al ajuste cíclico a los ingresos del Fisco en el período  $t$ . El ajuste cíclico se calcula de la siguiente manera:

$$AC_t = RF_t - RF_t^E$$

Tal como fue definido anteriormente,  $RF_t$  y  $RF_t^E$  corresponden a la recaudación fiscal efectiva y estructural respectivamente.

Como se mencionó previamente las principales fuentes de ingreso de Fisco Chileno corresponden a los ingresos fiscales asociados al cobre ( $RF_t^C$ ), los cuales se dividen entre aquellos provenientes de CODELCO ( $RF_t^{C,Codelco}$ ), aquellos provenientes de la tributación a la gran minería privada ( $RF_t^{C,MP}$ ), y los ingresos no relacionada al cobre que ( $RF_t^{NC}$ ).<sup>16</sup>

En consecuencia, tenemos que:

$$RF_t = RF_t^{C,Codelco} + RF_t^{C,MP} + RF_t^{NC}$$

$$RF_t^E = RF_t^{E,C,Codelco} + RF_t^{E,C,MP} + RF_t^{E,NC}$$

Donde ,  $RF_t^{E,C,Codelco}$ ,  $RF_t^{E,C,MP}$  y  $RF_t^{E,NC}$  corresponden a la recaudación tributaria estructural asociada a los ingresos de cobre provenientes de Codelco, a los ingresos del cobre provenientes de la minería privada y a los ingresos fiscales no cobre respectivamente.

Ahora bien, de forma tal de proyectar los ingresos fiscales, se asume en primer lugar que los ingresos fiscales no cobre viene dados por la siguiente expresión:

$$\left(\frac{RF_t^{NC}}{P_t}\right) = \tau_t Y_t$$

Donde  $P_t$  corresponde al índice de precios al consumidor en el período  $t$  (deflactor comúnmente utilizado para el gasto público nominal),  $T_t$  a la tasa de impuestos promedio de la economía en el período  $t$  y  $Y_t$  al PIB real en el período  $t$ . Se asume por lo tanto que la base relevante para los ingresos fiscales no cobre corresponde al PIB de la economía mientras que se asume que, dados los potenciales efectos de la existencia de impuestos progresivos en el sistema tributario chileno, la tasa de impuesto  $T$  es una función creciente del nivel de PIB:

$$\tau_t = \alpha Y_t^\mu$$

Donde  $\alpha$  es una constante que correspondería a la tasa de impuesto promedio en una economía sin crecimiento, y  $\mu$  a la elasticidad de la tasa de impuestos a aumentos en el PIB. En consecuencia, se asume que:

$$\left(\frac{RF_t^{NC}}{P_t}\right) = \alpha(Y_t)^\beta$$

Donde  $\beta=1 + \mu$ . Lo anterior es consistente con la metodología del balance estructural para Chile que considera un ajuste cíclico que captura la existencia de una elasticidad de la tasa de impuestos al nivel del PIB.<sup>17</sup>

Consistentemente, para proyectar la recaudación no cobre estructural ( $RF_t^{E,NC}$ ) se puede evaluar la función anterior al nivel del PIB tendencial. En particular se tiene que:

$$\left(\frac{RF_t^{E,NC}}{P_t}\right) = \alpha(Y_t^{Tendencial})^\beta$$

16 El resto de los componentes de los ingresos fiscales corresponden a los ingresos tributarios excluyendo la minería privada, las imposiciones previsionales, donaciones, rentas de la propiedad, ingresos de operación y otros ingresos.  
17 Adicionalmente dicha metodología captura la elasticidad de la base del impuesto al ciclo económico.

Bajo esta formulación, las variables que se requieren para proyectar los ingresos fiscales no cobre nominales efectivos y estructurales corresponden al PIB tendencial, al PIB real de la economía, al nivel del precios y las constantes  $\alpha$  y  $\beta$ . En las siguientes subsecciones se procederá a explicar dicha estimación.

En cuanto a los ingresos fiscales cobre provenientes de la minería privada, éstos vienen dados por:

$$RF_t^{C,MP} = \tau_{t,m} \{ \alpha (Y_t^{Tendencial})^{\beta IP} E_t \}$$

Donde  $\tau_{t,m}$  corresponde a la tasa de impuestos promedio pagado por las empresas mineras privadas (correspondientes a las 10 principales empresas mineras privadas (GMP10)) en el período  $t$ ,  $P_t^{cu}$  corresponde al precio del cobre en dólares por tonelada métrica de cobre en el período  $t$ ,  $C_t^{MP}$  corresponde al costo por tonelada métrica de producción de cobre de la minería privada,  $X_t^{MP}$  corresponde a la producción de cobre en toneladas métricas de las GMP10 en el período  $t$  y  $E_t$  corresponde al tipo de cambio nominal en el período  $t$ .

La tasa de impuestos promedio pagado por la minería privada corresponde a la tributación por impuesto a la renta de primera categoría de las empresas mineras privadas, a la tributación por el impuesto adicional a la renta de las empresas mineras privadas, a la tributación por impuesto específico a la renta de la minería privada así como también a los ajustes correspondientes por pagos provisionales mensuales que realizan dichas compañías.<sup>18</sup>

Bajo la misma lógica discutida anteriormente, la recaudación fiscal asociada a la minería privada del cobre viene dada por:

$$RF_t^{E,C,MP} = \tau_{t,m} \{ P_t^{cu,LP} - C_t^{MP} \} X_t^{MP} E_t$$

Donde  $P_t^{cu,LP}$  corresponde al precio de largo plazo del cobre. Nuevamente, de forma tal de proyectar la recaudación fiscal asociada a la minería privada tanto efectiva como estructural se requiere una trayectoria para el precio efectivo del cobre, una trayectoria para el precio de largo plazo del cobre, una trayectoria para los costos unitarios de producción, una trayectoria para la producción de la minería privada, una trayectoria para el tipo de cambio nominal y una trayectoria para la tasa promedio de impuestos a ser pagados por estas empresas.

Por su parte, los ingresos fiscales asociados al cobre de Codelco siguen una lógica similar a las de los ingresos fiscales asociados a la minería privada considerando la naturaleza pública de Codelco. En particular, la recaudación fiscal proveniente de Codelco viene dada por:

$$RF_t^{C,Codelco} = \{ P_t^{cu} - C_t^{Codelco} \} X_t^{Codelco} E_t$$

Donde  $C_t^{Codelco}$  corresponde al costo por tonelada métrica de producción de cobre de Codelco y  $X_t^{Codelco}$  corresponde a la producción de cobre en toneladas métricas de Codelco en el período  $t$ . Consistente con la discusión previa, los ingresos estructurales asociados a Codelco vienen dados por:

18 Implicítamente se considera que la tasa de impuestos promedio pagada en el período  $t$  depende también de las utilidades de las empresas mineras privadas en el período previo.

$$RF_t^{E,C,Codelco} = \{P_t^{cu,LP} - C_t^{Codelco}\} X_t^{Codelco} E_t$$

Para proyectar la recaudación fiscal asociada a Codelco, tanto efectiva como estructural, en adición a las variables mencionadas previamente, se requiere una trayectoria de costos unitarios de producción para Codelco y una trayectoria para la producción de cobre de Codelco.<sup>19</sup>

En este contexto el balance fiscal, y por lo tanto la trayectoria de aportes al FRP, viene dado por:

$$BF_t = BF_t^E + AC_t$$

Dada una trayectoria para la meta de balance estructural (a ser definida por la autoridad económica) y las diferencias en las trayectorias de la recaudación efectiva y la estructural (el componente de ajuste cíclico), se obtiene la trayectoria para el balance fiscal.

En consecuencia, de forma tal de proyectar el balance fiscal en el período 2014-2033 se requiere proyectar las variables que determinan las trayectorias de la recaudación fiscal no cobre y de la recaudación fiscal asociada a la minería del cobre tanto por su componente Codelco como por el de la minería privada. A continuación se discutirá en detalle la forma de proyección del PIB tendencial y del precio de cobre de largo plazo para luego discutir la estimación y proyección de las demás variables a ser utilizadas en el análisis.

#### 4.2.2 Proyección PIB tendencial

En el caso del PIB tendencial se emplea como base la metodología establecida por el Ministerio de Hacienda, en el contexto del Comité del PIB Tendencial. Bajo dicha metodología, el PIB tendencial está dado por la evolución esperada del stock de capital, de la fuerza laboral y de la productividad.

La función de producción utilizada en la estimación del PIB tendencial es una función Cobb-Douglas, con retornos constantes a escala, tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$Y_t = e^{\ln(PTF_t)} \tilde{K}_t^\alpha \tilde{L}_t^{1-\alpha}$$

Donde  $Y_t$  corresponde al PIB real,  $\tilde{K}_t$  es el stock de capital corregido por la intensidad de uso, construido como  $\tilde{K}_t = K_t * CIU_t = \{K_{t-1}(1 - d_t) + FBKF_t\} * CIU_t$ , es la tasa de depreciación anual,  $FBKF_t$  es la formación bruta de capital fijo, y  $CIU_t$  es el factor de corrección por intensidad de uso que corresponde a una versión del ponderador utilizado por Solow (1957). El factor de corrección de uso para el stock de capital se define como  $CIU_t = (1 - u_t)/(1 - u_t^*)$ , donde  $u_t$  es la tasa de desempleo efectiva y  $u_t^*$  la tasa de desempleo de largo plazo o no acelerativa de inflación.  $\tilde{L}_t$  es el empleo (en horas) ajustado por un indicador de calidad del trabajo,  $e^{\ln(PTF_t)}$  es la Productividad Total de los Factores (PTF), que corresponde al residuo de la función de producción, finalmente,  $\alpha$  es la elasticidad de producción del capital y  $1 - \alpha$  es la elasticidad de producción del trabajo.

A partir de la ecuación previa y de los valores efectivos de  $\tilde{K}_t$  y  $\tilde{L}_t$ , se calcula la  $PTF_t$  como residuo de la función de producción linealizada que se muestra en la siguiente ecuación:

$$\ln(PTF_t) = lptf_t = \ln(Y_t) - \alpha \ln(\tilde{K}_t) - (1 - \alpha) \ln(\tilde{L}_t)$$

19 Implícitamente se considera los ingresos asociados al molibdeno en la estimación de costos unitarios de producción.

Finalmente, para calcular el PIB tendencial se utilizan los valores de tendencia o de largo plazo de los insumos básicos de la función de producción, tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\ln(Y_t^{Potencial}) = \ln p_t f_t^{HP} + \alpha \ln(K_t) + (1 - \alpha) \left[ \ln(\widetilde{FT}_t(1 - UNAT_t)) \right]^{HP}$$

Donde  $\widetilde{FT}_t$  corresponde a la fuerza de trabajo (en horas) ajustada por un indicador de calidad del trabajo,  $UNAT_t$  la tasa natural de desempleo y el supraíndice  $HP$  denota que las variables han sido filtradas con el filtro de *Hodrick-Prescott*.

Los supuestos a ser utilizados para los determinantes del PIB potencial son obtenidos en base a las proyecciones presentadas por los expertos que constituyen el comité de expertos del PIB tendencial 2014. Esta metodología considera los siguientes pasos:

- Cada integrante del comité del PIB tendencial envía estimaciones de los valores efectivos de la formación bruta de capital fijo, la fuerza de trabajo (en miles de personas) y la productividad total de factores para los siguientes cinco años.
- El cálculo de la productividad total de factores considera una corrección por intensidad uso del *stock* de capital, a través de un índice que relaciona las tasas de desempleo efectiva y natural tal como fue discutido anteriormente.
- Para cada una de las tres variables señaladas, se calcula la media recortada para cada año, eliminando el valor mínimo y el máximo.
- Con las variables anteriores se construyen las series de *stock* de capital (ajustada por una tasa de depreciación variable en el tiempo acorde con el método de inventarios perpetuos) y de horas trabajadas (ajustadas por educación).
- A las series de horas trabajadas ajustadas por educación y de productividad total de factores se les aplica un filtro *Hodrick-Prescott*.
- Las series filtradas de horas trabajadas ajustadas por educación y de productividad total de factores, más la serie sin filtrar de *stock* de capital, se utilizan como insumos para una función de producción *Cobb-Douglas* antes especificada, cuyos parámetros son estimados por el Ministerio de Hacienda en base a la información de Cuentas Nacionales y del INE.
- Con esta función de producción y los insumos señalados, se calcula el nivel de PIB tendencial para el período en línea a como fue discutido anteriormente.

La estimación del PIB tendencial elaborada por el comité de expertos el año 2013 abarca proyecciones para la productividad total de los factores desde el año 2013 hasta el año 2018. A partir del año 2019 y hasta 2033 se consideran tres escenarios: uno central, uno optimista y uno moderado.

El escenario central comparte los supuestos del Comité Consultivo para el PIB Tendencial hasta el último año disponible, 2018. Entre 2019 y 2033 se asume que la productividad total de factores aumentará a una tasa igual a su crecimiento promedio de 2016, 2017 y 2018 (equivalente a

0,51%). A su vez, se supone que el crecimiento de la fuerza de trabajo y de la formación bruta de capital fijo convergen a valores de 1,3% y 4,5% en 2033. La tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo es estimada en dicho valor asumiendo que la tasa de participación femenina y la masculina convergen a niveles ligeramente por debajo de 60% y 80% hacia el año 2033 desde los actuales niveles de 48% y 72% respectivamente. Los niveles de 60% y 80% corresponden a los niveles promedios de la participación femenina y masculina actualmente para los países de la OECD. Dichas tasas de participación laboral se aplican a las proyecciones de población presentadas por la CEPAL para Chile. La tasa de crecimiento de la formación bruta implica una trayectoria de la tasa de inversión (en términos reales) desde el actual 27% a un 30% hacia finales del horizonte de proyección.

Para el escenario optimista se tiene que el crecimiento de la productividad total de factores entre 2019 y 2033 viene dado por el aumento promedio estimado por los expertos del comité del PIB tendencial para el período 2016-2018 más la mitad de la desviación estándar de las respuestas de los expertos de dicho comité para dicho período. Lo mismo se supone en el caso del crecimiento de la fuerza de trabajo y de la formación bruta de capital fijo. A su vez, se supone que el crecimiento de la fuerza de trabajo y de la formación bruta de capital fijo convergen a valores de 1,6% y 5,0% en 2033, los que a su vez corresponden a los valores a los cuales convergen en el escenario central más media desviación estándar, los pronósticos de los expertos para cada una de estas dos variables. Los supuestos de la formación bruta de capital fijo implican que la tasa de inversión converge a niveles en torno a 32% hacia fines del horizonte de proyección.

Para el escenario moderado se tiene que el crecimiento de la productividad total de factores entre 2019 y 2033 está dado por el promedio de su aumento entre 2016, 2017 y 2018 menos la mitad de la desviación estándar de las respuestas de los expertos del Comité Consultivo del PIB Tendencial para cada uno de los años respectivos. A su vez, se supone que el crecimiento de la fuerza de trabajo y de la formación bruta de capital fijo convergen linealmente a valores de 1,0% y 4,0% en 2033.

Se considera, también, que en el escenario central la tasa de desempleo natural se mantiene en el nivel actual, estimado por la autoridad para efectos del cálculo del PIB tendencial, de 7,2%. En el escenario optimista se asume que ésta cae a 6,9% a partir del año 2018 mientras que en el escenario moderado ésta sube a 7,5% a partir de 2018.

Para estimar los años de escolaridad promedio entre 2019 y 2033 se asume que los años de escolaridad promedio hacia 2050 alcanzarán los 13,1 años, cifra considerada por la Dipres en su último Informe de Finanzas Públicas en base a estimaciones de la OECD, y que la diferencia se distribuye linealmente a partir de 2019.

Con estos supuestos se obtienen tres escenarios de crecimiento para el PIB tendencial: central, optimista y moderado. Dichos escenarios son presentados en la Tabla 6. En el escenario central se asume que la economía transita de un crecimiento en torno a 4,8% en 2014 a un crecimiento de 3,8% en el año 2033. En el escenario optimista la economía acelera inicialmente su crecimiento del actual 4,8% de crecimiento tendencial para luego converger a un crecimiento de 4,5% en el año 2033. En el escenario moderado la economía converge hacia un crecimiento de 3,1% en el año 2033.

En relación al crecimiento del PIB real efectivo, se asume que entre los años 2013 y 2017 su crecimiento corresponde al proyectado por la Dipres en su último Informe de Finanzas Públicas. A partir del año 2018 se asume que la brecha producto (la diferencia entre el PIB efectivo y el PIB tendencial) es cero. A partir de ese año el crecimiento del PIB efectivo es igual al crecimiento del PIB tendencial.

**Tabla 6 - Escenarios PIB tendencial  
(Tasas de Crecimiento)**

	Central				Optimista				Moderado			
	PIB Tendencial	PTF	Formación Bruta Capital Fijo	Fuerza de Trabajo	PIB Tendencial	PTF	Formación Bruta Capital Fijo	Fuerza de Trabajo	PIB Tendencial	PTF	Formación Bruta Capital Fijo	Fuerza de Trabajo
2014-2018	4,7%	0,45%	5,1%	1,6%	5,1%	0,63%	6,2%	1,8%	4,2%	0,27%	4,0%	1,3%
2019-2023	4,4%	0,51%	5,4%	1,5%	5,1%	0,68%	6,4%	1,8%	3,7%	0,34%	4,3%	1,3%
2024-2028	4,1%	0,51%	5,0%	1,4%	4,8%	0,68%	5,8%	1,7%	3,4%	0,34%	4,2%	1,2%
2029-2033	3,9%	0,51%	4,6%	1,3%	4,6%	0,68%	5,2%	1,6%	3,2%	0,34%	4,1%	1,0%

Fuente: Elaboración propia.

### 4.2.3 Precio del cobre de largo plazo

Como parte del proceso de elaboración de la Ley de Presupuestos del Sector Público cada año, el Ministerio de Hacienda solicita a los integrantes del Comité Consultivo del Precio de Referencia del Cobre sus estimaciones para el precio del cobre para los próximos 10 años. En particular, la metodología utilizada por la Dirección de Presupuestos para obtener el precio de largo plazo del cobre es la siguiente:

- Cada integrante del Comité envía su estimación anual del precio de la libra de cobre para los siguientes 10 años partiendo en el año de la nueva Ley de Presupuestos, expresado en centavos de dólar del año de la Ley de Presupuestos correspondiente, junto con una justificación de las mismas.
- Las estimaciones anuales de cada experto se promedian a fin de obtener un precio por experto para los siguientes diez años.
- Las estimaciones promedio de cada experto, excluyendo las dos observaciones extremas –la más alta y la más baja– se promedian con el fin de obtener un indicador robusto.
- El promedio así obtenido se aproxima al entero en centavos de dólar más cercano.

En 2013, los miembros del Comité Consultivo del Precio de Referencia del Cobre enviaron sus estimaciones anuales del precio del cobre en la Bolsa de Metales de Londres (BML) para el período 2014-2023. Las cifras entregadas se presentan en dólares de 2014, utilizando como deflactor el IPC de los Estados Unidos proyectado por el Fondo Monetario Internacional (FMI). Este año, por recomendación del Consejo Fiscal Asesor (CFA) se publicaron las proyecciones anuales de cada experto y no sólo el promedio del período como se hizo hasta el año 2012. Los resultados de esta consulta se presentan en la Tabla 7.

La publicación del conjunto completo de estimaciones de los expertos para los próximos 10 años permite la construcción de escenarios alternativos para el precio efectivo y de largo plazo del cobre sobre la base de las estimaciones de los expertos del comité del precio del cobre, lo que permite potencialmente una mejor estimación de las trayectorias para el metal rojo.

El escenario de proyección central considera que el precio del cobre efectivo corresponde el año 2013 a la proyección de la Dipres contenida en el Informe de las Finanzas Públicas de Octubre de 2013. A partir de 2014 y hasta 2018 corresponde al promedio de las respuestas de

los expertos del comité consultivo del precio del cobre para cada año. Desde 2018 el valor del precio del cobre se mantiene constante en términos reales al valor exhibido en 2023. Lo anterior implica una trayectoria de más rápida convergencia al valor de largo plazo estimado por los expertos. Los precios del cobre en los escenarios optimista y moderado corresponden al escenario central más/menos una fracción de la desviación estándar de las respuestas entregadas por los expertos.<sup>20</sup> La serie nominal del precio del cobre se obtiene utilizando la serie de IPC de Estados Unidos proyectada por el FMI.

**Tabla 7 - Consulta expertos sobre precio de cobre  
(Centavos de dólar de 2014)**

Experto/ año	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	Precio promedio (US\$ por libra) - moneda 2014
1	325	320	305	292	280	269	259	250	242	242	278,4
2	295	254	224	234	254	285	295	315	320	320	279,6
3	305	275	251	236	231	272	310	346	322	298	285,0
4	305	285	280	295	295	287	287	287	287	287	285,5
5	315	299	281	279	282	290	294	291	288	285	290,3
6	315	284	269	273	277	281	302	313	316	318	294,9
7	320	314	366	372	318	270	264	245	240	247	295,6
8	301	313	342	348	336	296	272	260	254	254	297,6
9	305	304	303	301	303	304	306	308	309	311	305,4
10	295	270	275	285	310	315	320	325	335	340	307,0
11	353	357	346	327	302	289	284	280	275	270	308,4
12	315	306	308	309	310	311	310	311	310	310	310,0
13	325	324	324	323	323	323	323	323	323	323	323,2
14	300	275	260	300	320	340	380	380	350	330	323,5
15	340	320	330	350	330	360	330	350	340	340	339,0
16	320	340	360	360	350	350	350	350	350	350	348,0

Fuente: Dirección de Presupuestos, Ministerio de Hacienda de Chile.

El precio de largo plazo del cobre se construye siguiendo la metodología utilizada por la Dirección de Presupuestos. En particular, tomando en cuenta que a partir del año 2018 se mantiene constante el precio efectivo real del cobre se puede obtener una trayectoria para su precio real de largo plazo en el período 2015-2023 equivalente al promedio esperado en cada año para los 10 siguientes.

Los distintos valores para el precio del cobre efectivo y de largo plazo estimados en los distintos escenarios son presentados en la Tabla 8.

En el escenario central el precio del cobre de largo plazo se mantiene prácticamente inalterado con respecto del precio de largo plazo del cobre para el año 2014 de 3,04 dólares la libra. En el escenario optimista sube a un valor de 3,37 dólares la libra mientras que en el escenario moderado cae a 2,68 dólares la libra.

20 La fracción utilizada para ponderar la desviación estándar es creciente para capturar el hecho de que en horizontes más lejanos, la estimación de precio del cobre está sujeta a una mayor incertidumbre.

**Tabla 8 - Escenarios PIB Precio Cobre  
(Centavos de dólar de 2014)**

	Precio efectivo cobre			Precio largo plazo cobre		
	Central	Optimista	Moderado	Central	Optimista	Moderado
2014-2018	304,6	332,5	277,7	303,4	328,8	275,5
2019-2023	302,9	336,7	268,0	302,9	336,6	268,1
2024-2028	302,4	336,6	268,1	302,4	336,6	268,1
2029-2033	302,4	336,6	268,1	302,4	336,6	268,1

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.4 Recaudación fiscal no cobre

Tal como fue discutido en la sección de metodología de cálculo del balance estructural, la recaudación fiscal “no cobre” viene dada por la siguiente relación:

$$\left(\frac{RF_t^{NC}}{P_t}\right) = \alpha(Y_t)^\beta$$

Donde  $P_t$  corresponde al índice de precios al consumidor en el período  $t$  y  $Y_t$  al PIB real en el período  $t$ . Tanto  $\alpha$  como  $\beta$  corresponden a constantes a ser estimadas. Aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación anterior e incluyendo un término de error ( $\varepsilon_t$ ) se obtiene la siguiente relación lineal a ser estimada:

$$\ln(\widetilde{RF}_t^{NC}) = \alpha' + \beta \ln(Y_t) + \varepsilon_t$$

Donde  $\widetilde{RF}_t^{NC}$  corresponde a la recaudación fiscal no cobre en términos reales. Dicha ecuación es estimada para el período 1990-2012 usando mínimos cuadrados ordinarios dinámicos siguiendo *Stock y Watson (1993)* de forma tal de corregir por la potencial endogeneidad en la relación estimada. En la relación estimada se incluyen variables dummies que buscan capturar los principales cambios impositivos en el período de estimación. Los test realizados indican que las variables bajo análisis son I(1) y que existe una relación de largo plazo entre estas variables. El valor del coeficiente  $\beta$  se encuentra en torno 1,1 en línea con los valores obtenidos por la Dirección de Presupuestos y reportados en el Informe de Finanzas Públicas de Octubre de 2013.

A partir de la relación anterior se puede obtener el crecimiento de los ingresos fiscales no cobre. En particular, dicho crecimiento viene dado por:

$$\frac{\Delta \widetilde{RF}_t^{NC}}{\widetilde{RF}_{t-1}^{NC}} = \beta \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}}$$

Utilizando la anterior relación los ingresos fiscales no cobre efectivos (en términos reales) son proyectados a través de la siguiente relación recursiva:

$$\widetilde{RF}_t^{NC} = \widetilde{RF}_{t-1}^{NC} \left( 1 + \beta \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}} \right)$$

Dicha relación puede ser utilizada para proyectar los ingresos fiscales estructurales no cobre directamente (en cuyo caso las variables son reemplazadas por sus valores estructurales y el PIB real utilizado corresponde al tendencial) o indirectamente utilizando el ajuste cíclico convencional:

$$RF_t^{E,NC} = RF_t^{NC} \left( \frac{Y_t^{Tendencial}}{Y_t} \right)^\beta$$

#### 4.2.5 Recaudación fiscal cobre-Codelco

Nuevamente, tal como fue discutido en la sección de metodología de cálculo del balance estructural, la recaudación fiscal cobre-Codelco viene dada por la siguiente relación:

$$RF_t^{C,Codelco} = \{P_t^{Cu} - C_t^{Codelco}\} X_t^{Codelco} E_t$$

La misma relación se puede establecer en el caso de la recaudación fiscal estructural proveniente de Codelco reemplazando el precio del cobre efectivo por el precio del cobre de largo plazo. En este caso, hay cuatro variables a proyectar: el precio del cobre, los costos de producción de Codelco, la producción de la minera estatal y el tipo de cambio nominal. La proyección del precio de cobre efectivo y el de largo plazo fueron discutidos en una subsección previa mientras que la proyección del tipo de cambio nominal será presentada en una sección posterior.

Respecto de los costos de producción y de la producción de Codelco se realizan los siguientes supuestos. Para la producción de Codelco se utiliza la información pública respecto de sus propias estimaciones de producción del propio Codelco hasta el año 2033, sobre la base de que su plan de inversiones en proyectos estructurales se materializa. En el caso de los costos de producción de Codelco, hasta el año 2014 se utiliza la proyección de costos unitarios reportados por Cochilco en los indicadores de desempeño de Codelco. Para el período 2014-2018 se asume un margen promedio de 36 centavos de dólar por libra de cobre producida en términos reales en el escenario central; un margen de 48,5 centavos de dólar en el escenario optimista; y un margen de 21 centavos de dólar en el escenario pesimista. A partir de 2018 el margen converge a 50 centavos de dólar en términos reales en los tres escenarios. Dicho diferencial corresponde al promedio observado en el período 1993-2003.

Para proyectar los ingresos efectivos asociados a Codelco se reescribe la ecuación anterior de la siguiente forma:

$$RF_t^{C,Codelco} = \phi_t^{Codelco} X_t^{Codelco} E_t$$

Donde  $\phi_t^{Codelco}$  corresponde a la diferencia entre el precio efectivo del cobre y sus costos de producción. Lo anterior implica que el crecimiento en los ingresos fiscales provenientes de Codelco se deben a incrementos en  $\phi_t^{Codelco}$ , a incrementos en la producción de Codelco y a ajustes en el tipo de cambio nominal. En consecuencia, la recaudación fiscal cobre-Codelco (nominal) viene dada por:

$$RF_t^{C,Codelco} = RF_{t-1}^{C,Codelco} \left( \frac{\phi_t^{Codelco}}{\phi_{t-1}^{Codelco}} \right) \left( \frac{X_t^{Codelco}}{X_{t-1}^{Codelco}} \right) \left( \frac{E_t}{E_{t-1}} \right)$$

Una vez obtenida la trayectoria esperada de la recaudación fiscal cobre de Codelco se procede a obtener dicha recaudación fiscal en términos estructurales utilizando el siguiente ajuste:

$$RF_t^{E,C,Codelco} = RF_t^{C,Codelco} + \{P_t^{cu,LP} - P_t^{cu}\} X_t^{Codelco} E_t$$

#### 4.2.6 Recaudación fiscal cobre-minería privada

La recaudación fiscal cobre asociada a la minería privada es proyectada de manera similar a la utilizada para proyectar la recaudación fiscal cobre de Codelco. Partiendo de la siguiente relación presentada previamente:

$$RF_t^{C,MP} = \tau_{t,m} \{P_t^{cu} - C_t^{MP}\} X_t^{MP} E_t$$

Es posible establecer que los ingresos provenientes de la gran minería privada en cada momento  $t$  del tiempo vienen dados por la siguiente relación recursiva:

$$RF_t^{C,MP} = RF_{t-1}^{C,MP} \left( \frac{\phi_t^{MP}}{\phi_{t-1}^{MP}} \right) \left( \frac{X_t^{MP}}{X_{t-1}^{MP}} \right) \left( \frac{E_t}{E_{t-1}} \right)$$

Donde  $\phi_t^{MP}$  corresponde a la diferencia entre el precio del cobre y el costo de producción de las mineras privadas. La relación anterior supone que la tasa de impuesto que paga la minería privada se mantiene relativamente estable en el horizonte de proyección. Lo anterior implica que la rentabilidad de las operaciones se mantiene relativamente constante de forma tal de que no existen grandes variaciones en la tasa aplicada por el impuesto específico a la minería y que la tasa de retiro de utilidades permanece relativamente constante también.

Al no contarse con información desagregada de la recaudación asociada a los distintos impuestos que pagan las mineras privadas ni tampoco de sus respectivos pagos provisionales mensuales, se estima la recaudación fiscal estructural proveniente de la minería privada de la siguiente forma:

$$RF_t^{E,C,MP} = RF_{t-1}^{E,C,MP} \left( \frac{P_t^{cu,LP} - C_t^{MP}}{P_{t-1}^{cu,LP} - C_{t-1}^{MP}} \right) \left( \frac{X_t^{MP}}{X_{t-1}^{MP}} \right) \left( \frac{E_t}{E_{t-1}} \right)$$

La producción de la GMP10 se proyecta, hasta 2020, utilizando la tasa de crecimiento implícita para el crecimiento de la producción de la minería privada derivada de las proyecciones de producción de Codelco y de las proyecciones de producción total de cobre de Chile elaboradas por Cochilco. A partir de 2021 la producción de la gran minería privada se mantiene constante.

Respecto de los costos de producción, se asume una diferencia entre el precio efectivo del cobre y los costos de producción de 75 centavos de dólar. Lo anterior mantiene constante la razón entre el margen de la minería privada y Codelco a la razón exhibida el año 2012.

#### 4.2.7 Tipo de cambio real y nominal

El tipo de cambio real estimado corresponde al tipo de cambio real bilateral con Estados Unidos. En particular, la medida de tipo de cambio real ( $TCR$ ) viene dada por:

$$TCR_t = \frac{E_t \times P_t^*}{P_t}$$

Donde  $E_t$  corresponde al tipo de cambio nominal peso/dólar,  $P_t^*$  corresponde al IPC de Estados Unidos y  $P_t$  corresponde al IPC de Chile. La evolución del tipo de cambio real en el futuro es proyectada a través de la utilización del enfoque de fundamentales. En particular se asume que el tipo de cambio real viene dado por la siguiente relación:

$$\log TCR_t = \alpha + \beta \log \left( \frac{P_t^{CU}}{P_t^*} \right) + \gamma \log \left( \frac{ProdMedia^{USA}}{ProdMedia^{Chile}} \right) + \delta \frac{NFA_t}{Y_t} + \theta \frac{G_t}{Y_t}$$

Donde  $ProMedia$  corresponde a la productividad media del trabajo,  $NFA$  a los activos externos netos y  $G$  al gasto público (estas dos últimas variables son medidas respecto del PIB).

La ecuación para el tipo de cambio real es estimada utilizando mínimos cuadrados ordinarios dinámicos en frecuencia trimestral para el período 1990-2012. Los resultados obtenidos indican que existe una relación de cointegración entre las variables contenidas en la ecuación del tipo de cambio real.

El tipo de cambio real se proyecta en los distintos escenarios haciendo variar los supuestos de precio real del cobre y de productividad media del trabajo. Lo anterior por cuanto los escenarios contemplados en análisis (central, optimista y moderado) tienen como elementos diferenciadores la trayectoria del PIB tendencial, del empleo y del precio real del cobre. El crecimiento de la productividad media del trabajo en Chile corresponde al crecimiento de crecimiento del PIB tendencial en cada uno de los tres escenarios de proyección, menos el crecimiento del empleo en dichos escenarios, en línea con los resultados presentados en la tabla de supuestos del PIB tendencial.

Los valores estimados para los coeficientes de la ecuación anterior asociados al precio real del cobre ( $\beta$ ) y a la relación entre las productividades medias ( $\gamma$ ) son -0,65 y 0,9, respectivamente. El coeficiente estimado para el precio real del cobre se encuentra en línea con el estimado por Céspedes y De Gregorio (1999) y por debajo del estimado por Calderón (2004). Cabe notar que estos autores utilizan los términos de intercambio en vez del precio real del cobre. El coeficiente asociado a la razón entre la productividad media del trabajo en Estados Unidos y la productividad media del trabajo en Chile se encuentra ligeramente por sobre los valores obtenidos por otros estudios que utilizan la productividad media del trabajo en el sector transable versus la productividad media del trabajo en el sector no transable.

Se asume que la productividad media del trabajo en Estados Unidos crece a la misma tasa en los tres escenarios. Dicho crecimiento corresponde al crecimiento del PIB estimado por el WEO hasta el año 2018. Del año 2019 en adelante se asume un crecimiento de la productividad media del trabajo para Estados Unidos igual al crecimiento promedio para el período 2008-2018. Los valores de *NFA/PIB* y *G/PIB* utilizados en la proyección corresponden a su nivel promedio entre 2001 y 2012. Por su parte el tipo de cambio nominal se obtiene de la siguiente relación:

$$E_t = \frac{TCR_t \times P_t}{P_t^*}$$

En consecuencia, la trayectoria del tipo de cambio nominal está explicada por la evolución del tipo de cambio real y de los diferenciales de inflación entre EE.UU. y Chile. En los escenarios de tendencia que se plantean el diferencial entre la inflación de Chile y la de EE.UU. es de 1% anual lo que genera una fuerza hacia la depreciación del tipo de cambio nominal. Dicha tendencia a la depreciación nominal es compensada en los escenarios central y más significativamente en el escenario optimista por una fuerza hacia la apreciación real.

La tabla 9 muestra la evolución esperada del tipo de cambio real y del tipo de cambio nominal bajo los tres escenarios de proyección.

**Tabla 9 - Escenarios Tipo de Cambio Real y Nominal**  
(TCR = 100 en 2009, TCN = Pesos/dólar)

	Tipo de cambio real			Tipo de cambio nominal		
	Central	Optimista	Moderado	Central	Optimista	Moderado
2014-2018	91,1	89,2	93,2	525,7	525,9	525,6
2019-2023	87,5	82,7	93,1	535,7	523,9	549,9
2024-2028	85,7	79,8	92,7	551,6	531,7	575,8
2029-2033	83,6	77,9	90,5	566,1	545,7	590,9

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.8. Recaudación fiscal total

La recaudación fiscal total viene dada por:

$$RF_t = RF_t^{C,Codelco} + RF_t^{C,MP} + RF_t^{NC}$$

Dados los supuestos antes presentados para la evolución del PIB tendencial, del precio del cobre efectivo y de largo plazo, del tipo de cambio nominal, de las proyecciones de costo de producción tanto para Codelco como para la minería privada y la producción de cobre de Codelco y de la minería privada, se obtienen los siguientes escenarios para el crecimiento de los ingresos fiscales estructurales:

Los escenarios de crecimiento de los ingresos estructurales son consistentes con los exhibidos por el crecimiento del PIB, lo anterior no es de sorprender toda vez que los ingresos fiscales estructurales no cobre representan en torno al 90% de los ingresos fiscales estructurales totales.

**Tabla 10- Escenarios Ingresos Fiscales Estructurales  
(Tasas de crecimiento real)**

	Ingresos fiscales totales estructurales		
	Central	Optimista	Moderado
2014-2018	5,1%	5,3%	4,1%
2019-2023	4,4%	4,9%	4,6%
2024-2028	4,0%	4,9%	3,3%
2029-2033	3,9%	4,7%	3,2%

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.9 Variables macroeconómicas de tendencia adicionales

A continuación se describen el resto de las variables macroeconómicas proyectadas para su utilización tanto en bloque fiscal como en los bloques previsionales y financiero:

- 1. Deflactor del PIB:** Hasta 2012 se calculó como el deflactor implícito entre las series de PIB efectivo nominal y PIB efectivo real. Para 2013 crece a al 1,9% correspondiente a las proyección del Banco Central de Chile para la inflación en su último Informe de Política Monetaria (IPoM). A partir de 2014 se asume que crece en un 3%, meta de inflación del Banco Central de Chile.
- 2. IPC Chile:** Hasta 2012 corresponde al empalme de las series de IPC elaboradas por el INE. Para 2013 aumenta de acuerdo a la inflación proyectada por el Banco Central de Chile en su IPoM de Septiembre. A partir de 2014 el IPC aumenta en 3% anual, la meta de inflación del Banco Central de Chile.
- 3. IPC Estados Unidos:** Hasta 2018 corresponde a la serie contenida en el WEO de Abril de 2012. La inflación promedio considerada por dichas proyecciones para el período 2013-2018 es de 2%, con una tasa de inflación que pasa de 1,7% en 2014 a 2,3% en 2018. A partir de 2019 se asume que la inflación de Estados Unidos es de 2% por año.
- 4. Tasas de política monetaria de Chile y Estados Unidos:** Para Chile se obtiene la curva de rendimiento utilizando las tasas *swap* promedio cámara hasta 10 años mediante la metodología de Nelson y Siegel con mínimos cuadrados no lineales, luego con los coeficientes estimados se obtienen las tasas *forward* implícitas en la curva de rendimiento. Los resultados de la aplicación de dicha metodología arrojan una TPM promedio para el período 2014-2018 de 5% y en torno a 5,9% para el período 2019-2032. Como supuesto de trabajo se asume que dichas trayectorias esperadas por el mercado son consistentes con el escenario central en materia de apreciación real del tipo de cambio. Ahora bien, tal como fue discutido anteriormente, los escenarios optimista y moderado plantean una trayectoria del tipo de cambio real distinta al escenario central. De forma tal de asegurar la consistencia en la estimación de la tasa de política monetaria entre escenarios, se ajusta la TPM en el escenario optimista para reconocer la mayor apreciación real que dicho escenario contempla. En particular, dado una paridad descubierta de tasa de interés real se considera que en el

escenario optimista la TPM nominal hacia el año 2018 es 35 puntos base menor que la TPM del escenario central. Por su parte, en el escenario moderado se asume que la TPM hacia el año 2018 es 40 puntos base mayor que bajo el escenario central. A continuación se resume los supuestos de tasa de política monetaria en Chile bajo los distintos escenarios.

**Tabla 11 - Escenarios Tasa de Política Monetaria Chile  
(Tasas de interés real)**

	TPM Chile		
	Central	Optimista	Moderado
2014-2018	5,0%	4,8%	5,3%
2019-2023	5,8%	5,5%	6,2%
2024-2028	5,9%	5,6%	6,3%
2029-2033	5,9%	5,6%	6,3%

Fuente: Elaboración propia.

Para Estados Unidos se sigue el mismo procedimiento, pero con las tasas de bonos del Tesoro de Estados Unidos. Los resultados obtenidos implican que la tasa de política monetaria en Estados Unidos sería de 1,8% en el período 2014-2018, 3,9% en el período 2019-2023 y de 4,2% en el período 2024-2032.

**5. Salarios reales:** Se calculan asumiendo que éstos crecen al ritmo de la productividad media del trabajo en cada uno de los tres escenarios de proyección. Dichos escenarios de crecimiento del PIB real y del empleo son a su vez utilizados en el resto de los módulos de forma tal de asegurar la consistencia. Los supuestos de crecimiento de los salarios se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 12- Escenarios tasa de crecimiento salarios en Chile  
(Tasas de crecimiento real)**

	Crecimiento Salarios Reales		
	Central	Optimista	Moderado
2014-2018	3,0%	3,3%	2,8%
2019-2023	2,8%	3,2%	2,4%
2024-2028	2,6%	3,0%	2,2%
2029-2033	2,5%	2,9%	2,1%

Fuente: Elaboración propia.

## 5. MÓDULO FINANCIERO

### 5.1 Modelo propuesto

El módulo financiero comprende los elementos necesarios para realizar una proyección de los retornos a ser obtenidos por el FRP, y por los FP, de forma consistente con la evolución de los factores macroeconómicos, además de los puramente financieros (por ej. ratio dividendo-precio, etc.).

En principio, el retorno de cualquier fondo es –por definición– el producto entre la ponderación de los activos que componen su cartera, y el retorno obtenido por cada uno de éstos. Luego, la rentabilidad financiera del FRP puede escribirse como:

$$R_{t+1}^{FRP} = \sum_{j=1}^J \alpha_{j,t}^{FRP} R_{j,t+1} \quad (2)$$

En donde  $\alpha_{j,t}^{FRP}$  es el porcentaje mantenido por el FRP en la clase de activo  $j$ -ésima en el período  $t$ , y  $R_{j,t+1}$  es el retorno obtenido por dicho activo entre  $t$  y  $t + 1$ .

De la ecuación anterior se desprende que, para poder proyectar el retorno del FRP en el futuro, se requiere caracterizar tanto  $\alpha_{j,t}^{FRP}$ , como  $R_{j,t+1}$ . No obstante, debido a que el mandato de gestión financiera del FRP establece una inversión de tipo pasiva,<sup>21</sup> es decir, que  $\alpha_{j,t}^{FRP} = \alpha_j^{FRP}, \forall t$ , basta aproximar adecuadamente el componente  $R_{j,t+1}$  para estar en condiciones de poder proyectar el retorno a futuro del FRP. Al respecto, resulta particularmente deseable disponer de una representación analítica para  $R_{j,t+1}$  que, por una parte, refleje fielmente las propiedades estadísticas de éste, y que por la otra, sea amigable en vista del futuro ejercicio de simulación requerido para determinar la distribución de posibles valores del FRP. En este sentido, el presente estudio contempla el uso de modelos factoriales lineales para modelar el comportamiento estocástico del retorno de cada una de las clases de activo involucrada (por ej., acciones nacionales, bonos internacionales, etc.).<sup>22</sup>

En particular, una representación factorial del retorno del activo  $j$ -ésimo del FRP puede escribirse como:

$$R_{j,t+1} = \sum_{k=1}^K \beta_{j,k} F_{k,t} + \varepsilon_{j,t+1} \quad (3)$$

Donde  $K \geq 1$  es el número total de factores considerado,  $F_{k,t}$  es el valor del factor  $k$ -ésimo en el período  $t$ ,  $\beta_{j,k}$  es la sensibilidad del activo  $j$ -ésimo al factor  $K$ -ésimo, y  $\varepsilon_{j,t+1}$  es un término de error, con media cero, y varianza condicional dada.<sup>23</sup> Re-escribiendo la ecuación (3), esta vez, en términos de los factores, se obtiene:

21 Véase, por ejemplo, Ministerio de Hacienda de Chile (2012).

22 Alternativa que se ha vuelto muy popular en el último tiempo; Cochrane (1999).

23 La presencia de varianza condicional es un hecho bien documentado tanto para retornos, como para factores macroeconómicos; véase, por ejemplo, Schwert (1989), Engle y Susmel (1993), Justiniano y Primiceri (2008), entre otros.

$$R_{t+1}^{FRP} = \sum_{k=1}^K \beta_k^{FRP} F_{k,t} + \varepsilon_{t+1}^{FRP}$$

En donde:

$$\beta_k^{FRP} = \sum_{j=1}^J \beta_{j,k} \alpha_j^{FRP}, \text{ y } \varepsilon_{t+1}^{FRP} = \sum_j \alpha_j^{FRP} \varepsilon_{j,t+1} \quad (4)$$

Una estrategia similar a la del FRP se adoptará para el retorno de los FP, insumo necesario para proyectar la evolución del saldo en las cuentas de ahorro de los afiliados (considerado en el módulo previsional). Esto es, la rentabilidad del FP tipo  $l = \{B, C, D\}$  estará dada por la expresión:

$$R_{t+1}^{FP,l} = \sum_{j=1}^J \alpha_{j,t}^{FP,l} R_{j,t+1} \quad (5)$$

Donde  $l$  es el índice que identifica el “multifondo” de que se trata, de entre los tres que actualmente comprende la opción por omisión del sistema de pensiones.

Para efectos del caso base, en el ejercicio de simulación se tomará como fija la composición de los multifondos usando como referencia la composición de activos a fines del 2012 (esto es,  $\alpha_{j,t}^{FP,l} = \alpha_j^{FP,l}, \forall t$ ). En cuanto a los retornos de los activos en los que invierten los FP, se utilizará un análisis factorial similar al descrito para el FRP. Así, la rentabilidad del FP tipo  $l$  estará dada por:

$$R_{t+1}^{FP,l} = \sum_{k=1}^K \beta_k^{FP,l} F_{k,t} + \varepsilon_{t+1}^{FP,l} \quad (6)$$

En relación a la evolución del saldo en las cuentas de capitalización de los afiliados representativos, se considerará que éstos invierten ahorros de acuerdo a la estrategia de inversión por defecto del sistema de pensiones; esto es, que los hombres y mujeres hasta los 35 años de edad invierten sus ahorros en el Fondo B, que los hombres (mujeres) invierten hasta los 55 (50) años de edad en el Fondo C, y que para los años restantes, hasta alcanzar la edad de jubilación, invierten en el Fondo D.

La metodología empleada en la proyección involucra dos etapas. La primera de ellas está destinada a identificar los factores financieros ( $F_{k,t}$ ) relevantes en la representación factorial lineal de los retornos de las distintas clases de activo. Esto involucra evaluar la conveniencia (desde un punto de vista estadístico) de incluir dichos factores en las tendencias y volatilidades condicionales de la dinámica que describe los retornos de las clases de activos involucradas.

La segunda etapa, requiere relacionar la evolución en el tiempo de los factores seleccionados, con la dinámica que siguen los factores contenidos en el VAR del módulo macro-fiscal. Para esto último se optó por relacionar ambos por medio de un VAR auxiliar, denominado VAR “macro-financiero”, que considera como variables explicativas a un subconjunto de varia-

bles macro. Cabe notar que no existe una discusión acabada de la literatura,<sup>24</sup> en la relación (contemporánea) entre las variables macroeconómicas y financieras, por lo que la estimación del VAR macro-financiero estuvo orientada a obtener un buen ajuste estadístico dentro de la muestra disponible. En la sección 8.1 se discuten los resultados de la estimación del VAR macro-financiero. En consiguiente, el modelo generador de los retornos puede entenderse como uno que considera los factores financieros y macroeconómicos como variables exógenas.

Un tema fundamental para el modelamiento de los retornos de las clases de activo involucradas, viene dado por la selección de los factores financieros a considerar como variables explicativas de las ecuaciones (5) y (6). A continuación se realiza una breve revisión de la literatura sobre esta materia.

### 5.1.1 Revisión de la literatura sobre modelos factoriales

La revisión se concentra, principalmente, en aquellas contribuciones que abordan el tema desde una óptica agregada por clase de activos,<sup>25</sup> que es el nivel de agregación que se requiere para efectos de la simulación.

El punto de partida de los modelos factoriales es el conocido CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) de Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), que postula la existencia de un único factor, a saber, el retorno del portfolio de mercado ( $R_m$ ). El CAPM, sin embargo, caracteriza el retorno accionario de los activos individuales (o portfolios) en un mercado, pero no el retorno del mercado accionario agregado.

En términos de la identidad de los factores a nivel de clases de activo (acciones, renta fija, etc.), destaca el trabajo de Breeden (1979), quien estudia el problema de selección de activos en el contexto de una economía de intercambio y concluye que el consumo agregado es el único factor determinante del retorno de los activos, dando origen al CCAPM (*Consumption CAPM*). En cuanto a su capacidad de ajuste a los retornos de mercado, el CCAPM ha mostrado un desempeño pobre (similar al del CAPM) en las pruebas empíricas recientes (Breeden et al., 1989).<sup>26</sup> Sin embargo, Lettau y Ludvigson (2001) encuentran que el (logaritmo del) ratio consumo-riqueza agregada (denotado por:  $cay_t$ ) tiene un alto poder predictivo sobre el retorno del mercado accionario agregado en EE.UU. ( $R_2$  de 10% aproximadamente en predicción trimestral). En una línea similar, un reciente estudio de Cooper y Priestley (2013) le otorga un alto nivel predictivo al ratio capital-producto, en un análisis que considera una muestra de países desarrollados.

24 La literatura sobre factores-macro como variables *proxy* del ciclo económico en modelos factoriales de retorno es un área en pleno desarrollo (por ej. Cooper y Priestly, 2009; Ludvigson y Ng, 2009; Bikbov y Chernov, 2010). Dado el limitado tamaño de nuestra muestra, optamos por relacionar los excesos de retorno con las variables macro usando los factores financieros (ampliamente identificados en la literatura académica) como puente entre ambos.

25 La literatura sobre representaciones factoriales usualmente distingue dos grupos de factores (Connor, 1995). Por una parte se cuentan los factores macroeconómicos y fundamentales, y por la otra, los puramente estadísticos. Dado que nuestro objetivo es proyectar retornos para horizontes de tiempo relativamente largos (20 años y más), nos enfocaremos solamente en los primeros.

26 El desempeño del CAPM comenzó a ser puesto en entredicho en los últimos 20 años.

Además del consumo agregado y otras variable macroeconómicas (por ej., inflación), la literatura sobre la capacidad predictiva de ratios financieros para predecir los retornos futuros<sup>27</sup> a distintos horizontes (por ej., Rozeff, 1984; Fama y French, 1988; Campbell y Shiller, 1988; Cochrane, 1992; Goetzmann y Jorion, 1993; Hodrick, 1992; Lewellen, 2004; entre otros) destaca a la tasa de dividendo, los ratios de utilidad o ingresos a precio, entre varios otros (detallados más adelante). En esta lista, un lugar destacado lo obtiene la tasa de dividendo (*dividend yield*), el cual obtiene un poder predictivo de 8-9% en un reciente estudio de van Binsbergen y Koijen (2010). Adicionalmente a los ratios financieros ya señalados, otros estudios han destacado otras variables predictivas. En términos cronológicos, Fama y Schwert (1977) y Fama (1981) postulan a la tasa corta (denotada por:  $r_t$ ) como variable predictiva, Keim y Stambaugh (1986), Campbell (1987) y Fama y French (1989) postulan la pendiente de la estructura temporal de tasas de interés (también llamada *term spread*), Nelson (1976), Fama y Schwetz (1977), y Campbell y Vuolteenaho (2004) postulan la tasa de inflación, Fama y Bliss (1987), Campbell (1987) y Fama y French (1989) proponen el premio por *default spread* (esto es, la diferencia entre TIR de bonos corporativos y bonos AAA), mientras que Guo (2006) propone la volatilidad del mercado accionario.

En términos de los mercados estudiados, la mayor parte de los estudios se ha centrado en el mercado de EE.UU. De entre los estudios que han analizado la capacidad predictiva de estos ratios en otros mercados, destacan los trabajos de Ferson y Harvey (1993), Ang y Bekaert (2007) y Hjalmarsson (2010), los que han corroborado la evidencia encontrada en EE.UU., aunque en magnitudes diversas. En particular, Hjalmarsson (2010) encuentra evidencia de predictibilidad para el *term spread* y la tasa corta, en un estudio que analiza los retornos accionarios en 40 países (incluyendo 24 economías desarrolladas). Por su parte, Rapach et al. (2013) encuentran que el retorno rezagado del mercado accionario de EE.UU. tiene un fuerte poder explicativo del retorno en mercados accionarios de países industrializados.

En un plano menos macro-fundamental, Neely et al. (2013) encuentran que el uso de promedios móviles mejora considerablemente el poder predictivo de modelos basados únicamente en variables macro-fundamentales.

La Tabla 13 presenta una lista con catorce variables predictivas, aparecida en un reciente trabajo sobre el tema; Rapach y Zhou (2012).

27 La identificación de factores está naturalmente entrecruzada por la discusión sobre la predictibilidad de los retornos. Al respecto, si bien el debate no está completamente zanjado, la discusión ha convergido en favor de la predictibilidad (véase, por ej., Cochrane, 2008; Pastor y Stambaugh, 2009).

**Tabla 13 - Factores Financieros Considerados como Variables Predictivas**

Variable	Definición
DivPrecio	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por un índice accionario (por ej., IPSA, S&P500m, etc.), menos el logaritmo del índice accionario. (log(DP))
DivYield	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por un índice accionario, menos el logaritmo del índice en cuestión rezagado. (log(DY))
UtilidadPrecio	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de las utilidades obtenidas por un índice accionario, menos el logaritmo del índice en cuestión. (log(EP))
DivUtilidad	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por un índice accionario, menos el logaritmo de la suma móvil en 12 meses de sus utilidades. (log(DE))
EqRiskPremiumVol	Volatilidad móvil del premio por riesgo accionario, basado en el estimador de la desviación estándar móvil: $\widehat{vol}_t = \sqrt{\pi/2} \sqrt{12} \hat{\sigma}_t$ , en donde $\hat{\sigma}_t = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12}  r_{t+1-i} $ .
LibroBolsa	Cociente entre el valor libro y la capitalización bursátil de las acciones que componen un índice.
TIRBonosCortos	Tasa de interés de obligaciones a tres meses del país en cuestión.
TIRBonosLargos	Tasa de interés de bonos de largo plazo del país en cuestión.
RetBonosLargos	Retorno de bonos de gobierno de largo plazo.
TermSpread	TIR de bonos de gobierno de largo plazo, menos TIR de papeles de gobierno de corto plazo.
DefaultYieldSpread	Diferencia entre TIR de bonos corporativos de bajo riesgo crediticio, menos TIR de bonos corporativos de baja calidad crediticia.
DefaultRetSpread	Diferencia entre retorno de bonos corporativos de bajo riesgo crediticio, menos retorno de bonos corporativos de baja calidad crediticia.
RetUSA	Retorno rezagado del índice accionario S&P500.
Inflación	Variación rezagada del Índice de Precios del país correspondiente.

Fuente: Elaboración propia.

### 5.1.2 Selección de los factores

De entre los factores de tipo macroeconómico-fundamental y aquellos de tipo estadístico, el estudio se enfoca solamente en los del primer grupo.<sup>28</sup> Más específicamente, el proceso de selección de los factores consiste en seleccionar aquellos factores financieros que muestren tener poder predictivo en la estimación de las ecuaciones (5) y (6), para cada una de las clases de activos que caracterizan las oportunidades de inversión del FRP y de los FP.<sup>29</sup>

En el caso del FRP, las clases de activo consideradas, así como su correspondiente ponderación ( $\alpha_j^{FRP}$ ), fueron obtenidas de su composición estratégica de activos (Ministerio de Hacienda, 2012, pp. 48). Dicha composición consta de cuatro clases de activo (deuda soberana, deuda soberana indexada a inflación, bonos corporativos y acciones), cuyas series históricas de retornos fueron aproximadas por los índices empleados como referencia para el administrador del mismo fondo.

Por su parte, las clases de activo de los FP, así como su correspondiente ponderación ( $\alpha_j^{FP,l}$ ), fueron obtenidas de la información disponible para las carteras agregadas del sistema de pensiones (www.spensiones.cl) a Diciembre de 2012. En base a dicha información, se definieron

28 Si bien la inclusión de factores latentes, o puramente estadísticos tiene el potencial de mejorar el ajuste de la estimación (véase, por ej., Diebold et al., 2006), en nuestra opinión, la naturaleza del ejercicio que se realiza (incluido lo extenso del horizonte de simulación) hace aconsejable limitar el tipo de factores a considerar a aquellos cuya magnitud proyectada pueda ser contrastada, a lo menos, con el “criterio experto”.

29 Las clases de activo en cuestión serán aproximadas por los índices que componen la cartera de referencia del FRP y los fondos B, C y D del sistema de pensiones.

cuatro clases de activos (intermediación financiera local, deuda de gobierno local, acciones nacionales y acciones de países emergentes), cuyos retornos fueron aproximados por índices de los proveedores MSCI Inc. (www.msci.com) y LVA Índices (www.lvaindices.com). El “mapeo” entre las distintas clases de activos y los correspondientes índices empleados se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 14 - Clases de Activo e Índices

Clase de Activo	Nombre del Índice	Fondo (%)
Acciones mundo	MSCI All Country World	FRP (15%)
Acciones emergentes	MSCI Emerging Markets	FP-B (25%), FP-C (17%), FP-D (9%)
Acciones chilenas	MSCI Chile	FP-B (24%), FP-C (20%), FP-D (12%)
Bonos del Tesoro de EE.UU.	BCG Agg. Treasury Bond Index (unhedged)	FRP (36%)
	BCG Agg. Government related (unhedged)	FRP (12%)
Bonos del gobierno de EE.UU., indexados a inflación	BCG Inflation-linked Index (unhedged)	FRP (17%)
Bonos corporativos mundo desarrollado	BCG Agg. Corporate Bond Index (unhedged)	FRP (20%)
Bonos del gobierno chileno	LVAXGU	FP-B (25%), FP-C (42%), FP-D (50%)
Instrumentos de intermediación financiera chilena	LVACLI	FP-B (18%), FP-C (21%), FP-D (29%)

Fuente: Elaboración propia en base a información de la Superintendencia de Pensiones y del Ministerio de Hacienda de Chile.

Para efectos de calcular los retornos de los índices indicados en la Tabla 14, se emplearon dos monedas de base: el Dólar Americano (USD) y la Unidad de Fomento (UF). La razón para esto es que los activos financieros del FRP, así como los pasivos (contingentes) identificados en la ley están denominados en dichas monedas. Esto, evidentemente, crea un descalce y, por ende, una exposición en el “balance económico” del FRP, cuya cuantía dependerá del grado de comovimiento entre ambas.<sup>30</sup>

En la modelación se consideró adicionalmente la posibilidad de comportamiento auto-regresivo en los retornos. En particular, se estimaron modelos de regresión múltiple de la forma:

$$R_{j,t+1} = \alpha R_{j,t} + \sum_{k=1}^K \beta_{j,k} F_{k,t} + \varepsilon_{j,t+1} \quad (7)$$

Donde el término de error  $\varepsilon$  sigue un proceso con MA (*Moving Average*) de primer orden,

$$\varepsilon_{j,t+1} = \theta u_{j,t} + u_{j,t+1} \quad (8)$$

Siendo  $u_{j,t}$  un error normal, con media cero y varianza  $\sigma_u^2$ . En los casos en que los coeficientes auto-regresivos resultaron no significativos, dichos términos no fueron considerados del modelo. La estimación se realizó para cada uno de los retornos de las clases de activo consideradas, resultando en un total de ocho regresiones.

30 Los resultados del MSE muestran que este descalce es, en el corto y mediano plazo, de magnitud acotada debido a la menor importancia relativa que revisten los retornos financieros en el balance general del FRP.

Tabla 15 - Selección de Factores en Retornos - Renta Variable

	Ex Ret RV1	Ex Ret RV2	Ex Ret RV3
Tasa libre de riesgo	-1,095 (5,289)	0,207 (4,152)	-0,409*** (0,106)
DivPrecio		0,158** (0,0613)	0,00231 (0,00412)
DivYield	0,0284 (0,0231)	-0,0223 (0,0313)	-0,00372 (0,00243)
PrecioUtilidad	0,00952 (0,0448)	-0,0596** (0,0238)	0,00118 (0,00192)
DivUtilidad	-0,0180 (0,0320)	-0,457 (0,397)	-0,0169*** (0,00481)
EqRiskPremiumVol	0,0343 (0,0929)	0,00204 (0,0130)	0,00283 (0,00174)
LibroBolsa	-0,0396* (0,0219)	-0,00502 (0,00883)	0,000635*** (0,000220)
TermSpread	-0,0129 (0,00857)	0,361 (0,241)	-0,00891 (0,0132)
RetSpread	-0,201 (0,150)	-0,105 (0,132)	0,00231 (0,00412)
RetUSA		0,207 (4,152)	-0,00631 (0,00578)
Alfa ( $\alpha$ )			-0,202 (0,327)
Theta ( $\theta$ )			0,552** (0,244)
Constante	0,00983 (0,0904)	-0,191** (0,0762)	0,00831 (0,00784)
Observaciones	210	198	132
R <sup>2</sup>	0,0645	0,1222	0,5785
logLik	350,8	254,5	199,8
chi <sup>2</sup>		23,41	
P-value	0,26	0,319	0,0518

Errores estándar en paréntesis. \*\*\* p<0,01, \*\* p<0,05, \* p<0,1.

RV1 = MSCI World; RV2 = MSCI Emerging Markets; RV3 = MSCI Chile.

Ex Ret = Exceso de Retorno.

Fuente: Elaboración propia.

Siguiendo la práctica usual en esta literatura, los retornos se relacionan con los rezagos de cada uno de los factores considerados.<sup>31</sup> Los resultados para los índices de renta variable se muestran en la tabla 15.

En general, los resultados muestran que, para casi la totalidad de las series de retornos consideradas, los factores tienen alguna capacidad predictiva. No obstante, el poder predictivo de éstos tiende a ser bajo, lo que es consistente con la literatura (Cochrane, 1999, 2008).

31 También seguimos a la literatura al usar el valor de cada factor sin realizar ningún tipo de transformación (eliminación de tendencia lineal, etc.). A fin de probar la robustez de los resultados, también se probaron especificaciones en las que se utilizaban las desviaciones de los factores de sus valores de tendencia. Sin embargo, los resultados no se vieron alterados significativamente, por lo que estos resultados (disponibles a pedido) no se reportan en este documento. Adicionalmente, se probaron especificaciones en las que los valores de los factores correspondían a rezagos de tres meses a fin de detectar si de esta forma mejoraba el ajuste de las regresiones. Los resultados (disponibles a pedido) mostraron que no había una mejora significativa en ajuste, por lo que se conservaron los rezagos a un mes para los factores.

La Tabla 16 muestra los resultados para los índices de renta fija. Para los índices de bonos del Tesoro de EE.UU. (RF1), de Gobierno (RF2), indexados a la inflación (RF3) y para los bonos de gobierno local (RF5), se encontró al menos un factor estadísticamente significativo. Por otro lado, los índices de bonos corporativos internacionales (RF4), intermediación financiera local (RF6) y la tasa de rentas vitalicias (RF7) no registran factores significativos. No obstante, como era de esperarse, para los dos últimos sí se encontró evidencia en favor de procesos auto-regresivos y/o de media móvil.

**Tabla 16 - Selección de Factores en Retornos - Renta Fija**

	RF1	RF2	RF3	RF4	RF5	RF6	RF7
RetSpread	-0,00637*** (0,00197)	-0,00395** (0,00195)	-0,00452* (0,00247)	-0,00424 (0,00321)	-0,00310 (0,00221)	-0,000373 (0,000470)	4,63e-05*** (9,99e-06)
TIRBonosLargos	0,00953*** (0,00328)	0,00626** (0,00299)	0,00649 (0,00422)	0,00510 (0,00485)	0,00748*** (0,00234)	-0,000868 (0,00155)	6,66e-05*** (2,26e-05)
TermYield					-0,00435** (0,00188)	0,000426 (0,000456)	3,60e-06 (1,13e-05)
RetSpread	0,00974 (0,0568)	-0,0203 (0,0491)	-0,0899 (0,0695)	-0,0367 (0,0709)	-0,0667 (0,0596)	0,00569 (0,0132)	0,000323 (0,000233)
Spread EMBI				0,000789 (0,00136)			
DefaultYieldSpread					0,00148 (0,00146)	-0,000488 (0,000596)	-1,32e-05 (2,56e-05)
DefaultRetSpread					-0,0718 (0,0651)	0,0134 (0,0132)	-0,000231 (0,000376)
Alfa ( $\alpha$ )	0,0899 (0,0703)				0,121 (0,0965)	0,683*** (0,0827)	
Theta ( $\theta$ )				0,272*** (0,0599)		0,419*** (0,114)	0,931*** (0,0492)
Constante	-0,0215** (0,00925)	-0,0149* (0,00837)	-0,0138 (0,0116)	-0,0130 (0,0127)	-0,0165** (0,00668)	0,00417 (0,00567)	-0,000332*** (9,90e-05)
Observaciones	218	148	187	148	131	131	132
R <sup>2</sup>	0,0607	0,0431	0,0342	0,0910	0,3747	0,7517	0,8068
logLik	558,0	405,8	448,1	373,1	392,2	577,6	466,5
chi <sup>2</sup>	1699	346,4		19,52		169,3	4427
P-value	0,0519	0,00432	0,216	0,670	0,0305	0,721	0,151

Errores estándar en paréntesis. \*\*\* p<0,01, \*\* p<0,05, \* p<0,1.

RF1 = Barclays Treasury Bond Index; RF2 = Barclays Government Related Index; RF3 = Barclays Inflation-linked Index; RF4 = Barclays Corporate Bonds Index; RF5 = LVAXGU; RF6 = LVACL1; RF7 = Tasa Renta Vitalicia.

Fuente: Elaboración propia.

### 5.1.3 Volatilidad condicional

Para efectos de contar con una adecuada descripción estadística del comportamiento que sigue la volatilidad de los retornos, se llevaron a cabo tres tipos de estimaciones. Como parte de nuestra estrategia de estimación, se trató de dar prioridad a modelos GARCH (Bollerslev, 1986) que incluyeran los factores ya descritos en la Tabla 13. Así, se estimaron modelos para la varianza condicional de cada uno de los errores presentes en las ecuaciones de retornos ( $\varepsilon_{j,t+1}$ ):

$$Var(\varepsilon_{j,t+1}) = \exp\left(\gamma_{j,0} + \sum_{k=1}^K \gamma_{j,k} F_{k,t}\right) + \delta_j \varepsilon_{j,t}^2 + \phi_j \sigma_{j,t}^2 \quad (9)$$

En donde los factores a explorar corresponden a las variables  $F_{k,t}$ .

Este modelo fue comparado con dos alternativas. La primera incluyó los factores exógenos en la regresión de volatilidad, sin términos GARCH,

$$Var(\varepsilon_{j,t+1}) = \exp\left(\gamma_{j,0} + \sum_{k=1}^K \gamma_{j,k} F_{k,t}\right) \quad (10)$$

La segunda alternativa consistió en un modelo GARCH(1,1), sin factores exógenos,

$$Var(\varepsilon_{j,t+1}) = \sigma_{j,t+1}^2 = \gamma_{j,0} + \delta_j \varepsilon_{j,t}^2 + \phi_j \sigma_{j,t}^2 \quad (11)$$

En línea con nuestra estrategia de estimación, se priorizaron los modelos descritos por las ecuaciones (9) y (10), en tanto hubiese evidencia para respaldar la significancia estadística de los factores considerados. Las estimaciones resumidas en la Tabla 17, muestran que prácticamente todas las series de retornos de renta variable presentan evidencia de heteroscedasticidad en la serie de tiempo. Adicionalmente, la estimación muestra que el factor DivYield es relevante para describir la volatilidad del índice accionario mundial (RV1).

Tabla 17 - Selección de Factores en Volatilidad - Renta Variable

	Var(RV1)	Var(RV2)	Var(RV3)
Tasa libre de riesgo	194,6	42,04	92,46**
	(185,3)	(85,82)	(45,78)
DivYield	-2,587***	1,632	-5,050**
	(0,905)	(1,359)	(2,205)
PrecioUtilidad	1,749	-0,799	2,203
	(1,669)	(0,675)	(1,347)
DivUtilidad	1,886*	0,244	1,762
	(1,098)	(0,550)	(1,110)
PremioRiesgoVol	1,149	-1,376	3,585
	(3,586)	(9,499)	(2,934)
LibroBolsa	-0,264	-0,386	-3,058***
	(0,568)	(0,280)	(1,009)
TermYieldSpread	0,408	-0,134	0,0147
	(0,273)	(0,190)	(0,151)
RetSpread	8,689	6,802	-18,45*
	(7,181)	(7,518)	(10,39)
Delta ( $\delta$ )		0,00254	0,176
		(0,0810)	(0,135)
Fi ( $\phi$ )			
Constante	-5,713	0,000763	-5,377
X	(3,626)	(0,000612)	(4,699)
Observaciones	210	223	223
logLik	362,9	285,1	310,8

Errores estándar en paréntesis. \*\*\* p<0,01, \*\* p<0,05, \* p<0,1

RV1 = MSCI World; RV2 = MSCI Emerging Markets; RV3 = MSCI Chile

Fuente: Elaboración propia.

La Tabla 18 muestra los resultados de las estimaciones en el caso de los índices de renta fija. En ella se aprecia que todos los índices de renta fija analizados presentan heteroscedasticidad en sus series de tiempo. La evolución de esta volatilidad en el tiempo puede ser descrita con el uso de factores para el caso de bonos del Tesoro de EE.UU. (RF1), aquellos relacionados con el gobierno de EE.UU. (RF2), bonos corporativos internacionales (RF4) y para la tasa de renta vitalicia (RF7).

**Tabla 18 - Selección de Factores en Volatilidad - Renta Fija**

VARIABLES	RF1	RF2	RF3	RF4	RF5	RF6	RF7
TIRBonosCortos	-0,348**	-0,439**	-0,472**	-0,607*	-0,0171	0,580	0,126
	(0,136)	(0,193)	(0,194)	(0,326)	(0,242)	(0,665)	(0,992)
TIRBonosLargos	0,446*	0,509	0,570*	0,766	0,276	-0,586	-0,276
	(0,230)	(0,315)	(0,327)	(0,598)	(0,264)	(0,970)	(1,842)
RetSpread	9,850**	12,56**	11,15*	21,29	0,0116	0,358	0,876
	(4,850)	(5,698)	(6,529)	(17,99)	(0,218)	(0,736)	(1,142)
TermYieldSpread					1,422	15,49	-4,682
					(8,772)	(20,49)	(34,67)
DefaultYield					0,405**	0,742	0,479
					(0,171)	(0,493)	(1,255)
DefaultRet					3,731	-12,07	4,162
					(8,833)	(31,45)	(24,81)
Delta( $\delta$ )			0,217***	0,171*	-0,0319	1,099***	1,010***
			(0,0655)	(0,0886)	(0,0858)	(0,284)	(0,297)
Fi( $\phi$ )				0,560***	0,438**	0,102	
				(0,148)	(0,190)	(0,0832)	
Constante	-9,387***	-8,661***	-8,925***	-11,75***	-10,42***	-13,33***	-21,32***
	(1,294)	(2,053)	(0,891)	(2,314)	(0,718)	(2,232)	(5,349)
Observaciones	218	148	187	148	198	198	132
logLik	563,7	406,7	463,1	377,5	591,9	807,8	330,4

Errores estándar en paréntesis. \*\*\* p<0,01, \*\* p<0,05, \* p<0,1.

RF1 = Barclays Treasury Bond Index; RF2 = Barclays Government Related Index;

RF3 = Barclays Inflation-linked Index; RF4 = Barclays Corporate Bonds Index; RF5 = LVAXGU;

RF6 = LVACL; RF7 = Tasa implícita de rentas vitalicias.

Fuente: Elaboración propia.

Tomando como base los resultados de la Tabla 15 a la Tabla 18, se conservaron solamente los factores con algún grado de poder predictivo. No obstante, es importante destacar que para el caso de los modelos de volatilidad condicional, las series de volatilidad predichas por los modelos con factores son similares a aquellas que se obtienen de modelos tipo GARCH. Estas series de tiempo serán posteriormente utilizadas para simular los futuros escenarios que puedan ocurrir. Esto, por medio de un procedimiento de re-muestreo (con devolución). Así, el ejercicio de simulación a ser realizado considerará las mismas correlaciones entre las variables que la que existe en los datos.

El siguiente paso en nuestra estrategia de estimación fue calcular la sensibilidad de los factores financieros, a los factores macroeconómicos indicados en la Tabla 19. Los detalles de la estimación se discuten en la Sección 8.

**Tabla 19 - Factores Macroeconómicos que Afectan a los Factores Financieros**

Variable	Definición
GapProdInd	Desviación mensual en índice de producción industrial de EE.UU., respecto a su tendencia
GapIMACEC	Desviación mensual de la serie desestacionalizada del Índice Mensual de Actividad Económica para Chile, respecto a su tendencia.
Inflacion	Desviación mensual del Índice de Precios al consumidor en Chile y en EE.UU., respecto de su tendencia.
TCR	Desviación mensual del índice de tipo de cambio real para Chile, respecto de su tendencia.
PCobre	Desviación del precio real del cobre, respecto de su tendencia.
TPM	Tasa de política monetaria en Chile y en EE.UU.

Fuente: Elaboración propia.

## 5.2 Proyección de la tendencia central

Nuestra estrategia para simular valores futuros de las variables de interés (RV1 a RV3 y RF1 a RF5) se basa en el uso de los modelos presentados, los que serán usados para generar las desviaciones con respecto a la tendencia central y en el uso del criterio experto para determinar esta última cantidad. Esta estrategia se justifica en razón de la baja utilidad que tienen los métodos estadísticos en la determinación de la tendencia central (incondicional) de las variables de interés, estos son los retornos esperados (Merton, 1980).

Tabla 20 - Retornos Esperados por Clase de Activo

	RV1	RV2	RV3	RF1	RF2	RF3	RF4	RF5	RF6	RF7
2013	3,3%	4,2%	3,5%	1,0%	1,0%	0,7%	2,0%	1,9%	2,0%	2,4%
2014	3,3%	3,9%	3,2%	1,0%	1,0%	0,7%	2,0%	1,6%	1,5%	2,1%
2015	3,6%	4,0%	3,3%	1,5%	1,5%	0,7%	2,5%	1,7%	1,7%	2,2%
2016	4,0%	4,2%	3,6%	2,1%	2,1%	0,7%	3,1%	1,9%	2,0%	2,4%
2017	4,3%	4,4%	3,8%	2,5%	2,5%	1,0%	3,5%	2,1%	2,3%	2,6%
2018	4,5%	4,6%	3,9%	2,9%	2,9%	1,4%	3,9%	2,3%	2,5%	2,8%
2019	4,7%	4,7%	4,0%	3,2%	3,2%	1,8%	4,2%	2,4%	2,7%	2,9%
2020	4,8%	4,7%	4,1%	3,3%	3,3%	2,0%	4,3%	2,4%	2,8%	2,9%
2021	4,9%	4,8%	4,1%	3,5%	3,5%	2,2%	4,5%	2,5%	2,9%	3,0%
2022	4,9%	4,8%	4,2%	3,5%	3,5%	2,2%	4,5%	2,5%	2,9%	3,0%
2023	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,3%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2024	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,3%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2025	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,4%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2026	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,4%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2027	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,4%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2028	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,4%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2029	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,4%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2030	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,4%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2031	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,4%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2032	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,4%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%
2033	5,0%	4,8%	4,2%	3,6%	3,6%	2,4%	4,6%	2,5%	2,9%	3,0%

Fuente: Elaboración propia en base a estimaciones de Varas y Walker (2009).

Para estimar la tendencia central de las variables de interés se usaron como base las estimaciones de premio por riesgo de Dimson et al. (2002, 2013), y los betas estimados por Varas y Walker (2009, en adelante, VW) para los activos con retornos en UF, mientras que para los activos denominados en USD, se supuso por simplicidad que el diferencial de inflación entre EE.UU. y Chile se mantendrá constante en 1% por año en los próximos 20 años. Estos supuestos, combinados con los escenarios macroeconómicos proyectados (en particular, la TPM local y de EE.UU.), nos permiten definir la tendencia central para los retornos esperados.

La Tabla 20 muestra los retornos esperados de cada una de las clases de activo consideradas.

La metodología de VW consiste en calcular los “betas” de un CAPM internacional para retornos de activos en UF, tomando como pivote el premio por riesgo mundial. En nuestro caso, el premio por riesgo mundial fue fijado en 3,5%, de acuerdo a la proyección más reciente de Dimson et al. (2013). En la siguiente tabla se muestran los retornos esperados para cada clase de activo que resultan de aplicar dicho CAPM internacional con excesos de retornos reducidos en 10%, combinado con un efecto ponderado entre 0,67 y 0,75 sobre las tasas de interés nominales (libres de riesgo). De esta forma, logra ajustarse al cabo de 20 años a las proyecciones

(con un marcado sesgo conservador) de retornos esperados indicadas en Dimson et al (2002, 2013). La siguiente tabla muestra la descomposición de la tendencia central del retorno esperado para cada clase de activo.

**Tabla 21 - Construcción de los Retornos Esperados**

Clase de Activo	Beta	Premio x Riesgo	Ponderación TPM
RV1	1,00	3,5	67%
RV2	1,27	3,5	67%
RV3	0,98	2,5	67%
RF1	0,26	3,5	67%
RF2	0,26	3,5	67%
RF3	0,22	3,5	75%
RF4	1,90	3,5	67%
RF5	0,25	2,5	67%
RF6	0,00	2,5	0%

Fuente: Elaboración propia.

La Tabla 22 muestra los retornos esperados para el FRP y los FP que resultan de combinar los retornos esperados indicados previamente y las ponderaciones de cada una de las clases de activo que intervienen.

Al tomar como base de comparación la rentabilidad histórica del FRP y de los FP, los retornos esperados resultantes para ambos tienen un sesgo marcadamente conservador. En particular, para el caso del FRP, el promedio aritmético (geométrico) de los retornos mensuales (anualizados) que es posible obtener empleando los valores históricos de los índices que componen su cartera benchmark (período 01.2001 a 12.2012), se ubica en 6,0% (5,7%), bastante por encima del 3,3% (3,3%) implícito en las tendencias proyectadas para el período 2013-2033. Asimismo, en el caso de los FP tipo B, C y D, las cifras que se obtienen de hacer un ejercicio similar (período 07.1996 a 12.2012) son de: 10,5% (5,4%) versus 3,5% (3,5%); 5,6% (5,9%), versus 3,1% (3,1%) y 5,6% (5,5%) versus el 2,8% (2,8%) implícito en las tendencias proyectadas para el período 2013-2033.

Tabla 22 - Retornos Esperados para el FRP y los FP

	FRP	FP-B	FP-C	FP-D
2013	1,5%	3,1%	2,6%	2,3%
2014	1,5%	2,7%	2,3%	2,0%
2015	1,9%	2,9%	2,4%	2,1%
2016	2,3%	3,1%	2,7%	2,4%
2017	2,7%	3,3%	2,9%	2,6%
2018	3,1%	3,5%	3,0%	2,8%
2019	3,4%	3,6%	3,2%	2,9%
2020	3,5%	3,7%	3,2%	2,9%
2021	3,6%	3,7%	3,3%	3,0%
2022	3,7%	3,7%	3,3%	3,0%
2023	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2024	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2025	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2026	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2027	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2028	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2029	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2030	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2031	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2032	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%
2033	3,8%	3,7%	3,3%	3,0%

Fuente: Elaboración propia. Retornos del FRP están expresados en dólares y los FP en UF.

## 6. MÓDULO PREVISIONAL

El objetivo básico del módulo previsional es proyectar las pensiones a ser percibidas por los afiliados al sistema de pensiones o sus beneficiarios de pensiones de sobrevivencia. A partir de estas proyecciones, y con el fin de calcular los retiros máximos desde el FRP, es posible estimar el gasto en el Sistema de Pensiones Solidarias (SPS), a saber: de la Pensión Básica Solidaria (PBS), el Aporte Previsional Solidario (APS) y la Garantía Estatal de Pensión Mínima (GEPM).<sup>32</sup>

Como se describió en la sección introductoria, la normativa acerca de los retiros del FRP establece períodos en los cuáles se puede comenzar a retirar recursos y el monto máximo de dichos retiros. En particular, el monto máximo de retiro del FRP en distintos momentos del tiempo está definido por la siguiente regla:

$$\text{Retiro Máximo FRP en } t = \begin{cases} R_t^{FRP} \cdot FRP_{t-1} & \text{si } t < 2016 \\ \frac{SPS_t - SPS_{2008}}{3} & \text{si } t \geq 2016 \end{cases}$$

Donde  $R_t^{FRP}$  corresponde al retorno financiero percibido por el FRP,  $FRP_{t-1}$  es el valor del fondo durante el año anterior y  $SPS_t$  corresponde al gasto en el Sistema de Pensiones Solidarias durante el período  $t$ .

En otras palabras, el módulo previsional permite proyectar  $SPS_t$ , de manera de definir el retiro máximo del fondo. El retiro efectivo desde el FRP contiene elementos coyunturales propios de la política presupuestaria del gobierno, lo cual no es modelado en este estudio.

### 6.1 Construcción del modelo previsional

La metodología propuesta en este estudio consiste en desarrollar un Modelo Dinámico de Microsimulación (MDM) para la población chilena, centrado en la proyección de derechos previsionales. Siguiendo la línea de los modelos descritos en la revisión de literatura, este tipo de modelos permite modelar la evolución del sistema, haciéndose cargo de la gran heterogeneidad del mercado laboral chileno, además de ofrecer un modelamiento transparente de las transiciones entre distintos estados, incluyendo la dinámica de matrimonios (un aspecto importante dentro del sistema, debido al efecto que pueden tener las pensiones de sobrevivencia sobre el derecho a subsidios del Sistema de Pensiones Solidarias).

Un elemento que facilita la metodología propuesta es la disponibilidad de información por parte de la Dipres a nivel individual sobre toda la población chilena. En efecto, a través del Sistema de Información de Datos Previsionales, Dipres cuenta con una base de datos cruzada entre distintas instituciones, la que, complementada con información de encuestas como CASEN y EPS, permite configurar el punto de partida de la simulación con un nivel aceptable de detalle.

32 La Reforma Previsional del año 2008 sustituyó los beneficios de Pensiones Asistenciales y de GEPM por los beneficios del Sistema de Pensiones Solidarias. Sin embargo, se mantuvo una cohorte de individuos quienes pueden elegir entre los beneficios de éste último esquema, y aquellos de la GEPM.

La estructura de simulación del modelo es la siguiente:

1. En primer lugar, se constituye una base de datos inicial, a Diciembre 2012, representativa de toda la población chilena, distinguiendo entre (i) afiliados activos del sistema de AFP, (ii) cotizantes a algunas de las cajas administradas por el IPS, (iii) pensionados del nuevo o antiguo sistema (distinguiendo entre jubilados en retiro programado, renta vitalicia, o pensiones del IPS), (iv) pensionados o beneficiarios de CAPREDENA o DIPRECA y (v) no afiliados a ningún sistema. La información disponible para cada una de estas categorías difiere pero en todos los casos se cuenta con información de edad y sexo de cada persona.
2. El punto de partida para estimar la distribución de individuos a diciembre de 2012 es una base de datos provista por el Registro Civil e Identificación. Sin embargo, el número total de individuos en esta base de datos es claramente superior a la población estimada para Chile (según el modelo CELADE), posiblemente debido al sub-reporte de fallecimientos. Por otro lado, el número de individuos en esta base es inferior a las proyecciones en edades a 20 años.<sup>33</sup> Por ello, se procedió a seleccionar una sub-muestra de dicha base, a partir de las proyecciones poblacionales utilizadas en el modelo demográfico utilizado por Dipres, el cual replica las proyecciones demográficas desarrolladas por CELADE.<sup>34</sup> A esta base se le llama Base Poblacional Inicial (en adelante, BPI).
3. Una vez que se cuenta con una base ajustada a la población chilena a Diciembre 2012, es necesario agregar variables adicionales con el objeto de estimar los sub-modelos en la metodología propuesta. Para ello, se realiza una imputación de datos utilizando una metodología simple de matching con datos de encuestas. En particular, se imputan el estado civil, presencia y edades del primer, segundo y tercer hijo, si los hubiere, educación y quintil de ingreso autónomo, todo ellos respetando su distribución conjunta dentro de cada categoría de individuos. Se utilizó la encuesta CASEN 2011 para asignar a cada individuo en la base poblacional inicial los variables imputadas. Posteriormente se crearon matrimonios que sean consistentes con la estructura general, en términos de las características personales de los dos cónyuges. En forma similar, se generó una asociación entre las madres, sus correspondientes hijos y los padres de esos hijos en la base de datos poblacional.
4. En forma paralela se estimaron modelos econométricos para (i) la probabilidad de cotizar y (ii) el ingreso imponible en caso de cotizar. Esto se hizo utilizando los datos administrativos disponibles en la base de Historias Previsionales (en adelante, HPA), cruzada con información de las Encuestas de Protección Social (en adelante, EPS).<sup>35</sup> Estos modelos son posteriormente utilizados para proyectar el historial previsional de cada individuo en la muestra, en función de características personales (sexo, edad, cohorte, educación, estado civil, edad de afiliación) y variables agregadas (tasa de desempleo, IMACEC, tasa de interés, índice accionario). Esto último es particularmente importante pues provee una conexión directa con el módulo macro-fiscal. Por último, estos modelos permiten estimar el saldo a diciembre 2012 de cada individuo afiliado al sistema de AFP y proyectarlo en forma dinámica hasta el año 2032 en las simulaciones.

33 De acuerdo a antecedentes proporcionados por Dipres, esta base sub-reporta la población a edades menores a 20 años, debido a que fue construida con anterioridad y para otros fines y no fue actualizada posteriormente.

34 Más adelante se muestra el resultado de este proceso.

35 Más adelante, se describen en mayor detalle los modelos estimados.

5. Una vez constituida la base inicial, es posible simular año a año el comportamiento de cada individuo, incluyendo sus transiciones entre estados. Específicamente, los tipos de eventos que fueron modelados para cada individuo son los siguientes:<sup>36</sup>
- a. Todos los individuos en la base pueden morir de un año al siguiente. Para simular este evento, se utilizaron las tablas de mortalidad implícitas en el modelo demográfico de Dipres.<sup>37</sup>
  - b. Los individuos no afiliados pueden afiliarse al sistema de AFP. Para simular este evento, se utilizaron las tablas de probabilidades de afiliación según edad y sexo utilizadas en el modelo Dipres.
  - c. Los afiliados activos pueden ser declarados como inválidos. Nuevamente se utilizaron los mismos supuestos empleados en el modelo Dipres.<sup>38</sup> En caso de una ocurrencia de este tipo, se simula la cobertura del seguro de invalidez y sobrevivencia y se calcula la pensión de invalidez correspondiente, incluyendo el acceso a beneficios de PBS o APS de invalidez. Para simplificar las simulaciones, se asume la modalidad de rentas vitalicias para todas las pensiones otorgadas desde el 2012 en adelante. En el cálculo de las pensiones, se utilizaron las tasas de interés generadas a partir de los módulos macro-fiscales y financieros.
  - d. Los afiliados activos pueden pensionarse por vejez. Para simular este evento, se utilizaron los supuestos empleados en el modelo Dipres, los cuales otorgan determinada probabilidad de pensionarse por vejez en función de la edad y sexo de cada persona. Al igual que en el caso de invalidez, se asume la modalidad de renta vitalicia y el posible acceso a beneficios estatales.
  - e. En todo momento, las personas solteras pueden casarse y las personas casadas pueden divorciarse. Tratándose de un modelo de micro-simulación, al producirse un matrimonio, se debe identificar (y modificar el estado civil) de ambas partes en la base poblacional.<sup>39</sup>
  - f. Los afiliados activos (no pensionados) pueden realizar cotizaciones durante el año. Para estimar la probabilidad de cotizar y el ingreso imponible, se utilizaron los modelos econométricos descritos anteriormente. En esta parte, se utilizan como variables predictivas las tasas de desempleo y actividad económica generadas a partir del modelo macro-fiscal, además de las variables predictivas a nivel de cada individuo. El saldo actualizado de cada afiliado se obtiene a partir del saldo anterior, más las cotizaciones realizadas durante el año y el retorno de los fondos de pensiones proyectado a partir del Módulo Financiero.
6. El proceso anterior se repite durante los 20 años de la simulación (entre el 2013 y el año 2032).

A continuación se detalla cada uno de los pasos anteriores.

- 
- 36 Aunque su efecto sobre el gasto en el SPS de mediano plazo es probablemente despreciable, se resolvió también modelar el nacimiento de hijos. Esto permite verificar la evolución de ciertos agregados clave, tales como el número de afiliados y cotizantes al sistema de pensiones o la distribución de individuos según situación previsional a través del tiempo.
  - 37 Más adelante se realizarán sensibilizaciones en torno a las tablas de mortalidad utilizadas (en la línea de los escenarios alternativos descritos para el caso de los modelos de la SSA de EE.UU.).
  - 38 Las probabilidades de invalidez serán recalculadas cuando se cuente con información más reciente acerca de las solicitudes de calificación presentadas en los últimos años.
  - 39 En la sección 6.1.2 se entregan mayores detalles sobre la modelación de matrimonios y divorcios.

### 6.1.1 Base Poblacional inicial (BPI)

Para la construcción de la situación al inicio de la proyección, se utilizó información de diversas fuentes, las que se describen a continuación.

La base inicial utilizada posteriormente en la simulación corresponde a una base de datos con 17.456.600 individuos, correspondientes a la población de Chile a Diciembre 2012. De cada persona se conoce al menos su fecha de nacimiento, sexo y situación previsional, la que corresponde a una de las siguientes ocho categorías:

1. Activos No afiliados
2. Activos AFP
3. Activos IPS
4. Activos FFAA
5. Pensionados PBS
6. Pensionados AFP
7. Pensionados IPS
8. Pensionados FFAA

Los individuos denominados “activos” corresponden a personas vivas que, a Diciembre 2012, no se han pensionado por vejez o invalidez.<sup>40</sup> Estos se dividen entre personas no afiliadas a ningún sistema, afiliados al sistema de AFP, a alguna de las cajas administradas por el IPS, o de las Fuerzas Armadas (FFAA).<sup>41</sup>

Los “pensionados” corresponden a personas que se han jubilado por vejez o invalidez, ya sea porque son receptores de PBS de vejez o invalidez o porque perciben una pensión proveniente del sistema de AFP, de alguna de las cajas administradas por el IPS o de las Fuerzas Armadas.<sup>42</sup> Las pensiones percibidas por el régimen de mutuales fueron incluidas en el grupo 7.

La información utilizada para la construcción de esta primera base corresponde a información a nivel de micro-datos provista al equipo consultor por la Dipres. Esta información, generada a partir del Sistema de Información de Datos Previsionales, incluye datos provenientes de las siguientes instituciones:<sup>43</sup>

- Información de personas vivas de acuerdo al Registro Civil e Identificación, cruzada con información del sistema correspondiente a la Ficha de Protección Social proveniente del Ministerio de Desarrollo Social.
- Información de afiliados, pensionados y beneficiarios bajo la modalidad de retiro programado, provista por las AFPs.

40 Nótese que no se considera pensionado a una persona que sólo recibe una pensión de sobrevivencia producida por la muerte de otra persona. Por lo tanto, los beneficiarios de este tipo de pensiones se encuentran repartidos en todos los tipos.

41 La población en servicio activo de las fuerzas armadas por edad y sexo fue imputada de la siguiente forma: el número total de activos fue estimado, a partir de Benavides y Jones (2012), en 134.796 individuos. Este total fue posteriormente distribuido en los distintos grupos de no afiliados (grupo 1) distribuidos por edad y sexo de acuerdo a la información disponible en la encuesta CASEN 2011. Además se cuenta con información de los pensionados y beneficiarios de pensión de sobrevivencia de CAPREDENA o DIPRECA (incluidos en el grupo 8).

42 En aquellos casos en que una persona podría encontrarse en más de algún grupo, se utilizó un esquema de priorización para asignar a cada persona a un solo grupo: si una persona aparece percibiendo una PBS, se asigna al grupo 5; del grupo restante, si la persona percibe alguna pensión de las Fuerzas Armadas, se asigna al grupo 8; de esta forma se prosigue asignando a los grupos 7, 6, 3, 2 y 1.

43 Las bases de datos fueron innominadas antes de ser entregadas al equipo consultor.

- Información de pensionados bajo la modalidad de renta vitalicia provista por la Superintendencia de Valores y Seguros.
- Información de trabajadores activos, pensionados y beneficiarios de pensiones de sobrevivencia pagadas por el IPS (antiguas cajas de previsión).
- Información del Sistema de Pensiones Solidarias (pensionados con PBS o APS de vejez o invalidez).
- Información de pensiones pagadas por los regímenes de las fuerzas armadas o por mutuales de seguridad, provista por Superintendencia de Seguridad Social.

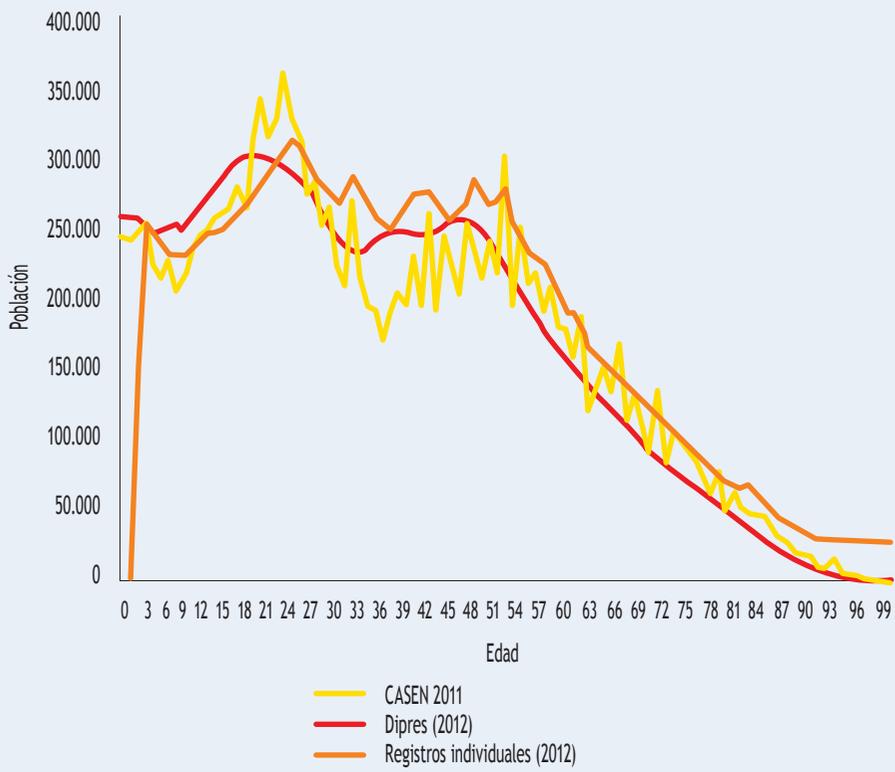
A partir de información proporcionada por Dipres, se procedió a construir una base inicial de micro-datos de la población chilena y se comparó con las proyecciones poblacionales incluidas en el modelo desarrollado por CELADE.<sup>44</sup>

La figura siguiente muestra la distribución por edades de la población chilena a partir de la CASEN 2011, el modelo demográfico utilizado por el modelo de proyección de Dipres y los registros administrativos provenientes de las distintas fuentes (fundamentalmente del Registro Civil). Dos elementos surgen a simple vista: la distribución proveniente de CASEN es sustancialmente más accidentada que las otras dos. Esto se origina probablemente por errores de reporte y muestreo presentes en todo dato levantado mediante encuestas. En segundo lugar, la distribución proveniente de los registros individuales tiende a sobreestimar la población total a edades avanzadas<sup>45</sup> y subreportar a edades inferiores a 20 años. A nivel agregado, truncando las distribuciones en 100 años (la edad máxima en el modelo demográfico de Dipres), las 3 fuentes arrojan un total de 16.961.425, 16.951.876, y 18.110.175 individuos en CASEN 2011, en el modelo Dipres y en los registros individuales, respectivamente.

Bajo la premisa de que los registros individuales presentan una sobreestimación de la población a edades avanzadas (debido a muertes no registradas), se procedió a eliminar de dicha base una fracción de los individuos, de manera de obtener una proporción de hombres y mujeres a edades avanzadas similar al modelo demográfico de Dipres.<sup>46</sup> En forma similar, para completar la base a edades inferiores a 20 años, se procedió a agregar individuos ficticios con la edad y sexo necesarios para replicar aproximadamente la distribución del modelo Dipres. El resultado se presenta en las figuras siguientes, las cuales muestran las distribuciones acumuladas de hombres y mujeres, en base al modelo demográfico Dipres y a la versión modificada de los registros administrativos. A nivel agregado, el modelo demográfico arroja una población equivalente al 97,2% de los registros individuales. Esta es la base inicial utilizada en este estudio.

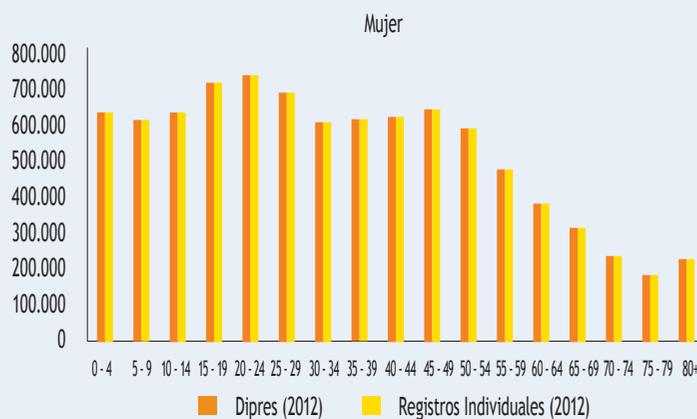
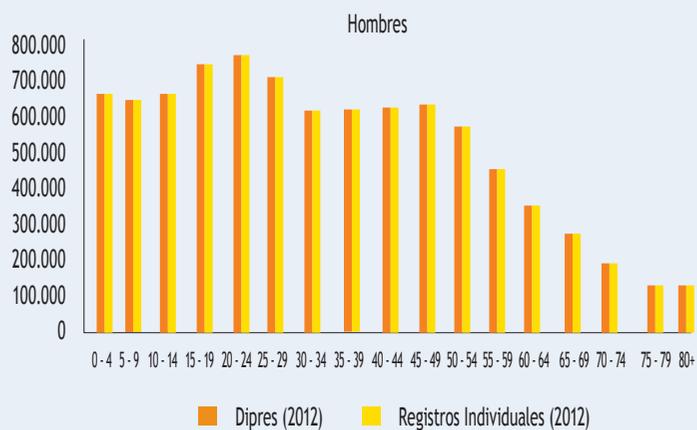
- 44 La información innominada proporcionada por Dipres proviene del Sistema de Información de Datos Previsionales. Esta incluye registros o variables provenientes del registro civil (población inscrita, con fecha de nacimiento y sexo), el Ministerio de Desarrollo Social (puntajes FPS y PFP), las Administradoras de Fondos de Pensiones (tipo, modalidad, monto y garantía estatal en el caso de los pensionados y beneficiarios en Retiro Programado o similar y cierta información básica para los afiliados no pensionados), la Superintendencia de Valores y Seguros (tipo, modalidad y monto de pensiones en renta vitalicia, incluyendo presencia de garantía estatal), el Instituto de Previsional Social (pensionados y beneficiarios del sistema antiguo, leyes especiales y cotizantes activos IPS), Superintendencia de Seguridad Social (pensionados y beneficiarios de sistema de mutuales, CAPREDENA, DIPRECA y pensiones de gracia) y Sistema de Pensiones Solidarias (Subsidios de PBS y APS de vejez e invalidez).
- 45 Esto se aprecia con claridad al analizar la distribución a edades superiores a 100 años. Los registros individuales incluyen más 721 mil personas en este grupo etario.
- 46 Específicamente, se realizaron los siguientes pasos: se corrigió la edad reportada en los registros individuales (restando 4 años), de manera de obtener una curvatura similar al modelo demográfico. Se eliminaron los individuos con edades superiores a 100 años. Para cada grupo definido por edad y sexo con edades superiores a 70 (hombres) y 80 (mujeres), se eliminó de la base individual la fracción necesaria para igualar dicho conteo con el modelo demográfico. En la eliminación, se priorizaron aquellos individuos que sólo figuraban en el Registro Civil (el 99.71% de los eliminados estaba en esta situación).

Figura 10 - Distribución población chilena por edad



Fuente: Elaboración propia en base a CASEN 2011, Modelo demográfico Dipres, y registros individuales proporcionados por Dipres.

Figura 11 - Distribución acumulada hombres y mujeres



Fuente: Elaboración propia en base a Modelo demográfico Dipres y registros individuales proporcionados por Dipres.

Como se mencionó anteriormente, esta población inicial puede ser segmentada en función de la relación actual con el sistema previsional: afiliado activo o pensionado de los distintos sistemas. La tabla siguiente muestra cómo se segmenta la base inicial en estos distintos grupos.

**Tabla 23 - Segmentación de población base por tipo y sexo**

Situación previsional	Hombre	Mujer	Total
1 = No pensionado - No afiliado	2.803.437	3.516.824	6.320.261
2 = No pensionado - AFP	4.756.135	4.251.306	9.007.441
3 = No pensionado - IPS	30.205	22.852	53.057
4 = Activos FFAA	108.483	26.310	134.793
5 = Pensionado - PBS	192.280	396.246	588.526
6 = Pensionado - AFP	378.015	274.673	652.688
7 = Pensionado - IPS	279.058	265.688	544.746
8 = Pensionado - FFAA	86.657	58.934	145.591
TOTAL	8.634.270	8.812.833	17.447.103

Fuente: Elaboración propia en base a antecedentes proporcionados por Dipres.

### 6.1.2 Proyección sociodemográfica

En resumen, la proyección sociodemográfica consiste en la imputación de variables a la base poblacional inicial (BPI), y en la simulación de flujos futuros de muertes, nacimientos, matrimonios, divorcios, años de educación, nuevas afiliaciones y nuevas pensiones de vejez, invalidez y sobrevivencia.

Los cinco primeros procesos de la proyección sociodemográfica corresponden a la imputación de variables. Específicamente:

- **Proceso 1:** Para cada individuo en la BPI se busca un “donante” en la encuesta CASEN 2011. Los donantes corresponden a individuos del mismo tipo, tramo de edad y sexo. Para ello, se expande la muestra CASEN 2011 para que replique el total nacional, usando los factores de expansión provistos en la encuesta<sup>47</sup> y se procede a seleccionar aleatoriamente a los donantes. Los datos de CASEN 2011 que se imputan a la BPI mediante este procedimiento son: quintil de ingreso autónomo nacional, cursos aprobados y nivel educacional, edad del primer hijo (solo mujeres), hijos totales (solo mujeres) y estado civil. A la base de datos que resulta de este proceso se la llama BPI2.
- **Proceso 2:** Se construyen parejas de individuos, relacionando hombres con mujeres. Todas las parejas se arman entre individuos del mismo quintil de ingreso autónomo. Específicamente, para cada mujer casada en la BPI2 (utilizando el dato de estado civil se clasifican las mujeres en casadas, no casadas y viudas) se busca un cónyuge. Al mismo tiempo, para cada mujer no casada pero con hijos se busca un padre de hijos; en este caso se asume que ese padre está vivo con una probabilidad dada por la expectativa de vida de un hombre dos años mayor que la mujer, la cual se obtiene a partir de la tabla de mortalidad utilizada en el modelo. Los cónyuges y padres de hijos necesarios para conformar las parejas

47 Específicamente, se utilizó la variable `expr_r2`.

se seleccionan aleatoriamente de entre todos los hombres vivos y no viudos (utilizando el dato de estado civil se clasifican los hombres en viudos y no viudos). Se asume que todos los no viudos están disponibles para ser aparejados<sup>48</sup>. Cada mujer aparejada se asume que posee sólo una pareja (i.e., el eventual marido y el eventual padre de todos los hijos son la misma persona). Las parejas se conforman generando una variable aleatoria con media igual a la edad de la mujer más dos, que corresponde a la edad de su pareja masculina; con estos datos se selecciona aleatoriamente entre los hombres disponibles a la pareja de cada mujer. En los pocos casos en que no hay un hombre disponible que tengan la edad necesaria, se mantiene el status de casada o madres de hijos, indicando que los datos de la pareja son desconocidos.

- **Proceso 3:** Para cada mujer se generan variables aleatorias para imputar el intervalo de años entre el primer y segundo hijo, si lo hubiere y entre el segundo y tercer hijo, si los hubiere. En ambos casos, estas variables aleatorias corresponden a la siguiente distribución: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 años de intervalo con probabilidades de 10, 40, 10, 10, 10, 10 y 10% respectivamente. La edad máxima para tener un hijo se fija en el mínimo entre la variable recién descrita, la edad de la mujer en el año 2012 y la edad de 45 años.
- **Proceso 4:** Para cada individuo tipo 2 (i.e., cotizante AFP) en la BPI2 se busca un donante en la Encuesta de Protección Social (EPS), con el objeto de imputar el saldo a diciembre de 2012<sup>49</sup>. Este proceso es similar al proceso 1, en este caso utilizando tramo de edad, sexo y nivel educacional para seleccionar los donantes. El nivel educacional en la BPI2 (que corresponde al nivel observado en la CASEN 2011) se lleva a diciembre de 2009 por la vía de asumir que los mayores de 30 años en 2011 tienen el mismo nivel educacional en 2009, mientras que los de entre 20 y 30 años tienen un año de educación menos y los menores de 20 años tienen dos años de educación menos. El producto de este proceso es la BPI3.
- **Proceso 5:** A cada individuo se le imputa un nivel de escolaridad final, es decir, el nivel de escolaridad máximo que va a alcanzar en algún momento de su vida. Esta imputación se realiza utilizando una variable aleatoria y tomando en cuenta el quintil de ingreso autónomo, la edad de los individuos y su educación en el año 2011. La imputación se realiza en dos pasos. Primero se proyecta un “nivel simple” que tiene tres posibles valores (menos que 12 años, 12 años, y más de doce años) y luego, para cada nivel simple se proyecta el número específico de años de escolaridad utilizando la distribución (condicional en nivel simple) observada en Casen. Se asume que para los mayores de 30 la escolaridad final iguala la escolaridad en la BPI2. El nivel simple se asume que es tal que, en términos agregados, en las generaciones de 24 o menos años en la BPI3: un 50% de la población alcanza el nivel más alto, un 45% el nivel intermedio y un 5% el nivel más bajo. En los individuos de entre 25 y 30 años se asume una transición lineal de los porcentajes recién descritos, desde el nivel observado en el segmento de 30 a 34 años hasta el nivel supuesto para los individuos de 24 y menos años.

Para todos los pensionados por vejez e invalidez en la BPI3, la fecha de su transición hacia dicho estado se asume desconocida. Lo mismo la fecha de afiliación al sistema AFP de todos los afiliados activos y pasivos en la BPI3

48 Este es un aspecto central en la proyección sociodemográfica: privilegiar la información demográfica de las mujeres. Sin perjuicio de que la información reportada por los hombres podría ocupar un rol más protagónico del que ocupa actualmente en la proyección sociodemográfica, el modelo se basa en privilegiar los reportes de mujeres por tenerse evidencia de que poseen un grado de calidad (como dato) superior y porque de todas formas lo reportado por mujeres y hombres suele no calzar.

49 En este proceso se busca el donante solamente, la construcción del saldo 2012, para los afiliados en la Encuesta de Protección Social, se hace en otra sección del modelo.

Luego de estos cinco procesos, comienza la simulación de los flujos futuros. Estos procesos se realizan para cada año desde 2013 hasta 2032 en el siguiente orden:

- Proceso hijos futuros: en cada año proyectado, se simula la llegada de nuevos hijos. Se utilizan probabilidades de tener un hijo, definidas sólo para mujeres, basadas en su edad y número de hijos hasta ese momento. Se simula hasta un tercer hijo por mujer. Se asume que los hijos llegan el 1 de enero de cada año. Todo hijo nuevo se incorpora a la base poblacional como un individuo nuevo. Si la mujer tiene pareja (marido o padre de hijos), se asume que dicha pareja es el padre del hijo nuevo. Si la mujer no tiene pareja, se realizan los procesos de apareamiento que se describen a continuación. A cada individuo nuevo se le imputa un nivel de escolaridad final tal como se describe en el proceso 5 y además se asume que el quintil de ingreso autónomo del individuo nuevo es igual al de los padres.
- Proceso edad de muerte: para cada individuo vivo al comienzo del año se asigna estocásticamente (utilizando tablas de mortalidad por sexo). Ocurrencia o no ocurrencia de su fallecimiento dentro de ese mismo año. En caso de fallecer, se asume que ello ocurre el 31 de diciembre de cada año.
- Proceso divorcios: para cada individuo vivo al comienzo del año y casado, se asigna estocásticamente (utilizando tablas de probabilidad por edad, definidas sólo para mujeres) la probabilidad de divorciarse. Una vez divorciadas, las personas no se pueden volver a casar, excepto en el caso de que al momento del divorcio la pareja no haya tenido ningún hijo, en cuyo caso el matrimonio original se anula.
- Proceso matrimonios: a todas las mujeres que están solteras y no tienen hijos se les genera estocásticamente (utilizando tablas de probabilidad por edad, definidas solo para mujeres) la ocurrencia de un matrimonio. En caso de matrimonio se genera estocásticamente la edad del consorte, y se busca aleatoriamente un hombre de entre los hombres de dicha edad que no están apareados (es decir, son solteros y no padres de hijos). Todas estas parejas se arman entre individuos del mismo quintil de ingreso autónomo.
- Proceso busca padres de hijos: a todas las mujeres que están solteras y tienen su primer hijo se les busca estocásticamente un padre de hijos, utilizando metodología igual a la usada para el proceso matrimonios. Todas estas parejas se arman entre individuos del mismo quintil de ingreso autónomo.
- Proceso matrimonios de parejas con hijos: todas las parejas con hijos en común pero sin matrimonio, pueden casarse. Estos matrimonios se generan utilizando las mismas probabilidades de matrimonio utilizadas en los demás procesos de la proyección sociodemográfica.
- Proceso genera nuevos afiliados: utilizando una tabla con probabilidades de afiliarse (definida para individuos no pensionados por vejez ni invalidez, de entre 15 y 59 años), se generan nuevos afiliados en cada año.
- Proceso genera nuevos pensionados por invalidez: utilizando una tabla con probabilidades de ser calificado como un grado de discapacidad suficiente para tener derecho a una pensión de invalidez (definida para individuos no pensionados por vejez ni invalidez, de entre 22 y 64 años), se generan nuevos pensionados por invalidez en cada año.
- Proceso genera nuevos pensionados por vejez: utilizando una tabla con probabilidades de pensionarse por vejez (definida para individuos no pensionados por vejez ni invalidez, de entre 52 y 99 años), se generan nuevos pensionados por vejez en cada año.

El orden en que suceden los eventos es el siguiente:

- a) Al principio de cada año se asume que ocurren, en este orden: 1) los divorcios, 2) los matrimonios de gente sin hijos, 3) la llegada de nuevos hijos y, en caso de no tener pareja, se aparejan las madres con los padres de esos hijos y 4) ocurren los matrimonios de parejas que ya existían porque tenían hijos en común. Al final de cada año ocurren las muertes.
- b) Paralela e independientemente, los individuos se pensionan primero por invalidez y luego por vejez, al principio de cada año, mientras que las nuevas afiliaciones ocurren al final del año. También se considera que las muertes ocurren después de estos procesos.

La ocurrencia de todas las transiciones (divorcios, matrimonios de parejas sin hijos, generación de nuevos hijos, pensionarse por invalidez, pensionarse por vejez, afiliarse al sistema de AFP) dependen de una tabla de probabilidades de ocurrencia por sexo y edad. Las tablas de probabilidad de matrimonios y divorcios son construidas para replicar la distribución de nuevos matrimonios y divorcios publicadas para el año 2011 por el INE; se busca que la proyección para el año 2013 replique en distribución por sexo y edad y en tasa bruta de ocurrencia las cifras de matrimonios y divorcios de 2011 publicado por el INE. Las tablas de probabilidad de pensionarse por vejez, pensionarse por invalidez o afiliarse han sido tomadas desde el modelo de Dipres, más estas dos últimas se han inflactado uniformemente para replicar en la proyección 2013 la cifra de nuevos afiliados y nuevos pensionados por invalidez publicada por la Superintendencia de pensiones. La tabla con probabilidad de tener hijos corresponde a las tasas SAFR (single age fertility rate) calculadas para Chile en base a la cifras de nacimientos corregidos (Fuente: Anuario de Estadísticas Vitales INE 2011) dividida por la población femenina en el tramo de edad.

De esta forma, todas las transiciones ocurren en función de la siguiente ecuación:

$$T_{ij} = 1 \text{ si } (random < probabilidad) \& (elegibilidad = 1)$$

Donde  $T_{ij}$  representa la transición desde el estado  $i$  al estado  $j$ ,  $random$  es una variable aleatoria uniforme y elegibilidad indica si la transición en cuestión está definida para el individuo en cuestión. Por ejemplo, los hombres no experimentan, en este modelo, la transición “tener hijos”, ni los afiliados al sistema AFP experimentan la transición “afiliación al sistema AFP”.

Con respecto a la probabilidad de muerte, se aplica metodología estándar. Esta consiste en calcular el número de personas-año vivido en cada tramo de edad, a partir de la tabla de mortalidad, y luego calcular la razón de personas-año entre tramos de edad adyacentes. Esta razón se aplica a las personas en el modelo para estimar la proporción que vivirá hasta el siguiente periodo, que en el caso del modelo consiste en un año:

$$PS_{x,x+1} = PA_{x,x+1}/PA_{x+1,x+2}$$

Donde  $PS_{x,x+1}$  corresponde a la proporción de individuos de edad exacta entre  $x$  y  $x+1$  que sobrevive al período siguiente, y  $PA_{x,x+1}$  es el número de personas-año vividos en el tramo de edad exacta entre  $x$  y  $x+1$ .  $PA_{x,x+1}$  y  $PA_{x+1,x+2}$  se obtienen de la tabla de mortalidad y el ratio descrito se aplica a los individuos en el modelo.<sup>50</sup>

En el Anexo 2 se presenta una tabla con la evolución de distintas variables sociodemográficas de interés a través del horizonte de proyección. De ésta, se puede apreciar la tasa de afiliación en las cohortes jóvenes es igual a la tasa que se deriva de la tabla de probabilidad de afiliación utilizada en el modelo.<sup>51</sup>

Asimismo, en el Anexo 4 se han incluido representaciones gráficas (por edad y sexo) de las tasas de afiliación, invalidez, y cobertura de beneficios del SPS, del número de beneficiarios SPS según si ya tenían beneficios el año 2012 (stock) y si adquirieron dicho status con posterioridad (flujo) y el monto promedio (en términos reales) de dichos beneficios.

### 6.1.3 Estimación econométrica

Los datos administrativos asociados a la Encuesta de Protección Social (EPS) entregan el historial de aportes e ingresos entre 1980 y diciembre 2009 (debe notarse que la EPS corresponde a una muestra de afiliados y no afiliados representativa de la situación en el año 2004). Para realizar las simulaciones es necesario, en primer lugar, proyectar el saldo acumulado a Diciembre de 2012, por cuanto el período proyectado en este estudio comienza en Enero de 2013. Ello, además de estimar el comportamiento previsional durante los 20 años de simulación (2013-2032).

Para esto se estimaron dos modelos econométricos de proyección del historial previsional para los afiliados no pensionados del sistema de AFP.<sup>52</sup> Estos modelos están basados en los perfiles individuales de cotización e ingreso registrados en la base de datos de Historia Previsional Administrativa de Afiliados al Sistema de Pensiones (en adelante, HPA).

Estos modelos permiten introducir algunos elementos estocásticos contenidos en los módulos Macro-Fiscal y Financiero, en el cálculo de los retiros que afectarán al FRP, generando consistencia entre las variables clave del sistema previsional (la tasa de crecimiento de los salarios, densidad de cotizaciones, etc.), y los factores macro-financieros. Al mismo tiempo, esto hace que el producto generado por el módulo previsional, las proyecciones de retiros del FRP, sea coherente con la evolución de los factores que subyacen al monto y densidad de las futuras cotizaciones (productividad, crecimiento del PIB, tasas de interés, etc.) y, al mismo tiempo, con los retornos que obtienen las cuentas de capitalización individual y las restantes variables que intervienen en el cómputo de los retiros.

50 Puede entenderse que existen tasas de riesgo (hazard rates) instantáneas que subyacen a la ocurrencia de estas transiciones, tal que de estas tasas de riesgo surgen las probabilidades utilizadas en el modelo. Ahora bien, con excepción de la ocurrencia de muertes, todas las demás probabilidades se han definido directamente como tales, a falta de mayor evidencia que permita estimar las tasas de riesgo subyacente. Por la misma razón, la conjugación de tasas de riesgo en tramos de edad adyacentes, necesaria para calcular la probabilidad de la transición, no se ha realizado, aunque cabe señalar que este último punto es poco relevante en este modelo porque se usan tramos de edad simple, en los que no se observa gran variación en las tasas entre tramos de edades.

51 Además se aprecia una gran similitud con la tasa del modelo desarrollado por DIPRES. Las pequeñas diferencias emanan de la modificación uniforme que se hizo a las probabilidades de afiliación utilizadas por DIPRES, tal como se explicó anteriormente.

52 Los afiliados pensionados o beneficiarios bajo la modalidad de retiro programado, serán considerados en forma separada debido a que el gasto fiscal asociado a ellos depende de los retornos de los FP.

A continuación se muestran las ecuaciones econométricas que se estimaron y que permiten simular la probabilidad de cotizar y el ingreso imponible de un afiliado en cada momento del tiempo (véase, por ejemplo, Berstein et al., 2006):

$$Pr(C_{it} = 1) = F(\alpha_0 + \alpha_1 \text{Mujer}_i + \alpha_2 \text{Edad}_{it} + \alpha_3 \text{Edad}_{it}^2 + \alpha_4' \mathbf{X}_{it} + \alpha_4' \mathbf{F}_t + \omega_i^C) \quad (12)$$

$$\ln Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \text{Mujer}_i + \beta_2 \text{Edad}_{it} + \beta_3 \text{Edad}_{it}^2 + \beta_4' \mathbf{X}_{it} + \beta_5' \mathbf{F}_t + \omega_i^Y + \varepsilon_{it}^Y \quad (13)$$

Donde  $C_{it}$  es una variable binaria que toma el valor 1 si el individuo  $i$  cotiza en el mes  $t$  y cero en caso contrario y  $\ln Y_{it}$  es el logaritmo natural del ingreso imponible del individuo  $i$  en el mes  $t$ .<sup>53</sup>  $\text{Edad}_{it}$  representa la edad del individuo  $i$  en el mes  $t$ ,  $\mathbf{X}_{it}$  es un vector de características individuales del individuo  $i$  en el mes  $t$ ,  $\mathbf{F}_t$  es un vector de factores macro-financieros<sup>54</sup>,  $\omega_i$  es un efecto fijo a nivel individual, que representa otros atributos del individuo invariantes en el tiempo y  $\varepsilon_{it}$  es un término de error.<sup>55</sup>

Las ecuaciones anteriores, una vez estimadas, permiten simular la evolución de ingresos, cotizaciones y, haciendo uso de las rentabilidades que entregue el módulo financiero, es posible determinar el saldo de cada individuo en la muestra, a lo largo de cualquier trayectoria de simulación del modelo completo.<sup>56</sup>

Los parámetros de estas ecuaciones son estimados a partir de modelos de efectos aleatorios. En el primer caso (probabilidad de cotizar) se utiliza un modelo *probit* con efecto aleatorio. En el segundo caso (logaritmo del salario) se estima un modelo lineal con efecto aleatorio.

53 También es posible incluir modelos en donde el ingreso se encuentra acotado por el sueldo mínimo, o bien, por el tope imponible.

54 A modo de ejemplo, Munk y Sørensen (2010) proponen un modelo que incluye la tasa de interés como determinante del crecimiento de los salarios, especificación que ha resultado tener validez empírica en el caso chileno en estimaciones realizadas de forma preliminar.

55 La especificación seleccionada incluye las siguientes variables independientes en ambos modelos: una variable dummy de mujer, edad, edad al cuadrado, 4 dummies de categorías educacionales, la tasa de desempleo, la tasa de crecimiento del IMACEC, la tasa de política monetaria, un índice de salarios reales, una medida de la tasa de participación laboral femenina, una tendencia lineal mensual y la interacción de estas últimas 2 variables con la dummy de mujer. Los resultados se presentan en el Anexo 1.

56 Para determinar la Pensión Auto Financiada de Referencia (PAFE), se utilizará el valor proyectado de la Tasa Implícita de las Rentas Vitalicias que arroje el módulo financiero.

Los modelos anteriores son estimados a partir de los datos administrativos incluidos en la base HPA, combinados con información proveniente de la Encuesta de Protección Social (EPS). Los resultados de estas estimaciones se presentan en el Anexo 1.

Asimismo, se estimaron modelos adicionales para la probabilidad de tener un ingreso como trabajador independiente emitiendo boletas de honorarios. En este caso, debido a la disponibilidad de datos que incluyen este tipo de información, se estimaron modelos de corte transversal a partir de la encuesta CASEN 2011. Estos modelos son similares a los anteriores, salvo que se trata de modelos sin efectos aleatorios (un *probit* bivariado y una regresión lineal estimada mediante mínimos cuadrados ordinarios) y con un número reducido de variables independientes (debido a la naturaleza de corte transversal).<sup>57</sup> Los resultados se incluyen en el Anexo 1.

### 6.1.4 Simulación, pensiones y estimación gasto SPS

Una vez que se cuenta con la fotografía de la población chilena al 2012 y con la estimación de los modelos econométricos necesarios para proyectar saldos, es posible proceder a proyectar pensiones y beneficios solidarios.

Previamente, fue necesario definir la trayectoria a seguir por ciertas variables clave que intervienen ya sea en los modelos econométricos (como desocupación, IMACEC, TPM, salarios reales o participación laboral femenina), en el cálculo del saldo de cada afiliado activo (retornos financieros de los fondos B, C y D) o en el cálculo de las pensiones (tasa implícita de rentas vitalicias). La trayectoria de estas variables fue obtenida a partir de los tres escenarios macro-fiscales descritos en la sección 4 (Central, Optimista y Moderado).

Los procesos de acumulación de fondos, cálculo de pensiones y cálculo de beneficios del sistema de pensiones solidarias se presentan a continuación.

La ecuación de acumulación mensual de ahorros en las cuentas de capitalización individual es la siguiente:<sup>58</sup>

$$\text{Saldo}_t = (1 + r_t^{FP}) \cdot \text{Saldo}_{t-1} + \alpha \cdot \text{Cotiza}_t \cdot I_t$$

Donde  $\text{Saldo}_t$  es el saldo de un afiliado en el período  $t$ ,  $r_t^{FP}$  es el retorno mensual real del fondo de pensiones,  $\alpha$  es la tasa de cotización,  $\text{Cotiza}_t$  es una variable dummy igual a 1 si la persona cotizó en dicho mes y  $I_t$  corresponde al ingreso imponible del afiliado.<sup>59</sup>

57 Específicamente, los modelos para la probabilidad de tener ingreso por boleta de honorarios y para el logaritmo del ingreso en dicho caso incluyen una dummy de mujer, edad, edad al cuadrado y 4 dummies de categorías educacionales. Los resultados se incluyen en el Anexo 1.

58 Todas las variables del modelo previsional se proyectan en términos reales, en pesos de diciembre de 2012.

59 El retorno que se aplica corresponde al retorno simulado del tipo de fondo por defecto que corresponde al afiliado de acuerdo a la edad del afiliado (fondo B para las personas menores de 35 años, fondo C para las personas con más de 35 años pero a más de 10 años de jubilarse y el fondo D para el resto). La tasa de cotización es diferenciada entre hombres y mujeres: en el caso de estas últimas, se aplicó la sobrecotización femenina derivada de la separación del contrato del SIS entre hombres y mujeres aplicable al año 2013, es decir un 0.15% adicional al 10% obligatorio de los hombres. Las variables de cotización e ingreso resultan del modelo econométrico, aplicándose el tope imponible correspondiente (partiendo de las 67,4 UFs vigentes a diciembre 2012 y suponiendo un crecimiento de 2% real anual). A partir del año 2015, se agregan las cotizaciones e ingresos provenientes de actividades como trabajadores independientes que emiten boletas de honorarios.

Los afiliados acumulan fondos siguiendo el proceso anterior desde el momento de su afiliación hasta el momento en que se jubilan (a menos que se invaliden o mueran con anterioridad). En ese momento el saldo es transformado en una renta vitalicia, aplicando la siguiente fórmula:<sup>60</sup>

$$Pension = \frac{Saldo - VPNE(cuota mortuoria)}{CNU}$$

Donde *Pension* es el monto de la pensión, el que permanece constante (en términos reales) hasta el fallecimiento, *Saldo* corresponde al balance en la cuenta de capitalización individual de cotizaciones obligatorias al momento de jubilarse, *VPNE(cuota mortuoria)* corresponde al Valor Presente Neto Esperado de la cuota mortuoria (15 unidades de fomento) y *CNU* es el Capital Necesario Unitario del individuo, calculado al momento de pensionarse. Este último depende de su edad y sexo, de la presencia y edad del cónyuge, del año de cálculo y de la tasa de interés de rentas vitalicias vigente, obtenida de la simulación del modelo macro-financiero.<sup>61</sup>

En el caso de fallecimiento de un afiliado al sistema de AFP o de algunas de las cajas administradas por el IPS, se generan pensiones de sobrevivencia para el o la cónyuge sobreviviente (si la tuviera). El monto de este beneficio depende de varios factores: si se trata de un afiliado activo o pensionado, si al momento del fallecimiento está cubierto por el Seguro de Invalidez y Sobrevivencia (SIS) y si se trata de un(a) afiliado(a) al sistema de AFP o del sistema antiguo.

En el caso de los afiliados de AFP que fallecen estando activos y cubiertos por el SIS, la pensión se define como un porcentaje del ingreso base del causante.<sup>62</sup> En el caso de los afiliados no cubiertos por el SIS, se calculó la pensión de sobrevivencia a partir del saldo acumulado por el causante y los parámetros del beneficiario, en forma similar a las pensiones de vejez descritas anteriormente. Un procedimiento similar se aplicó a los afiliados al sistema de AFP que se invalidan; la pensión se calcula como un porcentaje del ingreso imponible (si estaban cubiertos por el SIS al momento del siniestro) o en función del saldo acumulado (si no estaban cubiertos por el SIS).

En el caso de los causantes que fallecen estando pensionados (tanto del sistema de AFP como del IPS), la pensión de sobrevivencia se calculó como el 50% o el 35% de la pensión del causante, dependiendo si el (la) beneficiario(a) es cónyuge o madre o padre de hijo de filiación no matrimonial.

60 Para las pensiones de vejez o invalidez del sistema antiguo, se asumió que todos perciben al jubilarse una pensión equivalente a la pensión mínima vigente. Este supuesto simplificador se hizo ante la dificultad de imputar el ingreso y densidad de cotizaciones de los afiliados activos del nuevo sistema, pero además debido a la escasa importancia relativa de este grupo en el agregado del sistema y a que en la práctica un altísimo porcentaje de las pensiones pagadas por el IPS corresponden a la pensión mínima.

61 Para el cálculo de pensiones, se utilizó el módulo de Stata *epension*, desarrollado por la Superintendencia de Pensiones.

62 Específicamente, la elegibilidad para el SIS se imputó a partir del status de cotizante durante el mes de diciembre del año anterior al año de análisis. Las pensiones de sobrevivencia de los afiliados cubiertos se calcularon asumiendo que el ingreso base es el 50% del último ingreso del individuo y aplicando los factores previsionales correspondientes a un(a) cónyuge con hijos con derecho a pensión; el 50% del 70% del ingreso base del individuo.

Por último, los beneficios del sistema solidario se definieron como sigue: los individuos no afiliados que se invalidan entre los 18 y los 64 años de edad o aquellos que llegan siendo no afiliados a los 65 años de edad y que además cumplen con el requisito de afluencia (pertenecen a los tres primeros quintiles, es decir, al 60% más pobre de la población)<sup>63</sup>, reciben una pensión básica solidaria (PBS) de invalidez o vejez, respectivamente.<sup>64</sup> Los individuos afiliados al sistema de AFP o de alguna de las cajas administradas por el IPS que se jubilan por vejez o invalidez (o que son beneficiarios de pensiones de sobrevivencia de estos regímenes) durante el horizonte de proyección pueden acceder al beneficio de Aporte Previsional Solidario (APS) si cumplen con el mismo requisito de afluencia, pero además si su pensión base (la suma de sus pensiones de vejez, invalidez o sobrevivencia) es inferior a la Pensión Máxima con Aporte Solidario (PMAS). En estos casos, el APS se calcula de acuerdo a las siguientes fórmulas:

$$APS_{vejez} = PBS - PensiónBase * \frac{PBS}{PMAS} \quad \text{si } PensiónBase \leq PMAS$$

$$APS_{invalidez} = PBS - PensiónBase \quad \text{si } PensiónBase \leq PBS$$

Donde  $APS_{vejez}$  y  $APS_{invalidez}$  representan los subsidios mensuales financiados por el Estado, la  $PBS$  y la  $PMAS$  son los parámetros básicos del sistema y  $PensiónBase$  representa la suma de las pensiones percibidas por la persona en cada momento.

En definitiva, el gasto estimado para el SPS corresponde a la suma de las  $PBS$  y los  $APS$  de todos los individuos vivos del sistema en un año determinado.

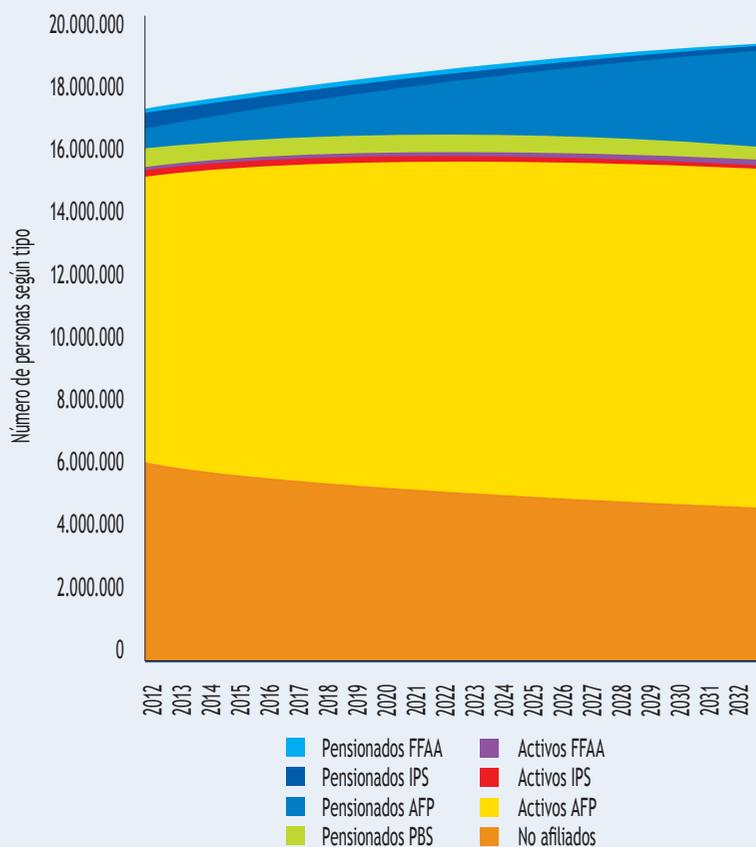
63 Con el objeto de establecer la condición de “perteneciente al 60% más pobre”, en este estudio se utiliza el quintil de ingreso autónomo así como es definido en Casen 2011. Se asume que este indicador de posición socioeconómica relativa (el quintil de ingreso autónomo) es constante a través de toda la vida de los individuos, y es heredado de madre a hijo. Esta elección se hace en base a los datos disponibles y a la magnitud del esfuerzo necesario para construir una medida más elaborada. En rigor, la movilidad social chilena no es baja. Contreras et al. (2005) y Torsche (2005) destacan una alta movilidad social entre los deciles 8 ó 9 de menores recursos entre 1996 y 2001. Pero dichos autores detectan una alta inmovilidad en el primer decil con respecto a todos los demás. En esa línea, el indicador utilizado en este estudio, que implícitamente asume una barrera entre el 40% de mayores recursos y el resto de la sociedad, puede capturar bien al grupo social de mayores ingresos, lo que limita las desventajas que como indicador tiene para este estudio. Adicionalmente, otros autores han encontrado un reciente estancamiento en la posición relativa de cada grupo social (Bazoret et al. 2013). Tema aparte es el alza general en los ingresos; según un informe del Banco Mundial (Ferreira et al. 2013), por ejemplo, entre el 2003 y 2009 cerca del 60% de la población chilena experimentó un ascenso social, sin embargo, para efectos de esta proyección lo que se busca es una medida de pobreza relativa.

64 Los parámetros del sistema de pensiones solidarios fueron fijados en su valor a diciembre 2012, es decir, \$82.058 para la PBS y \$266.731 para la PMAS. Siguiendo lo estipulado en la Ley 20.255 que define el SPS, en todas las simulaciones básicas, estos valores se mantuvieron constantes en términos reales durante todo el horizonte de proyección. Vale la pena mencionar que el sistema de pensiones solidarias exige, además del requisito de afluencia, un requisito de residencia en Chile. Ante la dificultad de modelar este requisito y siguiendo un criterio conservador, se asumirá que todos los individuos que cumplan con los demás requisitos también cumplen con la exigencia de residencia en Chile.

## 6.2 Evolución de variables clave

La distribución de los 8 tipos de individuos que hemos definido durante el horizonte de proyección se muestra en la figura 12. Se puede apreciar que el grupo de mayor crecimiento corresponde al de afiliados (no pensionados) al sistema de AFP, mientras que la fracción de los no afiliados tiende a decrecer en el tiempo.

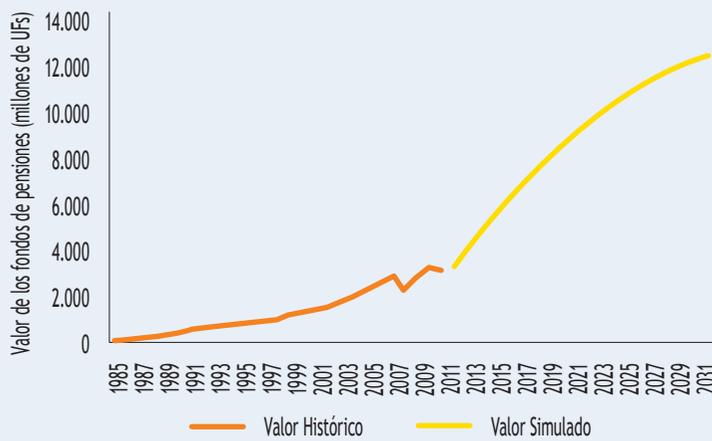
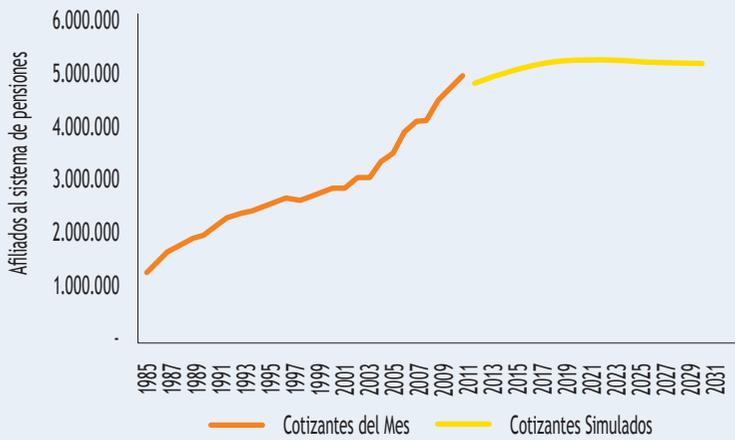
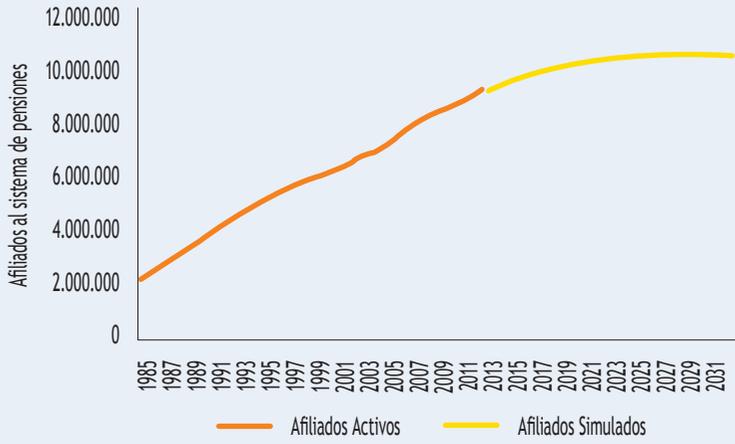
Figura 12 - Evolución de la distribución poblacional según situación previsual



Fuente: Elaboración propia.

Las figuras siguientes muestran la trayectoria histórica de ciertas variables clave (afiliados, cotizantes y saldo agregado), junto con la trayectoria simulada a partir del año 2012. Se puede apreciar que las simulaciones siguen una trayectoria muy cercana a la evolución histórica de cada una de las variables.

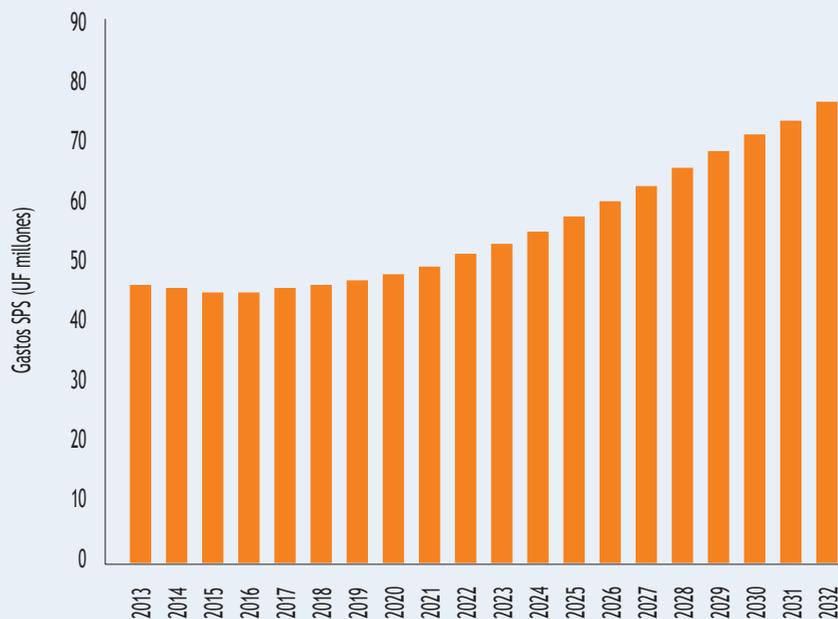
**Figura 13 - Evolución histórica y proyectada de afiliados, cotizantes y valor del fondo en escenario central**



Fuente: Elaboración propia a partir de estadísticas disponibles en [www.spensiones.cl](http://www.spensiones.cl) y resultados del modelo de proyección.

Por último, la siguiente figura muestra la trayectoria esperada del gasto en el Sistema de Pensiones Solidarias, bajo el escenario central. De acuerdo al modelo el gasto caería levemente los primeros años para luego aumentar en forma sostenida durante el horizonte de proyección, alcanzando el año 2032 cerca de 76 millones de unidades de fomento.<sup>65</sup>

Figura 14 - Proyección gasto anual 2012-2032 en SPS (UF millones)



Fuente: Elaboración propia.

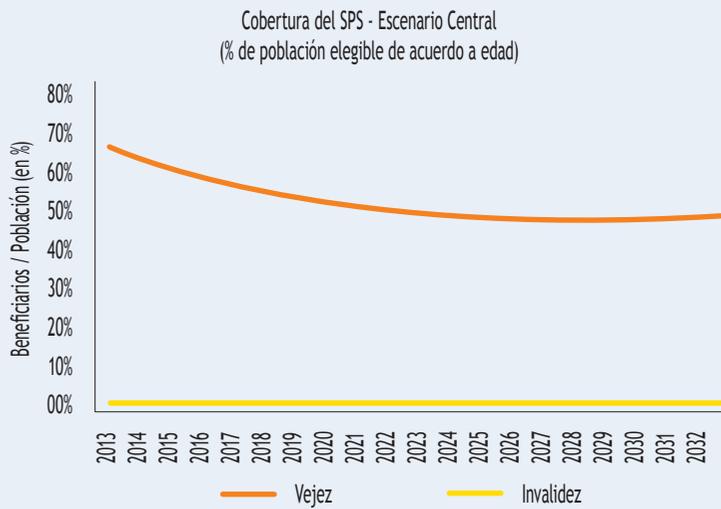
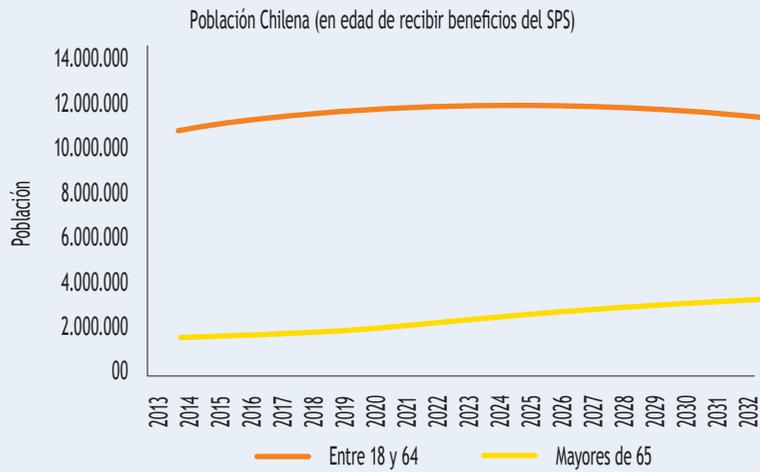
Para comprender esta tendencia, se presenta a continuación la evolución demográfica de los 2 grupos de población en edad de recibir beneficios del SPS (individuos entre 18 y 64 años, y mayores de 65 años) y la evolución de la cobertura del SPS, entendida como el número de receptores de APS o PBS dividido por el número de personas en el grupo correspondiente.

En primer lugar se aprecia que aunque la población en edad de trabajar tiende a estabilizarse en el tiempo, la población mayor de 65 años aumenta en forma sostenida durante todo el período. Por otro lado, aunque la cobertura de invalidez se mantiene relativamente constante (en torno al 1,9% de la población), la cobertura de vejez tiende a caer en el tiempo aunque se estabiliza durante la segunda década de proyección. Esto último puede ser explicado debido a que las nuevas cohortes que se van jubilando presentan historiales salariales cada vez mejores, aunque persiste un segmento de la población que seguirá siendo beneficiaria del SPS.

Combinando ambos elementos, la ligera caída inicial del gasto SPS se explicaría por la caída en la cobertura que sería sólo parcialmente compensada por el aumento en la población mayor de 65 años. A medida que la cobertura tiende a estabilizarse, el efecto demográfico tiende a dominar al efecto cobertura y, por lo tanto, el gasto tiende a crecer.

65 Cabe hacer notar que las proyecciones realizadas, se asume que los parámetros del SPS se mantienen constantes en términos reales. Una alternativa adoptada en el estudio anterior, Bravo et al. (2010), fue suponer que estos parámetros se ajustaban a una tasa similar al crecimiento de los salarios (2% real anual). Con este supuesto, el gasto en el SPS debiera ser superior al aquí proyectado.

Figura 15 - Evolución población y cobertura según grupo etario



Fuente: Elaboración propia.

## 7. PROYECCIÓN DETERMINÍSTICA DEL FRP

Aplicando las tendencias centrales definidas por los módulos macro-fiscal y financiero, es posible obtener, para cada escenario, una proyección del gasto asociado al SPS a partir del modelo previsional. Estas estimaciones permiten fijar la cota superior de los retiros desde el FRP en los distintos momentos del tiempo y para cada uno de los 3 escenarios.

Asimismo, las estimaciones del modelo Macro-fiscal arrojan los distintos escenarios de aportes hacia el FRP y las proyecciones del modelo financiero permiten calcular el retorno financiero del FRP. En definitiva, se cuenta con todos los elementos para estimar la evolución del Fondo bajo el supuesto más conservador que supone que todos los años se retira el máximo permitido por la ley.

La Tabla 24 muestra la evolución de aportes, retiros y retornos del FRP en el escenario central.<sup>66</sup>

Cabe hacer notar que los aportes al FRP se encuentran, durante todo el período proyectado, limitados al 0,2% del PIB. Esto se debe fundamentalmente a que en esta proyección determinística, la recaudación efectiva converge rápidamente a la recaudación estructural lo cual combinado con el supuesto de convergencia hacia una meta de balance estructural nulo a partir del año 2018, implican que los aportes se encuentran restringidos por su cota inferior. Esto no necesariamente ocurre en las simulaciones estocásticas, puesto que en algunas trayectorias es posible que se presenten balances fiscales positivos y por lo tanto mayores tasas de aporte al FRP.

Por su parte podemos ver que, dado que los retiros máximos desde el FRP siguen una trayectoria similar a la observada en la figura 14, crecen durante todo el período.

La trayectoria del FRP es creciente durante todo el período, lo que se puede apreciar en la figura 16, la cual incluye además las proyecciones bajo los 2 escenarios alternativos. Ahí se puede observar que incluso bajo el escenario moderado, la trayectoria del FRP es siempre creciente (en dólares). Por último, la figura 17 muestra la misma evolución bajo los 3 escenarios, pero expresada en Unidades de Fomento, la cual muestra una tendencia menos pronunciada, particularmente en el escenario moderado.

<sup>66</sup> En el Anexo 5, se presentan las tablas equivalentes para los escenarios Optimista y Moderado. En el Anexo 6 se encuentran además los mismos resultados pero incluyendo el resultado de aporte efectivamente realizado durante el primer semestre del año 2013, por US\$ 1376,75 millones (Decreto N° 391, marzo 2013, Ministerio de Hacienda) en lugar del aporte proyectado por el modelo que se incluye en esta tabla. El valor del FRP en dicha proyección correspondería a 298,3 millones de UF al año 2032.

**Tabla 24 - Evolución del FRP - Escenario Central**  
(Millones de dólares de cada año)

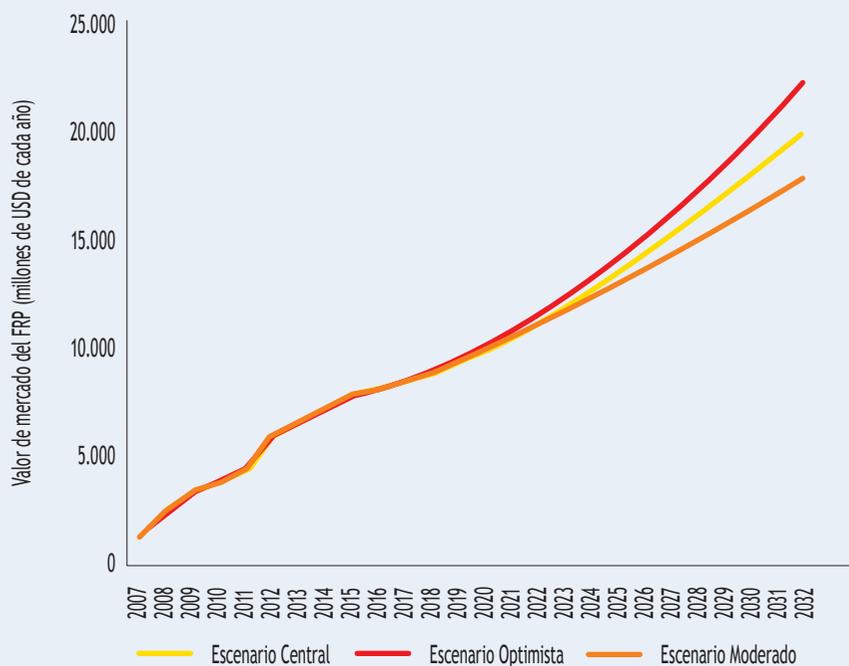
Año	Valor de Mercado Inicial (US\$ millones)	Aportes (US\$ millones)	Aportes (% PIB)	Retiro máximo (US\$ millones)	Retorno Financiero (interés devengado + ganancia de capital)	Costos de Adm., Custodia y otros (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (US\$ millones)	Valor de Mercado Final
2007	605,0	736	0,50%	0	126	0,0	1.466,0	40,8
2008	1.466,0	909	0,50%	0	131	0,3	2.507,0	64,0
2009	2.507,0	837	0,50%	0	78	0,3	3.421,0	91,1
2010	3.421,0	337	0,20%	0	79	0,4	3.837,0	92,5
2011	3.837,0	443	0,20%	0	126	0,4	4.406,0	97,5
2012	4.406,0	1.197	0,20%	0	282	1,2	5.883,0	126,7
2013	5.883,0	561,6	0,20%	0,0	86,6	1,5	6.529,7	140,4
2014	6.529,7	575,4	0,20%	86,6	95,9	1,7	7.112,6	156,5
2015	7.112,6	618,7	0,20%	95,9	133,0	1,9	7.766,5	166,6
2016	7.766,5	665,3	0,20%	549,7	180,0	2,0	8.060,2	168,5
2017	8.060,2	715,5	0,20%	571,6	221,4	2,1	8.423,4	171,6
2018	8.423,4	766,2	0,20%	601,6	260,3	2,2	8.846,0	175,2
2019	8.846,0	817,2	0,20%	626,1	298,2	2,3	9.333,0	181,1
2020	9.333,0	879,3	0,20%	662,2	330,3	2,5	9.877,9	186,1
2021	9.877,9	949,5	0,20%	708,5	360,4	2,6	10.476,8	190,8
2022	10.476,8	1.009,1	0,20%	759,1	389,7	2,8	11.113,8	198,7
2023	11.113,8	1.071,7	0,20%	807,8	418,4	2,9	11.793,2	206,9
2024	11.793,2	1.144,2	0,20%	870,7	447,3	3,1	12.510,9	214,3
2025	12.510,9	1.220,8	0,20%	938,3	476,7	3,3	13.266,8	221,7
2026	13.266,8	1.302,0	0,20%	1.010,4	506,9	3,5	14.061,8	229,4
2027	14.061,8	1.387,8	0,20%	1.088,0	538,2	3,7	14.896,1	237,1
2028	14.896,1	1.478,7	0,20%	1.176,2	570,7	3,9	15.765,4	244,9
2029	15.765,4	1.574,9	0,20%	1.265,7	604,4	4,2	16.674,8	252,8
2030	16.674,8	1.676,6	0,20%	1.363,1	639,5	4,4	17.623,4	260,7
2031	17.623,4	1.784,4	0,20%	1.454,8	676,0	4,6	18.624,4	268,9
2032	18.624,4	1.898,4	0,20%	1.560,0	714,5	4,9	19.672,5	277,2

Fuente: Elaboración propia (salvo datos previos a 2013, obtenidos del Informe Anual de Fondos Soberanos (2012).

Nota: Los retiros máximos corresponden, para los años 2013 a 2015 a la ganancia de capital del año anterior. A partir del año 2016, se obtuvo como un tercio de la diferencia entre el gasto en el SPS del año correspondiente y aquel del año 2008 (debidamente actualizado por inflación). Los costos de administración y custodia a partir del año 2013 se obtuvieron aplicando una tasa constante de 0,026% del fondo administrado, la cual fue estimada a partir del detalle de comisiones pagadas (sólo por administración y custodia) durante el año 2012.

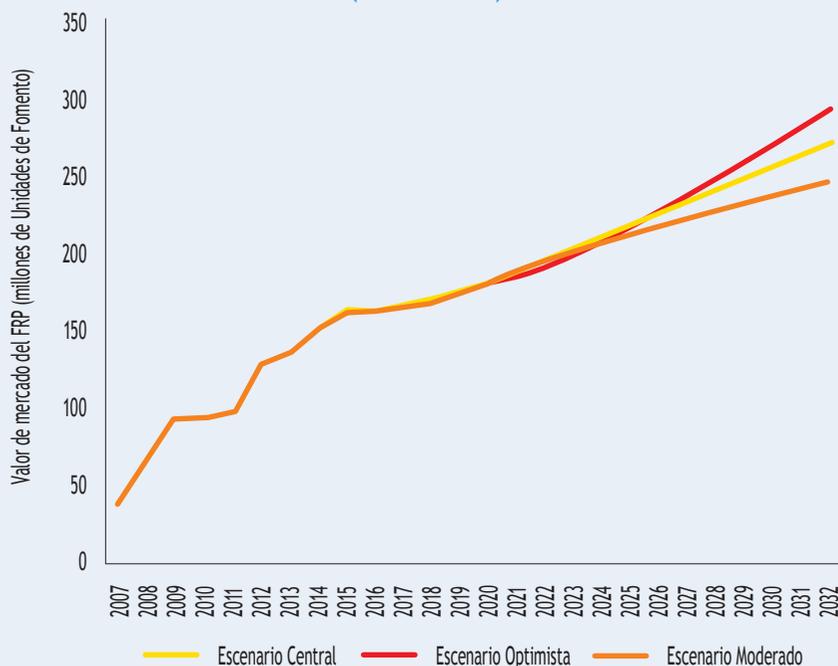
Un aspecto que llama la atención de ambas figuras es la cercanía, entre los distintos escenarios, de la trayectoria del FRP durante los primeros 10 años de proyección. Esto se explica en parte debido a que algunas variables están fijas entre escenarios hasta el 2017 (de manera de mantener consistencia con las proyecciones fiscales de la Dirección de Presupuesto). Sin embargo, la principal razón es que, como se verá más adelante, el principal elemento diferenciador de los distintos escenarios es la diferencia en los aportes al FRP. Esta diferencia crece paulatinamente, haciéndose más evidente en los últimos 10 años de proyección.

**Figura 16 - Evolución del FRP bajo escenarios alternativos (millones de dólares de cada año)**



Fuente: Elaboración propia.

**Figura 17 - Evolución del FRP bajo escenarios alternativos (UF millones)**



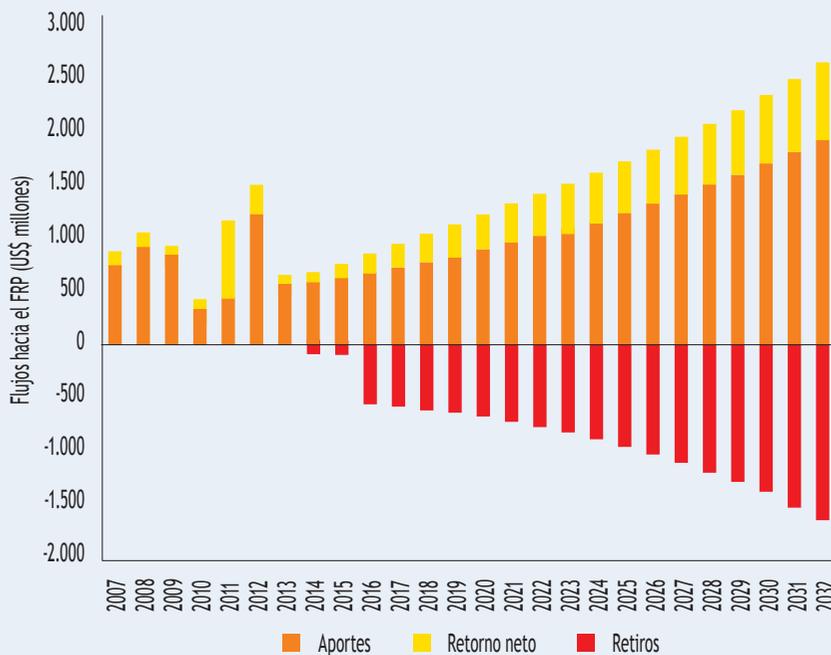
Fuente: Elaboración propia.

Antes de pasar a la simulación estocástica del Fondo, resulta ilustrativa entender la fuente de la sustentabilidad del FRP en todos los escenarios considerados. Para ello, se muestra en la figura siguiente la descomposición del FRP de acuerdo a los flujos hacia y desde el Fondo.

En esta figura se puede apreciar que la sustentabilidad proviene de varias fuentes. En particular, el período de acumulación neta asociado a los 9 años de aportes con retiros muy escasos de fondos desde el FRP permite alcanzar un nivel mínimo elevado antes de comenzar a girar recursos en forma más significativa. Ello implica además garantizar una fuente mínima de recursos provenientes del retorno financiero de los activos.

A partir del año 2016, se comienza a retirar un tercio de la diferencia entre el gasto del SPS y aquel del año 2008. Sin embargo, dichos retiros máximos son inferiores al mínimo nivel de aportes al Fondo (fijados en 0,2% del PIB), por lo que el Fondo percibe un aporte neto todos los años, con el consecuente aumento de los ingresos por concepto de retorno.<sup>67</sup>

**Figura 18 - Descomposición del FRP en escenario central  
(Millones de dólares)**



Fuente: Elaboración propia.

<sup>67</sup> Como se verá en la sección 10, la modelación determinística arroja resultados similares de sustentabilidad, incluso bajo condiciones menos favorables que las aquí expuestas.

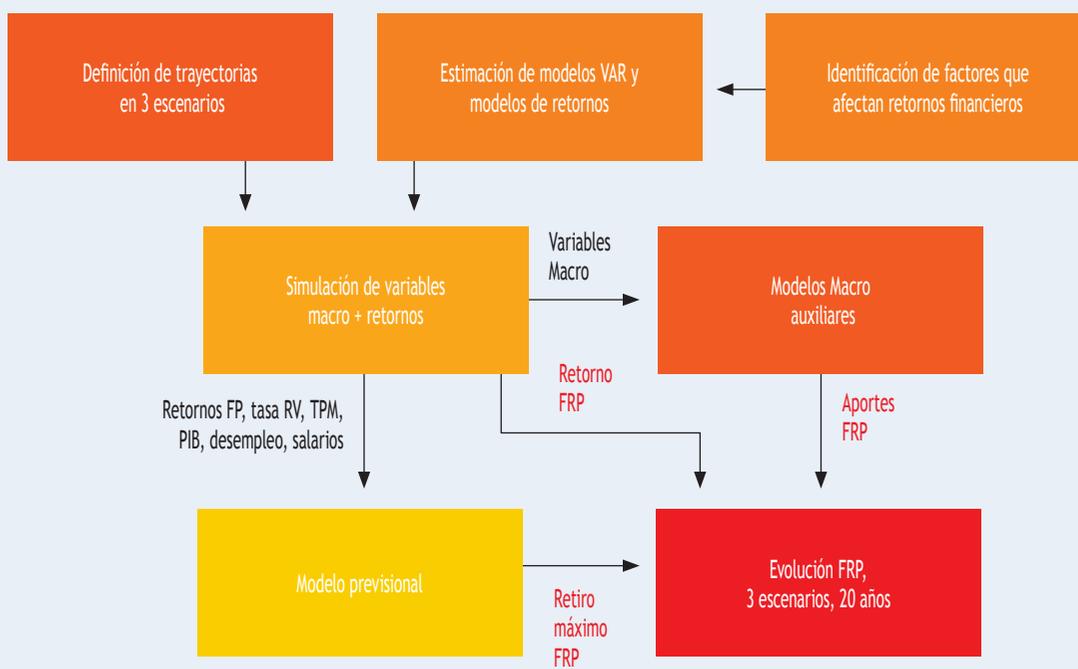
## 8. SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA

Los resultados presentados en las secciones anteriores son fundamentalmente determinísticos, en el sentido de que no se plantean desvíos temporales respecto a las tendencias centrales. La incertidumbre es capturada únicamente por la definición de escenarios alternativos, incluyendo el escenario de crisis utilizado para evaluar el límite del UF 900 millones.

En esta sección se presentan los resultados de una simulación de carácter estocástico, en la cual se permiten desvíos de las distintas variables respecto a sus tendencias centrales, pero respetando cierta coherencia estadística entre estos movimientos. Esta coherencia está dada por la estimación de modelos conocidos como Vectores Auto Regresivos (VAR). Estos modelos simulan el co-movimiento conjunto de una serie de variables tanto macroeconómicas como financieras. Adicionalmente, los modelos VAR son complementados con modelos especiales para las varianzas de las distintas ecuaciones.

La simulación estocástica consta de 4 pasos: 1) la estimación de los modelos VAR y de los modelos de varianzas condicionales, 2) la simulación estocástica de trayectorias para los factores macroeconómicos y financieros, 3) la construcción a partir de dichas trayectorias de las trayectorias de las restantes variables endógenas del MSE, en particular, de los retiros máximos que se realizarán del FRP (derivadas del gasto en el SPS) y el aporte mínimo del fisco para cada trayectoria y 4) la combinación de todos los elementos anteriores para generar trayectorias de aportes, retiros, retornos y el balance del FRP. El proceso anterior se repite para los tres escenarios (Central, Optimista y Moderado). El proceso anterior se ve reflejado en el siguiente diagrama que muestra todas las etapas de proceso de simulación.

Figura 19 - Proceso de simulación estocástica



Fuente: Elaboración propia.

A continuación se describen en mayor detalle los cuatro pasos de este proceso, incluyendo resultados del mismo.

## 8.1 Modelos VAR y modelación de varianzas

La modelación conjunta de la dinámica de corto plazo de las variables macroeconómicas y financieras se implementa mediante una serie de modelos VAR, siguiendo una estructura jerárquica.

En el primer nivel de esta estructura, se encuentra un modelo VAR que contiene las variables consideradas como exógenas a la economía chilena. En este modelo se incluyen variables como la Tasa de Política Monetaria (TPM) de EE.UU., un índice de renta fija del premio por riesgo de crédito de los países emergentes, el Producto Interno Bruto (PIB) de EE.UU. y el precio del cobre (ambos en desviaciones respecto a su tendencia de largo plazo). Este primer modelo puede representarse por la siguiente ecuación vectorial, que muestra el conjunto de estas variables macro en función de la versión rezagada un período de todas ellas:

$$Y_t^1 = A^1 Y_{t-1}^1 + u_t^1$$

Donde  $A^1$  representa una matriz de parámetros a ser estimados. Los resultados de la estimación de este modelo se presentan en el Anexo 3.

A continuación en la estructura jerárquica, se estimó un segundo modelo VAR de variables macroeconómicas chilenas: la tasa de política monetaria y las brechas de producto, inflación, tipo de cambio real, desempleo y salarios. En este modelo se incluyen como variables independientes, además de los rezagos de las variables del modelo, las variables incluidas en el primer modelo VAR:

$$Y_t^2 = A^2 Y_{t-1}^2 + B^2 Y_t^1 + u_t^2$$

De este modo, las trayectorias de variables macro simuladas en los dos modelos VAR macroeconómicos, servirán de base para las trayectorias de los factores financieros, generando así series de retornos consistentes con la evolución de variables clave en la economía. Con esta finalidad, se estima un VAR para los factores financieros, utilizando como variables exógenas los factores macroeconómicos ya indicados.

Las ecuaciones contenidas en el VAR Financiero son del tipo:

$$\tilde{f}_{f_i,t+1} = a_0 \tilde{f}_{f_i,t} + a_1 \tilde{f}_{f_{j_1},t} + \dots + a_k \tilde{f}_{f_{j_k},t} + b_1 \tilde{f}_{m_1,t} + \dots + b_l \tilde{f}_{m_l,t} + \epsilon_{f_i,t+1}$$

para  $i=\{1,\dots,13\}$ , en donde  $\tilde{x}$  indica que se trata de variables en desviación con respecto a su tendencia de largo plazo (calculada por medio de un filtro HP),  $\tilde{f}_{f_i,t+1}$  es el factor financiero  $i$ -ésimo en  $t+1$ ,  $\tilde{f}_{f_{j_k},t}$  es el factor financiero  $k$ -ésimo en  $t$ ,  $\tilde{f}_{m_l,t}$  es el factor macroeconómico  $l$ -ésimo en  $t$ ,  $a$  y  $b$  son parámetros constantes que capturan la sensibilidad de  $\tilde{f}_{f_i,t+1}$  a cada factor, mientras que  $\epsilon_{f_i,t+1}$  es un error con media cero.

Los resultados de este VAR se muestran en la Tabla A3.2 en el Anexo 3. Ellos sugieren que todos los factores macroeconómicos son relevantes a la hora de explicar la evolución de algún factor financiero. Tal como se señaló anteriormente, la literatura que explora la relación entre variables macroeconómicas y factores financieros está en desarrollo, por lo que en esta etapa, aún no existen predicciones respecto a los efectos esperados entre estas variables.

Es importante destacar que el VAR macro-financiero presupone que los factores macroeconómicos predicen la evolución de los factores financieros, y a través de este canal afectan (indirectamente) los retornos de las clases de activo consideradas. No obstante, es razonable suponer que los factores financieros también podrían contener información útil para predecir la evolución (contemporánea) de los factores macroeconómicos. Para aclarar este punto, se modelaron los factores macroeconómicos en función del rezago de los factores financieros, más rezagos de sí mismos. Los resultados de estas regresiones (no reportados) muestran que para cuatro de los factores macroeconómicos (gap del PIB en Chile, gap de inflación en Chile, gap de tipo de cambio real y gap de precio del cobre) hay evidencia fuerte de la irrelevancia de los factores financieros en la predicción de los factores macroeconómicos. Por su parte, para el gap del PIB de EE.UU. y la TPM de Chile, no se puede rechazar la hipótesis de irrelevancia de los factores financieros (al 1% de significancia). Finalmente, en el caso de la TMP de EE.UU. la hipótesis de irrelevancia es rechazada para todos los niveles de significancia usuales. Adicionalmente, se encontró que, a medida que se agregaban rezagos de los factores macroeconómicos en las regresiones, el poder predictivo de los factores financieros tendía a disminuir.<sup>68</sup> Con todo, los resultados obtenidos de ejercicios de robustez (disponibles a pedido) muestran que la distribución de los retornos simulados no cambia sustancialmente si el VAR macro-financiero considera uno o tres rezagos de las variables macro exógenas, por lo que se optó por la especificación que considera un solo rezago de las variables macro exógenas, a fin de mantener un número adecuado de grados de libertad en la estimación.

Es importante notar que el ejercicio de simulación emplea valores contemporáneos de los factores macro y financieros, lo que hace menos plausible una situación en la que los factores financieros podrían predecir factores macro, cuyos valores usualmente no están disponibles de forma contemporánea, sino que se vuelven disponibles con un rezago de tiempo.

En consecuencia, el Módulo Financiero aporta 23 ecuaciones al MPE. De este total, 13 ecuaciones provienen de la estimación del VAR macro-financiero, que describe la dinámica de los factores financieros identificados como predictores relevantes de la media o la varianza condicionales de los retornos de las categorías de activos financieros de interés.<sup>69</sup> Las 10 ecuaciones restantes corresponden a las ecuaciones de retornos de las 10 clases de activos que describen las oportunidades de inversión disponibles tanto para el FRP, como para los FP.

68 Es importante destacar que se realizó el ejercicio inverso, modelando factores financieros en función de factores macro y rezagos de factores financieros. Los resultados (no reportados) mostraron que, al agregar rezagos de factores financieros, el poder explicativo de los factores macro seguía siendo relevante en la mayor parte de los casos.

69 Estos factores incluyen las variables LibroBolsa, TermYield, DivYield, DivUtilidad, Vol, RetSpread, YieldSpread y DefaultRet.

Finalmente, para cada clase de activos en que se encuentran invertidos ya sea el FRP o los fondos de pensiones chilenos, se estimó un modelo particular, en función de distintas combinaciones de factores incluidos en la ecuación anterior.<sup>70</sup> Las ecuaciones estimadas para los retornos siguen la estructura de la ecuación (7):<sup>71</sup>

$$R_{j,t+1} = \alpha R_{j,t} + \sum_{k=1}^K \beta_{j,k} F_{k,t} + \varepsilon_{j,t+1}$$

Para  $j=\{1,\dots,10\}$ , en donde  $F_{k,t}$  es el valor del factor financiero k-ésimo (en nivel, no en desviación con respecto a su tendencia). Todas las variables utilizadas en la estimación de estos VAR se resumen en la Tabla A3.4 en el Anexo 3.

## 8.2 Metodología de simulación

La metodología seleccionada para llevar a cabo el ejercicio de simulación corresponde a una variante del método de simulación histórica. En particular, consiste en un método semi-paramétrico que se denomina **Simulación Histórica Filtrada** (FHS, por la abreviación del término en inglés *Filtered Historical Simulation*), propuesto por Barone-Adesi (1998, 1999). Para los efectos del presente estudio, la aplicación del método de FHS se puede resumir en tres pasos:

1. Ajustar modelos GARCH a cada una de las series de errores resultantes de la estimación de las ecuaciones del MPE (VAR macro-exógeno, macro-endógeno, macro-financiero, y ecuaciones factoriales de retornos).
2. Obtener las series históricas de los errores estandarizados de cada una de las ecuaciones del modelo.<sup>72</sup>
3. utilizar la serie histórica de errores estandarizados para generar trayectorias aleatorias de las variables del modelo, por medio de un proceso de re-muestreo con reemplazo (*bootstrap*).

En comparación a la metodología tradicional de simulación de Monte Carlo,<sup>73</sup> basada en la generación computacional de números pseudo-aleatorios, el método de FHS tiene al menos dos ventajas evidentes. La primera de ellas es que no requiere suponer una distribución a priori para generar las innovaciones aleatorias incluidas en las ecuaciones de las variables (exógenas y endógenas) del MSE,<sup>74</sup> sino que utiliza en cambio la distribución (estacionaria e invariante) del error estandarizado histórico como base para realizar la simulación.

70 Se consideraron 10 clases de activos: tres clases corresponden a renta variable (RV1, RV2, RV3) y 7 a distintas categorías de instrumentos de renta fija (RF1, RF2, RF3, RF4, RF5, RF6, RF7).

71 A diferencia de los modelos anteriores, cada clase de activo fue estimada con un modelo distinto, algunos de los cuales con elementos ARMA(1,1), en algunos casos se incluyeron factores en la ecuación de varianza y en otros se ajustó un proceso ARCH(1).

72 Los errores estandarizados corresponden a los residuos de los modelos anteriores, divididos por el desvío estándar generado por el modelo GARCH empleado para ajustar la volatilidad condicional móvil.

73 El uso del método de simulación de Monte Carlo en finanzas data de los trabajos de Boyle (1977), en valoración de opciones financieras, y Hertz (1979), en finanzas corporativas.

74 Dentro de las variables exógenas se cuentan, por ejemplo, el precio del cobre, la brecha de producto en EE.UU., el spread de los bonos EMBI, etc., mientras que dentro de las variables endógenas se incluyen las variables macroeconómicas endógenas, como el PIB doméstico, desempleo doméstico, etc., los factores financieros (ratios financieros, etc.), además de los perfiles de salario y cotización y los retornos de los activos financieros.

La segunda ventaja es que el método de FHS no requiere estimar una matriz de correlaciones, ya que la simulación se realiza por medio de la selección de errores estandarizados contemporáneos para cada una de las ecuaciones que conforman el MPE. De esta forma, las correlaciones implícitas en el ejercicio de simulación corresponden a aquellas ya contenidas en la muestra histórica empleada al momento de estimar los correspondientes modelos de varianza condicional.

### 8.3 Simulación de variables macro-financieras

El método de simulación descrito anteriormente permite generar trayectorias aleatorias para cada una de las variables dependientes de los modelos estimados (variables macro-endógenas, factores financieros, y retornos). En el caso de las variables macro que corresponden a brechas (esto es, desviaciones respecto a la variable de tendencia), la realización aleatoria de la variable original (por ej., el crecimiento efectivo del PIB) se obtiene sumando, a la brecha simulada, la tendencia correspondiente a cada escenario.<sup>75</sup>

### 8.4 Simulación de trayectorias previsionales

Aunque durante la trayectoria previsional de una persona, existen una serie de factores estocásticos (como la muerte o la invalidez) o no observados por el modelador (como la ocurrencia de matrimonios o hijos), en el módulo previsional del MPE sólo se incluyeron elementos aleatorios en los factores macro que afectan la probabilidad de cotizar (de forma de asegurar cierta coherencia entre estos modelos) y a través de variables financieras como los retornos de los fondos de pensiones o la tasa implícita de las rentas vitalicias.

La simulación de trayectorias previsionales consistió entonces en mantener constante el historial demográfico cada persona en la muestra (nacimiento, matrimonio, invalidez, pensión, muerte) pero ir variando en cada trayectoria la probabilidad de cotizar, el ingreso imponible, el retorno de los saldos individuales y la tasa con la cual se calculan las rentas vitalicias.

### 8.5 Resultados: trayectorias del FRP

Combinando los resultados de los distintos elementos generados por los procesos anteriores (además de las variables auxiliares generadas a partir de éstos), se puede construir, para cada trayectoria y en cada escenario, la evolución del balance del FRP durante los 20 años de simulación.

Es importante hacer notar que el proceso procura asegurar la consistencia entre los distintos elementos propios de una misma trayectoria. Esto se logra fundamentalmente gracias a la estructura jerárquica del modelo: una trayectoria de las variables macro exógenas genera una trayectoria de las variables locales, de los factores financieros, de los retornos y éstos impactan la acumulación del fondos en el modelo previsional.

La tabla siguiente muestra los valores medios, la mediana y el intervalo de confianza al 90% del valor del FRP para los 3 escenarios (expresados en millones de UF).

75

Este procedimiento guarda cierta similitud con el utilizado en el modelo estocástico de la SSA de EE.UU. (ver sección 2).

**Tabla 25 - Evolución estocástica del FRP  
(UF millones)**

	Escenario Central				Escenario Optimista				Escenario Moderado			
	Media	Mediana	P <sub>(5%)</sub>	P <sub>(95%)</sub>	Media	Mediana	P <sub>(5%)</sub>	P <sub>(95%)</sub>	Media	Mediana	P <sub>(5%)</sub>	P <sub>(95%)</sub>
2013	134,7	135,1	129,1	138,3	134,7	135,2	129,1	138,3	134,7	135,1	129,0	138,2
2014	141,0	141,8	132,9	147,7	140,9	141,9	132,6	147,8	141,1	141,8	133,2	147,6
2015	146,7	148,2	131,6	157,5	146,6	148,1	130,8	158,4	146,4	148,1	132,3	156,4
2016	144,5	144,3	118,8	170,1	142,8	142,4	116,7	169,6	146,0	145,8	121,1	172,5
2017	145,3	145,0	110,8	181,9	143,2	143,7	108,1	179,9	146,9	146,0	113,6	180,8
2018	148,6	143,5	110,7	199,6	147,4	142,6	108,4	200,7	149,1	145,0	113,1	199,9
2019	155,8	149,1	109,6	231,3	154,8	150,3	107,6	229,5	156,1	147,1	111,9	233,5
2020	161,3	151,2	109,6	246,1	159,7	149,6	107,9	246,5	162,5	154,0	111,7	247,7
2021	167,6	155,4	109,2	262,7	164,3	152,1	106,6	258,8	170,9	158,7	112,6	268,5
2022	179,1	169,0	115,9	287,6	176,1	166,8	113,3	285,0	182,1	172,3	119,4	288,2
2023	191,5	179,7	124,6	300,0	189,2	176,4	123,0	302,6	194,3	184,4	126,8	299,7
2024	204,0	193,8	126,0	316,6	203,1	191,1	125,1	312,5	205,5	194,2	128,3	320,1
2025	229,4	202,0	133,4	346,8	230,1	200,3	134,9	350,2	229,7	205,8	133,9	344,4
2026	246,8	216,1	142,7	377,6	249,6	218,8	144,2	381,4	245,1	217,4	140,0	376,6
2027	258,9	234,9	148,0	405,3	263,8	237,5	151,8	414,2	255,4	231,6	144,5	397,2
2028	274,4	247,0	150,8	428,4	281,5	252,9	156,7	441,5	268,9	244,7	147,3	418,2
2029	287,7	259,6	168,3	420,8	297,2	272,6	177,1	438,4	280,1	252,5	162,0	408,5
2030	305,8	290,9	177,2	452,9	317,9	301,0	189,3	469,1	296,2	282,3	169,2	441,8
2031	326,2	298,4	193,8	552,9	341,4	311,5	207,0	588,7	313,8	285,9	183,1	524,7
2032	347,4	317,1	207,6	581,6	366,0	333,3	222,8	619,0	332,2	303,0	193,8	558,2

Fuente: Elaboración propia.

A partir de la tabla anterior, las figuras siguientes muestran los percentiles 5%, 50% y 95% de la distribución del saldo del FRP (en millones de UFs) a través del tiempo, para los escenarios central, optimista y moderado, respectivamente. Las figuras incluyen además la proyección determinística descrita anteriormente, la cual muestra una evolución similar a la trayectoria mediana del modelo estocástico.<sup>76</sup>

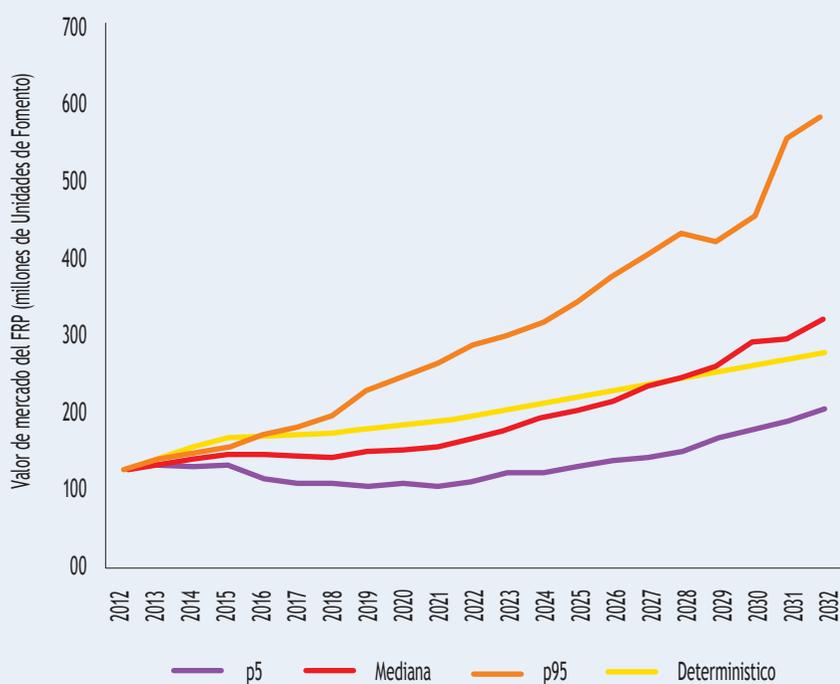
El elemento central que surge de esta modelación estocástica es que en todos los escenarios y al menos el 95% de las trayectorias, el FRP presenta una evolución creciente durante todo el horizonte de proyección. Esto es consistente con los resultados presentados a partir de la modelación determinística.

<sup>76</sup> Es importante recalcar que el modelo determinístico no debe necesariamente coincidir con la trayectoria estocástica media o mediana; esto se debe a que el modelo es sumamente no lineal y, por lo tanto, la trayectoria evaluada en la media de las variables de insumo no tiene porqué coincidir con la media de las simulaciones.

Un segundo aspecto general de los 3 escenarios es que las trayectorias medianas terminan en una situación muy cercana, en torno a los 315 millones de UF para el año 2032.

Al analizar la dispersión de la trayectoria del FRP (medida por la diferencia entre el percentil 5% y el percentil 95%), se puede observar que las proyecciones presentan distinto nivel de incertidumbre entre los distintos escenarios de proyección: el intervalo de confianza al 90% para el valor de FRP al año 2032 corresponde a UF 264,4 millones en el escenario central, UF 285,8 millones en el optimista central y UF 255,2 millones en el escenario moderado. En principio no debieran esperarse grandes diferencias en la varianza de las variables intermedias del modelo, debido a que las simulaciones se construyen como oscilaciones (similares) en torno a trayectorias determinísticas (distintas entre escenarios). Sin embargo, las variables intermedias afectan al fondo de manera no lineal y, por lo tanto, diferencias en niveles (asociadas a los distintos escenarios) pueden resultar en mayor o menor dispersión entre escenarios.<sup>77</sup> Asimismo, algunas de las variables fueron expresadas en diferencias logarítmicas, resultando en mayor o menor dispersión al ser llevadas a niveles para la simulación.

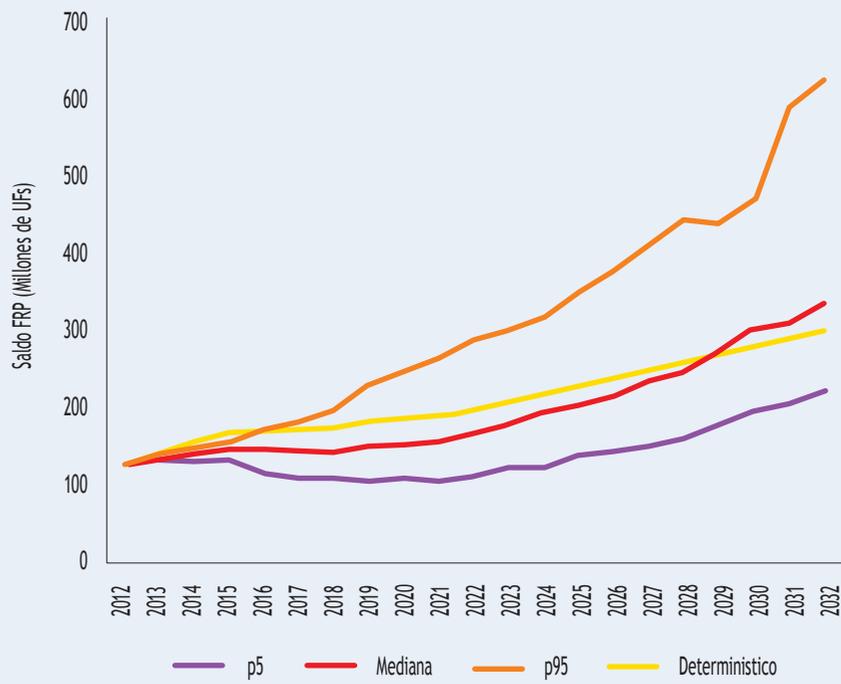
Figura 20 - Distribución de saldo FRP - Escenario central



Fuente: Elaboración propia.

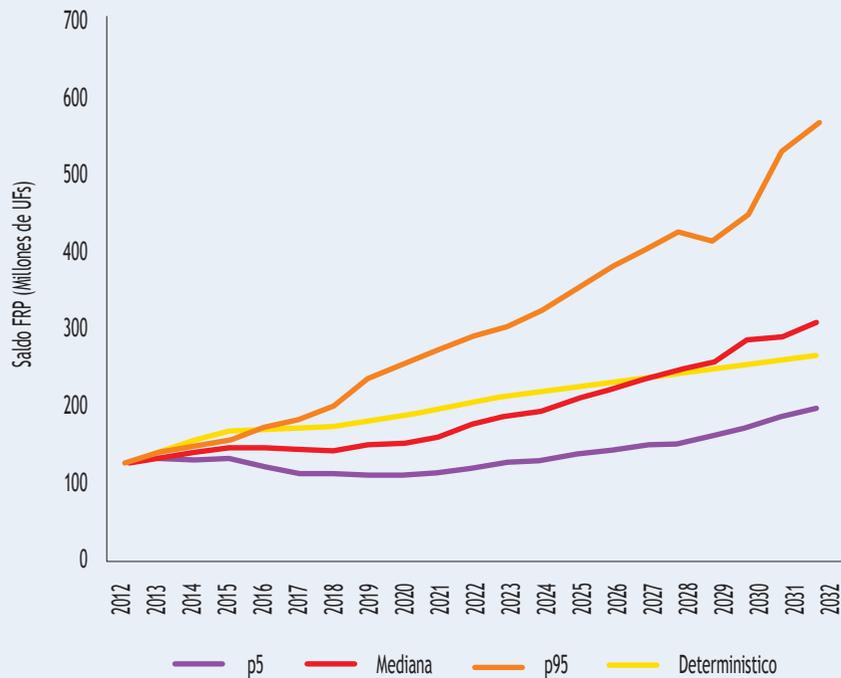
77 A modo de ejemplo, la tasa de política monetaria chilena afecta el nivel de retornos de varias de las clases de activos consideradas (RV3, RF5, RF6 y RF7). Al variar la trayectoria de tendencia de esta variable entre escenarios, varían los niveles de los retornos esperados pero además la varianza de la trayectoria del FRP, al ser ésta una función no lineal de los retornos contemporáneos y pasados. Por último, la TPM chilena afecta indirectamente al FRP a través del gasto máximo estimado.

Figura 21 - Distribución de saldo FRP - Escenario Optimista



Fuente: Elaboración propia.

Figura 22 - Distribución de saldo FRP - Escenario Moderado



Fuente: Elaboración propia.

## 9. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

En esta sección se presentan algunos análisis de sensibilidad en torno a los resultados presentados. En particular, se presentan resultados de algunas simulaciones contra-factuales que entregan una idea de la importancia relativa de los tres elementos básicos de la trayectoria del FRP (aportes, retiros y retornos) en la varianza del FRP durante el horizonte de proyección. Adicionalmente, se analizan dos reglas alternativas a las actualmente definidas para el FRP: una regla alternativa de aportes y una regla alternativa de retiros del FRP.

### 9.1 Determinantes de la varianza del FRP

Esta sección busca responder la pregunta de qué elemento en la evolución del FRP contribuye en mayor medida a la varianza del FRP. Para ello, reconstruimos 3 series de simulaciones del escenario central, pero en que uno de los elementos (aportes, retiros o retornos) mantiene una trayectoria fija mientras los otros 2 elementos mantienen trayectorias estocásticas.

En el primer ejercicio, se supone que los aportes al FRP en todas las simulaciones siguen la trayectoria promedio de aportes, mientras que los demás elementos varían tal como en la simulación general. En el segundo ejercicio, se hace lo propio con los retiros máximos del FRP. Por último, en el tercer ejercicio se lleva a cabo el análisis equivalente con una trayectoria fija de retornos del FRP.

Los resultados de este ejercicio se resumen en la Figura 23, la que muestra la diferencia entre los percentiles 5% y 95% de la distribución del valor del FRP en cada año, para los 3 ejercicios contra-factuales. Esta diferencia puede interpretarse como la amplitud del intervalo de confianza de 90%, una medida de dispersión de la distribución.<sup>78</sup>

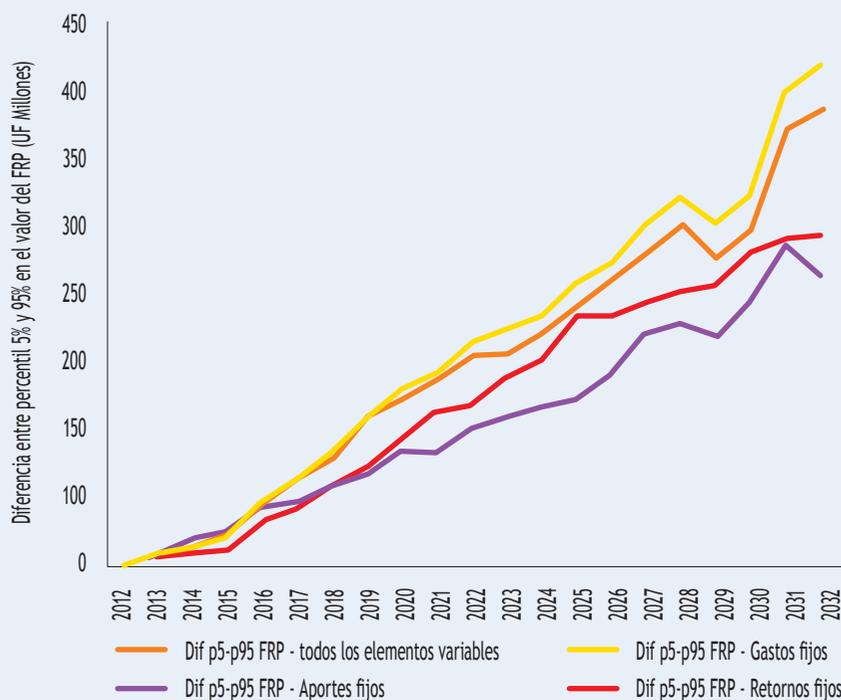
A continuación se presentan las principales conclusiones que se derivan de este análisis.

El factor que contribuye en mayor medida a la varianza del FRP corresponde a los aportes al FRP. Eliminar su variabilidad reduce la diferencia p (5%)-p (95%) para el valor del Fondo al año 2032 en UF 132 millones. En forma similar, pero en menor magnitud, la eliminación de la volatilidad de los retornos reduce la amplitud del intervalo de confianza al año 2032 en UF 101 millones.

Por último, al asumir una trayectoria fija de los retiros máximos del FRP tiende a aumentar ligeramente la variabilidad del Fondo. Esto se explicaría por cierto grado de covarianza negativa entre el gasto y los otros elementos (aportes o retornos), al eliminar la variabilidad del gasto se elimina el efecto compensador del mismo, resultando en mayor volatilidad del FRP.

78 Se optó por esta medida de dispersión de forma de evitar el efecto distorsionador que pueden jugar los valores extremos en otras medidas como la varianza o el desvío estándar.

**Figura 23: Diferencia entre percentiles 5% y 95% del valor de mercado del FRP manteniendo fijos aportes, retiros o retornos**



Fuente: Elaboración propia.

## 9.2 Análisis con regla alternativa de aportes al FRP

Uno de los principales aspectos que explica la trayectoria creciente del FRP es el hecho de que, al margen del desempeño macroeconómico del país, la regla de aportes implica contribuir al menos el 0,2% del PIB al fondo. Esto implicaría que incluso en épocas de crisis, se seguiría aportando.

Un análisis contra-factual natural consiste entonces en evaluar la sustentabilidad del FRP si en lugar de la actual regla de aportes, se permitiera que los aportes fueran menores al 0,2% del PIB cuando la situación fiscal lo justifique.

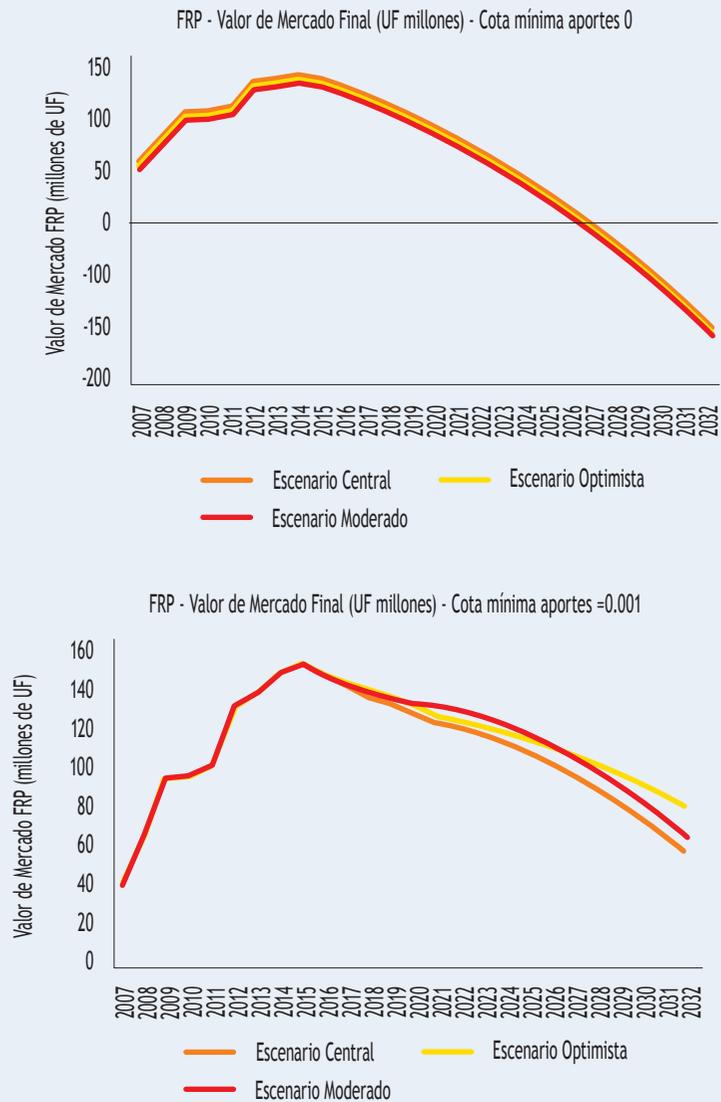
Las figuras siguientes muestran el valor del Fondo, utilizando el modelo determinístico, bajo 2 escenarios de este tipo: (i) si se asume que la cota mínima de aportes corresponde a 0, lo cual coincide con la meta de superávit estructural durante la mayor parte del horizonte de proyección y (ii) si se asume que la cota mínima es 0,1% del PIB en lugar de 0,2% del PIB.

Los resultados sugieren que bajo la regla de aporte mínimo cero, el FRP eventualmente dejaría de ser sustentable. Esto se debe fundamentalmente a que, bajo los supuestos de simulación mantenidos durante este trabajo, el fisco chileno apuntaría a una meta de balance estructural nulo y, por lo tanto, en la situación de tendencia no se realizarían aportes al FRP más allá del año 2013.

Asumiendo una regla de aporte de 0,1% del PIB, en cambio, permitiría que el FRP se mantuviera sustentable durante el horizonte de proyección, aunque con una tendencia decreciente hacia el final del período.

En definitiva, estos resultados sugieren que el punto de equilibrio (que llevaría a cero el FRP hacia el año 2032) se encuentra en algún punto entre 0 y 0,1% del PIB como regla de aporte mínimo. De hecho, la tasa mínima de aportes que llevaría a cero el valor del FRP el año 2032 en el escenario es cercana al 0,068% del PIB.

**Figura 24 - Evolución FRP bajo reglas mínima de aporte de 0% y 0,1% del PIB (UF millones)**



Fuente: Elaboración propia.

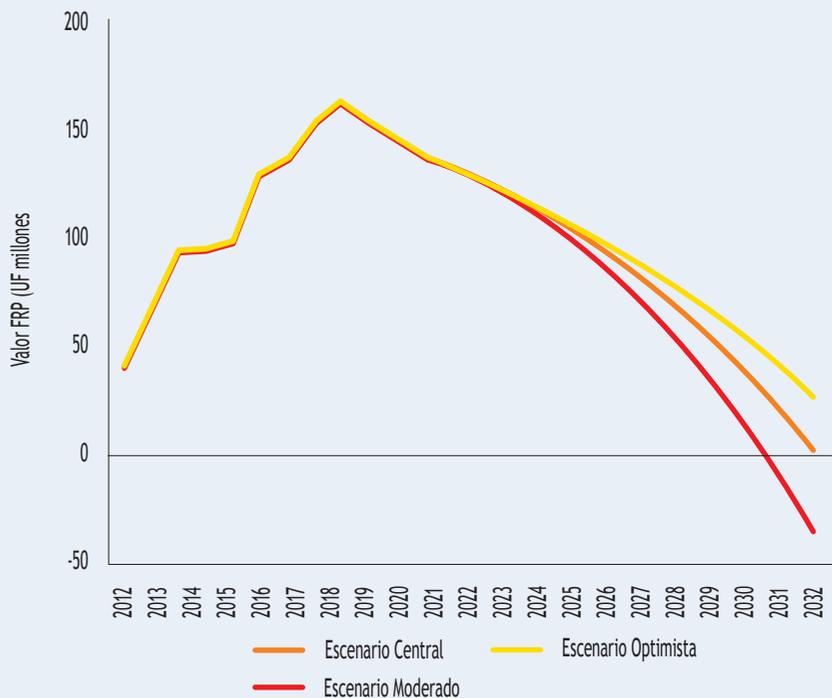
### 9.3 Análisis con regla alternativa de retiros del FRP

Los resultados presentados hasta ahora asumen que en todo momento se aplica el retiro máximo desde el FRP. Este equivale al ingreso financiero del FRP en los años anteriores a 2016 y a un tercio de la diferencia entre el gasto efectivo del SPS y el gasto en dicho sistema el año 2008 (debidamente actualizado).

En este tercer análisis contra-factual, se investiga el factor asociado a la regla de retiro (actualmente fijado en un tercio) que dejaría al FRP en un valor de 0 al final del horizonte de proyección.

Aplicando el modelo determinístico, se concluye que con un factor equivalente a 0,64 (en lugar de un tercio), el FRP estaría al límite de ser sustentable (asumiendo retiros máximos) al final del horizonte y en el escenario central. La figura siguiente muestra la evolución del FRP en dicha situación contra-factual.

Figura 25: Evolución FRP bajo regla alternativa de retiro:  $(\text{Gasto}_t - \text{Gasto}_{2008}) * 0,64$  (UF millones)



Fuente: Elaboración propia.

## 10. EVALUACIÓN LÍMITE DE UF 900 MILLONES

Esta sección realiza una evaluación del límite de UF900 millones establecido en la LRF, el cual origina la detención de los aporte al FRP por parte del Fisco.

Para realizar una evaluación de este límite, es importante definir cuál es el objetivo que persigue el mismo. El párrafo que se refiere a este aspecto en la LRF dice lo siguiente:

*“Tratándose del aporte a que se refiere la letra a), éste deberá efectuarse sólo hasta el año en que los recursos acumulados en el Fondo de Reserva alcancen una cantidad equivalente a 900.000.000 de unidades de fomento. Una vez alcanzada esa cantidad se entenderá cumplida la obligación señalada, por lo que no procederá efectuar ningún aporte por concepto de esta letra.”*

Una forma de entender esta normativa es que lo que se persigue con los aportes es acumular suficientes fondos hasta alcanzar una cantidad suficiente para poder hacer frente a un período de crisis que implique una mayor demanda de recursos fiscal de origen previsional o una menor disponibilidad de recursos para financiar estas obligaciones.

Bajo esta interpretación, se podría pensar que el fisco, una vez alcanzado el límite fijado, dejaría de aportar al mismo y se limitaría a retirar únicamente el retorno financiero del fondo acumulado. De esta forma el fondo se mantendría en el límite establecido, a la espera de una situación de crisis que justifique su utilización.

En este entendido, la evaluación que se realiza a continuación persigue cuantificar la capacidad del FRP para hacer frente a las obligaciones máximas que se darían, si en el momento de iniciarse una crisis, el fondo se encontrara justo en el límite, no se realizaran más aportes y se aplicara el gasto máximo establecido en la normativo (un tercio de la diferencia entre el gasto corriente en el SPS y la cantidad correspondiente al año 2008).

Otra forma de entender la “prueba de tensión” propuesta (también denominada *stress test*) es que permite evaluar si el citado límite es al menos equivalente al valor presente neto de los pasivos del fondo, en un caso sumamente extremo.

A continuación se describe en mayor detalle el escenario de crisis simulado y los resultados para distintos valores iniciales del Fondo.

### 10.1 Escenario de la prueba de tensión

Para efectos de definir un escenario adverso sobre el cual evaluar la sostenibilidad del FRP una vez que este ha alcanzado el saldo de las UF900 millones, se optó por considerar un escenario basado en realizaciones históricas particularmente adversas de los distintos componentes del modelo.<sup>79</sup> En particular, el criterio utilizado para identificar los episodios adversos fue el de buscar la mayor caída acumulada en 12 meses registrado en la historia disponible para los retornos financieros del FRP, los FP y el PIB. La tabla adjunta ilustra los períodos históricos identificados.

<sup>79</sup> Los escenarios empleados en una prueba de tensión pueden estar basados en episodios históricos, hipotéticos, o bien, determinados por medio de un algoritmo computacional. En el caso de la evaluación en cuestión, optamos por un episodio hipotético construido en base a episodios históricos adversos en las variables clave del modelo, para combinar el realismo de los episodios históricos.

Tabla 26 - Períodos históricos para escenario de crisis y caída en 12 meses

	PIB	FRP	FP-B	FP-C	FP-D
Mes de Inicio	05,1998	03,2008	09,1997	09,1997	09,1997
Caída acumulada en 12 meses	5,5%	21%	30%	20%	10%

Fuente: Elaboración propia.

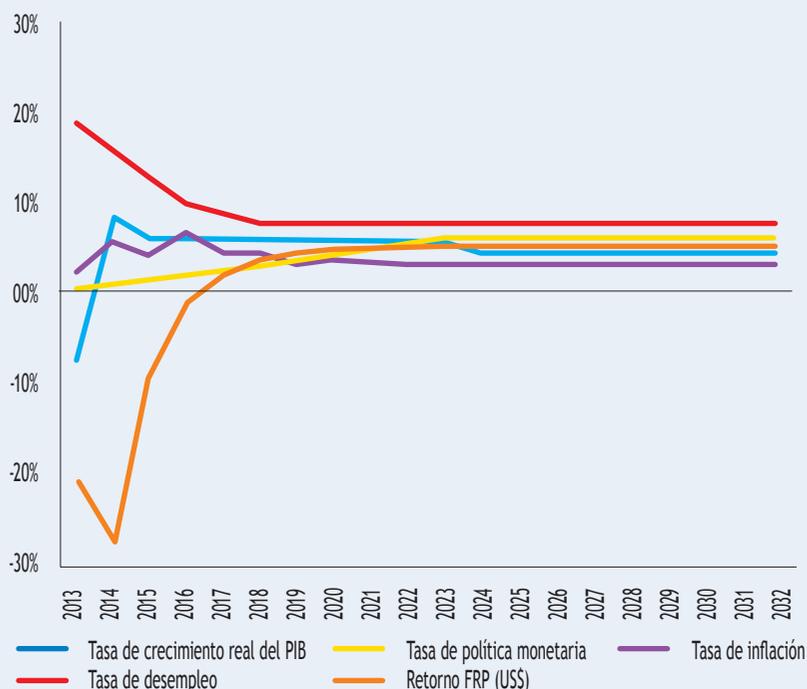
En el caso de las restantes variables endógenas del modelo, éstas fueron imputadas a partir de una lógica similar. Para el caso del desempleo, se identificó el mes de 01,1999 como inicio de un aumento del desempleo que alcanzó 11,5% al cabo de 12 meses consecutivos. Por su parte, para el precio del cobre se identificó el mes de 03.2008 como inicio de una caída del precio del cobre que alcanzó 58% en 12 meses consecutivos.

Una vez obtenidas las series de tiempo de 12 meses consecutivos del escenario de crisis, se asume que las variables transitaran hacia sus tendencias de largo plazo de nuestro escenario central en forma paulatina. Con esto adoptamos un criterio conservador, sobre todo para el caso de la rentabilidad de los fondos de pensión y FRP, pues asumimos una recuperación lenta hacia niveles de rentabilidad de largo plazo.<sup>80</sup>

Para cuantificar el gasto máximo proveniente del SPS, la crisis se ubicó a principios del año 2013, de manera de poder hacer un seguimiento de 20 años.

La figura a continuación muestra la evolución de algunas variables clave durante el período de proyección.

Figura 26 - Evolución de variables clave en el escenario de crisis (en porcentaje)



Fuente: Elaboración propia.

80 Para el resto de las variables utilizadas en la simulación, se utilizaron valores conservadores obtenidos a partir de las simulaciones estocásticas en el escenario moderado.

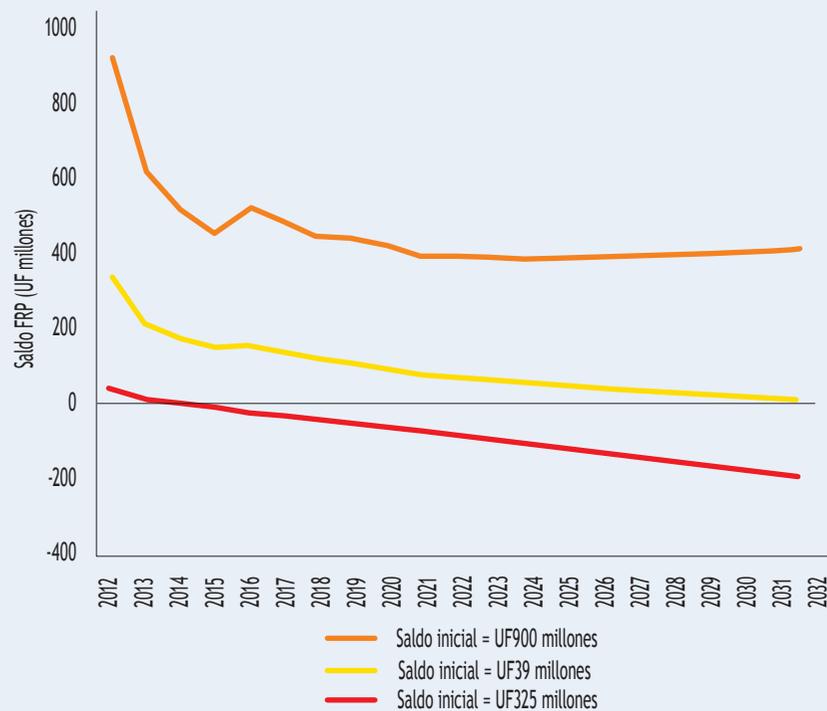
## 10.2 Evaluación

Como se describió anteriormente, el ejercicio realizado busca evaluar si el límite de UF900 millones permite garantizar la disponibilidad de recursos durante el horizonte de proyección del presente estudio (20 años). Por lo tanto, la evaluación se enfoca en observar la solvencia del FRP al final de dicho horizonte.

Aplicando la misma estructura del modelo determinístico presentado en la sección 7, pero utilizando como marco de referencia los supuestos extremos acerca de las distintas variables y asumiendo que no se realizan más aportes al fondo por parte del fisco (aunque se siguen percibiendo ganancias o pérdidas financieras).

La siguiente figura muestra la evolución del FRP bajo el escenario de crisis planteado, asumiendo que éste contara con un saldo de UF900 millones a principio del año 2013. Asimismo, se ilustra la evolución proyectada del FRP en caso que la crisis ocurriese con el saldo efectivamente disponible a finales del 2012, aproximadamente UF39 millones. Por último, y motivado en parte por la aparente holgura del FRP para financiar el gasto máximo durante los 20 años de simulación, se estimó el valor inicial del fondo que haría que el FRP se extinguiera exactamente a los 20 años desde el inicio de la crisis (el año 2032). Este monto, equivalente a UF325 millones, puede interpretarse como el valor presente neto de las obligaciones del fondo bajo el escenario de crisis planteado.

Figura 27 - Evolución saldo FRP bajo escenario de crisis, distintos saldos iniciales



Fuente: Elaboración propia.

La principal conclusión de este análisis es que, bajo el objetivo propuesto para el límite analizado, el límite de UF900 millones puede ser considerado excesivo, puesto que bajo el escenario de tensión analizado (incluyendo el supuesto de que no se realizan más aportes al fondo), el fondo terminaría con saldo positivo al cabo de 20 años. Se observa incluso que al final del período, el fondo comenzaría a recuperarse, es decir, los retornos financieros serían superiores a los retiros máximos.

En este sentido, parecería prudente evaluar una reducción del límite planteado en la ley. De acuerdo a los resultados de este análisis, un límite cercano a los UF325 millones sería suficiente para financiar las obligaciones máximas del FRP durante 20 años. Por otro lado, bajo la lógica de suavizamiento del gasto o protección anticíclica ante eventos de crisis, se podría considerar cambiar la regla actual bajo la cual se dejaría de realizar aportes al FRP una vez alcanzado el límite. En otras palabras, se podría establecer un límite inferior bajo el cual se comenzaría nuevamente a realizar aportes hasta alcanzar el límite superior, en forma similar a los fondos de estabilización con reglas s-S.

## 11. CONCLUSIONES

El objetivo de este estudio consiste en cuantificar la capacidad del FRP de complementar en forma efectiva las necesidades de financiamiento del gasto fiscal previsional durante el horizonte de proyección.

Para el horizonte de proyección, se definieron 3 escenarios básicos, además de una situación de crisis hipotética. El objetivo de esta última es evaluar el actual límite de 900 millones de UF aplicable a la regla de aportes al FRP.

Bajo el análisis determinístico de los 3 escenarios básicos, el FRP aparece con una trayectoria creciente, incluso bajo el supuesto de máximos retiros anuales. En particular, la proyección determinística sugiere que en el escenario central, el FRP alcanzaría UF277.2 millones al año 2032, mientras que dicha cifra corresponde a UF 298 millones y UF 261 millones para los escenarios optimista y moderado, respectivamente. En dicho año, el fisco aportaría, en el escenario central, UF 27 millones, el gasto máximo sería de UF 22 millones y el retorno financiero UF 10 millones.

Este resultado se mantiene al incluir elementos estocásticos, los cuales incluyen la variabilidad y co-movimientos de los distintos elementos que influyen en la evolución del FRP.

La principal explicación detrás del resultado de sustentabilidad general del FRP es que los aportes mínimos definidos por ley (0,2% del PIB) son superiores en todo momento a los retiros máximos considerados para el FRP (equivalentes a un tercio de la diferencia entre el gasto en el SPS en un año determinado y aquel del año 2008). Este flujo neto positivo aumenta progresivamente el valor del fondo, lo que implica mayores ingresos por concepto de retornos y por lo tanto una trayectoria de tipo exponencial.

Las principales variables que afectan la trayectoria de aportes dicen relación con la trayectoria de recaudación, particularmente los ingresos provenientes del cobre, aunque su importancia relativa decae durante el período. Debido a la regla de balance estructural, el gasto fiscal es mucho más estable. En la dimensión del gasto, el principal factor de riesgo dice relación con variaciones en la esperanza de vida de los adultos mayores, puesto que afecta directamente el gasto agregado en el SPS. Los retornos financieros, de menor importancia relativa a nivel agregado en la evolución del FRP, se verían mayormente afectados por los premios por riesgo (nacionales e internacionales) y la tasa de política monetaria.

Es importante mencionar que la modelación previsional incluye varios elementos que apuntan a una mejoría de las condiciones laborales de la población: en particular, se modela que las nuevas cohortes alcanzarán mayores niveles de educación que las cohortes anteriores; asimismo, el modelo utilizada para predecir la probabilidad de cotizar incluye entre sus factores a la tasa de participación laboral femenina, la cual se asume crecerá durante el período.

Para explorar con mayor detalle los factores que afectan la sustentabilidad del FRP, se llevaron a cabo una serie de análisis de sensibilidad o escenarios contrafactuales.

En primer lugar, y dado que el valor del FRP presenta una varianza significativa al incluir los elementos estocásticos, se cuantificó la importancia relativa de los distintos elementos (aportes, retiros y retornos) en explicar la volatilidad del fondo. El resultado de este análisis sugiere que la principal fuente de volatilidad del FRP corresponde a aquella generada por las

variaciones en los aportes al FRP, seguida por la volatilidad generada por los retornos financieros. La volatilidad inducida por los retiros máximos desde el FRP es considerablemente menos relevante.

A continuación, se llevaron una serie de análisis contrafactuales en los cuales se altera alguna de las reglas del FRP y se observa posteriormente como cambia la sustentabilidad del Fondo. El primero de estos análisis se enfoca en la regla de aportes al FRP, la principal fuente de sustentabilidad del Fondo. El análisis determinístico sugiere que si en lugar de fijar una regla mínima de aportes de 0,2% del PIB, el piso de aportes se encontrara en 0,068% del producto, el FRP llegaría a cero hacia el final de horizonte de 20 años (bajo el escenario central). Si en cambio, dicha regla se ajustara a la meta de balance estructural (asumida igual a 0 en el mediano plazo), el FRP no podría soportar los retiros máximos durante el horizonte de proyección.

En el segundo de estos análisis, se simuló el efecto de permitir mayores retiros desde el fondo. La conclusión de este análisis es que el FRP estaría al límite de la sustentabilidad si en lugar de retirar un tercio de la diferencia de gasto entre el año en curso y el año 2008, se aplicara un factor de 0,64 a dicha diferencia (prácticamente el doble del factor actual).

Para evaluar el actual límite de 900 millones de UFs, aplicable a la regla de aportes al FRP, se simuló un escenario de crisis, a partir del cual se puede ver la trayectoria del FRP ante distintas condiciones de saldo inicial. Para establecer un criterio de evaluación, se supuso que el límite representa un nivel de acumulación de fondos que sería suficiente para hacer frente a un período de crisis que implique una mayor demanda de recursos fiscal de origen previsional o una menor disponibilidad de recursos para financiar estas obligaciones. La principal conclusión de este análisis es que, bajo el objetivo propuesto, el límite de UF900 millones puede ser considerado excesivo, puesto que bajo el escenario de tensión analizado (incluyendo el supuesto de que no se realizan más aportes al fondo), el fondo terminaría con saldo positivo al cabo de 20 años. De hecho, un límite cercano a los UF325 millones aparece como suficiente para financiar las obligaciones máximas del FRP durante 20 años. Por otro lado, bajo la lógica de suavizamiento del gasto o protección anticíclica ante eventos de crisis, se podría considerar cambiar la regla actual bajo la cual se dejaría de realizar aportes al FRP una vez alcanzado el límite. En otras palabras, se podría establecer un límite inferior bajo el cual se comenzaría nuevamente a realizar aportes hasta alcanzar el límite superior.

Por último, vale la pena destacar el esfuerzo de modelación realizado en este estudio para proyectar de la mejor manera posible los distintos componentes que intervienen en la evolución del FRP: desde una modelación macro-fiscal-laboral de las distintas componentes de la recaudación, una revisión exhaustiva de la literatura reciente de factores predictivos de retornos financieros y su volatilidad y el desarrollo completo de un modelo dinámico de micro-simulación para proyectar los pasivos del FRP.

## 12. BIBLIOGRAFÍA

Altig, D., Christiano, L., Eichenbaum, M. y J. Lindé (2004), “Firm-Specific Capital, Nominal Rigidities and the Business Cycle”, Working Paper No. 176, Sveriges Riksbank.

Ang, A. y G. Bekaert (2007): “Return Predictability: Is It There?” *Review of Financial Studies* 20(3), 651-707.

Arenas de Mesa, A., Benavides, P., González, L., y J.L. Castillo (2008): “La Reforma Previsional Chilena: Proyecciones Fiscales 2009-2025,” *Estudios de Finanzas Públicas*. Dirección de Presupuesto. Ministerio de Hacienda de Chile.

Banco Central de Chile (2003): “Modelos macroeconómicos y proyecciones del Banco Central de Chile 2003”, Diciembre.

Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K. y L. Vosper (1998): “Don’t Look Back,” *Risk* 11, 100-103.

Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K. y L. Vosper (1999): “VaR without correlations for nonlinear portfolios,” *Journal of Futures Markets* 19(5), 583-602.

Barozet, E., Espinoza, V. y M. Méndez (2013): “Estratificación y Movilidad Social Bajo un Modelo Neoliberal Maduro: El Caso de Chile,” *Revista Lavboratorio (Latindex)* 25(14), 169-192.

Blanchard, O. y M. Watson (1986). “Are Business Cycle all Alike,” en: *American Business Cycle: Continuity and Change*, R. Gordon (Ed.). Chicago, Illinois: University of Chicago Press.

Benavides, P. e I. Jones (2012): “Sistema de Pensiones y otros Beneficios Pecuniarios de las Fuerzas Armadas y de Orden y Seguridad Pública y Gendarmería de Chile: Situación Actual y Proyecciones Fiscales 2012-2050”, *Estudios de Finanzas Públicas*, Dirección de Presupuestos, Chile. Ministerio de Hacienda.

Bernanke, B. (1986). “Alternative Explanations of the Money-Income Correlation,” *Carnegie-Rochester on Public Policy* 25(1), 49-99.

Berstein, S., Larraín, G. y F. Pino (2006): “Chilean Pension Reform: Coverage Facts and Policy Alternatives,” *Economía* 6(2), 227-279.

Bikbov, R. y M. Chernov (2010): “No-arbitrage Macroeconomic Determinants of the Yield Curve,” *Journal of Econometric* 159(1), 166-182.

Binsbergen, J.H.v. y R.S. Koijen (2010): “Predictive Regressions: A Present-Value Approach,” *Journal of Finance* 65(4), 1439-1471.

Bocola, L. y N. Gornemann (2013): “Risk, Economic Growth, and The Value of U.S. Corporations,” Working Paper #13-10, Federal Reserve Bank of Philadelphia.

Boldrin, M., L. Christiano, y J. Fisher (2001): “Habit Persistence, Asset Returns and the Business Cycle,” *American Economic Review* 91(1), 149-166.

- Bollerslev, T. (1986): "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics* 31(3), 307-327.
- Boyle, P. (1977): "Options: A Monte Carlo Approach," *Journal of Financial Economics* 4(2), 323-338.
- Bravo, D., Ruiz-Tagle, J., Barr N., Binet, G., Agosin, M., Egaña, M. (2010): "Estudio sobre la Sustentabilidad del Fondo de Reserva de Pensiones", Informe final de consultoría, Centro de Microdatos, Febrero.
- Breeden, D.T. (1979): "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities," *Journal of Financial Economics* 7(3), 265-296.
- Breeden, D.T., M.R. Gibbons y R.H. Litzenberger (1989): "Empirical Tests of Consumption-Oriented CAPM," *Journal of Finance* 44(2), 231-262.
- Calderón, C. (2004): "Un Análisis del Comportamiento del Tipo de Cambio Real en Chile," Documento de Trabajo #266. Banco Central de Chile.
- Campbell, J.Y. (1987): "Stock Returns and the Term Structure," *Journal of Financial Economics* 18(2), 373-399.
- Campbell, J.Y. y R.J. Shiller (1988): "The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors," *Review of Financial Studies* 1(3), 195-228.
- Campbell, J.Y. y T. Vuolteenaho (2004): "Inflation Illusion and Stock Prices," *American Economic Review* 94(1), 19-23.
- Chaumont, G. y M. Kirchner (2013): "Evolution of a Small Open Emerging Economy's External Vulnerability: Evidence for Chile", Documento de Trabajo #683, Banco Central de Chile.
- Cochrane, J.H. (1992): "Explaining the Variance of Price-Dividend Ratios," *Review of Financial Studies* 5(2), 243-280.
- Cochrane, J.H. (1999): "New Facts in Finance," *Economic Perspectives* 23(3), 36-58.
- Cochrane, J.H. (2008): "The Dog that Did Not Bark: A Defense of Return Predictability," *Review of Financial Studies* 21(), 1533-1575.
- Congressional Budget Office (2001). "Uncertainty in Social Security's Long-Term Finances: A Stochastic Analysis", Washington, D.C., Diciembre.
- Connor, G. (1995): "The Three Types of Factor Models: A Comparison of Their Explanatory Power," *Financial Analysts Journal* 51(3), 42-46.
- Contreras, D., Cooper, R., Herman, J. y C. Neilson (2005): "Dinámica de la Pobreza y Movilidad Social: Chile 1996-2001," Mimeo. Universidad de Chile.
- Cooper, I. y R. Priestly (2009): "Time-Varying Risk Premiums and the Output Gap," *Review of Financial Studies* 22(7), 2801-2833.

- Cooper, I. y R. Priestly (2013): "The World Business Cycle and Expected Returns," *Review of Finance* 17(3), 1029-1064.
- De Gregorio, J. y L.F. Céspedes (1999): "Tipo de cambio real, desalineamiento y devaluaciones: teoría y evidencia para Chile," Mimeo. Universidad de Chile.
- Diebold, F.X., Rudebusch, G.D. y S.B. Aruoba (2006): "The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach," *Journal of Econometrics* 131(1-2), 309-338.
- Dimson, E., Marsh, P. y M. Staunton (2002): *Triumph of the Optimist: 101 Years of Global Investment Returns*. Princeton University Press.
- Dimson, E., Marsh, P. y M. Staunton (2013): *Credit Suisse Global Investment Returns Yearbook 2013*.
- Draper, D.A.G. y A.M. Armstrong (2007): "GAMMA, a Simulation Model for Ageing, Pensions and Public Finances", CPB Netherlands Bureau for Economic Policy Analysis.
- Economic Policy Committee and Directorate-General for Economic and Financial affairs (EPC) (2007), "Pensions Schemes and Projection Models in EU-25 Member States", European Commission, Occasional papers 35, Noviembre 2007.
- Engle, R.F. y R. Susmel (1993): "Common Volatility in International Equity Markets," *Journal of Business & Economic Statistics* 11(2), 167-176.
- Fama, E.F. (1981): "Stock Returns, Real Activity, Inflation, and Money," *American Economic Review* 71(4), 545-565.
- Fama, E.F. y R.R. Bliss (1987): "The Information In Long-Maturity Forward Rates," *American Economics Review* 77(4), 680-692.
- Fama, E.F. y K.R. French (1988): "Dividend Yield and Expected Stock Returns," *Journal of Financial Economics* 22(1), 3-25.
- Fama, E.F. y K.R. French (1989): "Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds," *Journal of Financial Economics* 25(1), 23-49.
- Fama, E.F. y G.W. Schwert (1977): "Asset Returns and Inflation," *Journal of Financial Economics* 5(2), 115-146.
- Ferreira, F., Messina, J., Rigolini, J., López-Calva, L., Lugo, M. y R. Vakis (2013): "La Movilidad Económica y el Crecimiento de la Clase Media de América Latina," Banco Mundial. Washington: D.C.
- Ferson, W.E. y C.R. Harvey (1993): "The Risk and Predictability of International Equity Returns," *Review of Financial Studies* 6(3), 527-566.
- Flood, L., Jansson, F., Pettersson, T., Pettersson, T., Sundberg, O. y A. Westerberg (2012): "SESIM III - A Swedish dynamic micro simulation model", Swedish Ministry of Finance.

Franken, H., Le Fort, G. y Parrado, E. (2005). "Business Cycle Dynamics and Shock Resilience in Chile", Documento de trabajo número 331, Serie Documentos de Trabajo Banco Central de Chile, Septiembre.

Goetzmann, W.N. y P. Jorion (1993): "Testing the Predictive Power of Dividend Yields," *Journal of Finance* 48(2), 663-679.

Guo, H. (2006): "On the Out-of-Sample Predictability of Stock Market Returns," *Journal of Business* 79(2), 645-670.

Hertz, D.B. (1979): "Risk Analysis in Capital Investment," *Harvard Business Review* (Septiembre-Octubre).

Hjalmarsson, E. (2010): "Predictive Global Stock Returns," *Journal of Financial & Quantitative Analysis* 45(1), 49-80.

Hodrick, R. (1992): "Dividend Yields and Expected Stock Returns: Alternative Procedures for Inference and Measurement," *Review of Financial Studies* 5(3), 357-386.

Justiniano, A. y G.E. Primiceri (2008): "The Time-Varying Volatility of Macroeconomic Fluctuations," *American Economic Review* 98(3), 604-641.

Keim, D.B. y R.F. Stambaugh (1986): "Predicting Returns in the Stock and Bond Markets," *Journal of Financial Economics* 7(2), 357-390.

Lettau, M. y S. Ludvigson (2001): "Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Returns," *Journal of Finance* 56(3), 815-849.

Lewellen, J. (2004): "Predicting Returns with Financial Ratios," *Journal of Financial Economics* 74(3), 209-235.

Lintner, J. (1965): "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets," *Review of Economics and Statistics* 47(1), 13-37.

Ludvigson, S.C. y S. Ng (2009): "Macro factors in Bond Risk Premia," *Review of Financial Studies* 22(12), 5027-5067.

Medina, J.P. y Soto, C. (2007). "The Chilean Business Cycles Through the Lens of a Stochastic General Equilibrium Model", Documento de trabajo número 457, Serie Documentos de Trabajo Banco Central de Chile, Diciembre.

Merton, R.C. (1973): "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model," *Econometrica* 41(5), 867-887.

Merton, R.C. (1980): "On Estimating the Expected Return on the Market: An Exploratory Investigation," *Journal of Financial Economics* 8(4), 323-361.

Ministerio de Hacienda de Chile (2012): Informe Anual Fondos Soberanos 2011. Ministerio de Hacienda de Chile.

- Ministerio de Hacienda de Chile (2013): Informe Anual Fondos Soberanos 2012. Ministerio de Hacienda de Chile.
- Mossin, J. (1966): "Equilibrium in a Capital Asset Market," *Econometrica* 34(4), 768-783.
- Munk, C. y C. Sørensen (2010): "Dynamic Asset Allocation with Stochastic Income and Interest Rates," *Journal of Financial Economics* 96(3), 433-462.
- Neely, C.J., Rapach, D.E., Tu, J. y G. Zhou (2013); "Forecasting the Equity Risk Premium: The Role of Technical Indicators," *Management Science* (forthcoming).
- Nelson, C.R. (1976): "Inflation and the Rates of Return on Common Stock," *Journal of Finance* 31(3), 471-483.
- Norway Central Bank (2009). "The Government Pension Fund—Global, Third quarter" 2009, Quarterly Report. Oslo.
- Norway Central Bank (2009). "The Government Pension Fund—Global, Annual Report". Oslo. [http://www.norges-bank.no/upload/73979/nbim\\_annualreport08\\_rev.pdf](http://www.norges-bank.no/upload/73979/nbim_annualreport08_rev.pdf)
- O’Harra, J, Sabelhaus, J., Simpson, M. (2004): "Overview of the Congressional Budget Office Long-Term (CBOLT) Policy Simulation Model", Technical Paper Series, Congressional Budget Office, Washington, DC.
- Parrado, E. (2001). "Shocks externos y transmisión de la política monetaria en Chile", *Economía Chilena*, Vol. 4, No 3, Diciembre.
- Pastor, L. y R. F. Stambaugh (2009): "Predictive Systems: Living with Imperfect Predictors," *Journal of Finance* 64(4), 1583-1628.
- Pincheira, P. y García, A. (2007), "Shocks de petróleo e inflación, el caso de Chile y una muestra de países industriales", *Economía Chilena*, Vol. 10, No 1, Abril.
- Ponds, E. H. M., y B. van Riel (2007). "The recent evolution of pension funds in the Netherlands: The trend to hybrid DB-DC plans and beyond". CRR Working Paper, no. 2007-9. Boston: Center for Retirement Research, Boston College.
- Rapach, D.E, Strauss, J.K. y G. Zhou (2013): "International Stock Return Predictability: What is the Role of the United States?" *Journal of Finance* 68(4), 1633-1662.
- Rapach, D.E. y G. Zhou (2012): "Forecasting Stock Returns," en: *Handbook of Economic Forecasting*, Vol. 2, (por aparecer).
- Rozeff, M.S. (1984): "Dividend Yields Are Equity Risk Premiums," *Journal of Portfolio Management* 11(1), 68-75.
- Schwert, G.W. (1989): "Why Does Stock Market Volatility Change Over Time," *Journal of Finance* 44(5), 1115-1153.
- Sharpe, W.F. (1964): "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk," *Journal of Finance* 19(3), 425-442.

Sims, C. (1986). "Are Forecasting Models Usable for Policy Analysis," Quarterly Review of the Federal Reserve Bank of Minneapolis 10(1), 2-16.

Soto, C. (2003), "The effects of nominal and real shocks on the Chilean real exchange rate during the nineties", Documento de trabajo número 220, Serie Documentos de Trabajo Banco Central de Chile, Agosto.

Statistics Canada (2013), "The LifePaths Microsimulation Model An Overview".

Sundén, A. (2009). "The Swedish pension system and the economic crisis", Center for Retirement Research, Boston University. Número 9-25, Diciembre.

Torche, F. (2005): "Unequal but Fluid Social Mobility in Chile in Comparative Perspective," American Sociological Review 70(3), 422-450.

U.S. Social Security Administration (2004). "A Stochastic Model of the Long-Range Financial Status of the OASDI Program", Actuarial Study 117, Office of the Chief Actuary Social Security Administration, Septiembre 2004.

U.S. Social Security Administration (2012). "Long-Range OASDI Projection Methodology: Intermediate Assumptions of the 2012 Trustees Report". Office of the Chief Actuary Social Security Administration, Junio 2012.

U.S. Social Security Administration (2013). "The 2013 annual report of the Board of Trustees of the Federal Old-Age and Survivors Insurance and Federal Disability Insurance Trust Funds". Washington.

Varas, F. y E. Walker (2009): "Optimal Close-to-Home Biases in Asset Allocation," Journal of Business Research 64(3), 328-337.

# ANEXOS

## Anexo 1 – Estimación modelos econométricos

VARIABLES	(1) Cotiza	(2) ln (ingreso)	(3) Boleta	(4) ln(ingreso)
Mujer	0,0725 (0,0616)	-0,00258 (0,0241)	-0,0814*** (0,0146)	-0,278*** (0,0540)
Edad	0,227*** (0,00171)	0,0646*** (0,000678)	0,0532*** (0,00252)	0,0451*** (0,0108)
Edad ^ 2	-0,00286*** (1,51e-05)	-0,000673*** (6,32e-06)	-0,000547*** (2,81e-05)	-0,000381*** (0,000118)
	0,317*** (0,0447)	0,209*** (0,0169)	0,215*** (0,0276)	0,0525 (0,117)
Educación media completa	0,862*** (0,0386)	0,479*** (0,0144)	0,433*** (0,0228)	0,0871 (0,0949)
Educación superior incompleta	0,984*** (0,0623)	0,718*** (0,0228)	0,677*** (0,0295)	0,101 (0,116)
Educación superior completa	1.258*** (0,0469)	1.013*** (0,0172)	1,016*** (0,0231)	0,640*** (0,0918)
Tasa de desocupación	-0,0310*** (0,000841)	-0,00314*** (0,000325)		
Tasa Crecimiento IMACEC	0,00594*** (0,00127)	0,00314*** (0,000478)		
TPM	0,00375*** (0,000806)	0,00326*** (0,000309)		
Índice de salarios	-0,0109*** (0,00112)	0,00989*** (0,000426)		
Tasa de Participación Laboral Femenina	0,0340*** (0,00136)	0,0134*** (0,000508)		
Tendencia mensual	0,000939*** (0,000192)	-0,000381*** (7,26e-05)		
Tendencia mensual * Mujer	0,00121*** (9,08e-05)	0,00117*** (3,73e-05)		
Tasa de PLF * Mujer	-0,0256*** (0,00181)	-0,0139*** (0,000721)		
Constante	-4,541*** (0,0995)	9,343*** (0,0377)	-3.510*** (0,0564)	11,10*** (0,252)
Observaciones	2.084.595	1.059.855	165.759	3.635
Número de unidades (modelos ef. aleatorio)	12.814	11.801		
R-cuadrado modelo within		0,0894		
R-cuadrado general		0,240		
R-cuadrado modelo between		0,294		
R-cuadrado				0,046
Pseudo R-cuadrado			0,0983	

Errores Estándar entre paréntesis

\*\*\* p<0,01, \*\* p<0,05, \* p<0,1

Fuente: Elaboración propia.

## Anexo 2 - Evolución sociodemográfica en modelo previsional

Año	Nuevos pensionados de vejez	Nuevos pensionados de invalidez	Stock total de pensionados	Stock total pensiones SPS	Nuevas pensiones SPS	Stock total pensiones PBS, en particular	Nuevas pensiones PBS, en particular	Población total	Población de 65 y más	Población afiliada	Población entre 15 y 19 años en el año 2013	Población afiliada entre 15 y 19 años el año 2013	Prevalencia de afiliación en el Cohorte 1994-1998	Tasa bruta de afiliados sobre población
2013	1.088	281	1.369	14.628	503	5.740	104	174.922	17.143	100.018	13.967	2.321	16,6%	57%
2014	1.128	235	2.698	14.877	518	5.628	76	176.165	17.667	102.981	13.958	3.544	25,4%	58%
2015	1.154	273	4.080	15.177	533	5.476	76	177.366	18.259	105.500	13.951	4.804	34,4%	59%
2016	1.209	258	5.468	15.435	525	5.334	69	178.531	18.833	107.835	13.941	6.106	43,8%	60%
2017	1.214	316	6.883	15.761	538	5.178	63	179.699	19.444	110.102	13.931	7.348	52,7%	61%
2018	1.294	282	8.318	16.081	540	5.011	54	180.838	20.137	112.372	13.922	8.589	61,7%	62%
2019	1.302	277	9.736	16.427	551	4.876	62	181.985	20.827	114.502	13.918	9.779	70,3%	63%
2020	1.356	308	11.195	16.841	600	4.735	57	183.124	21.698	116.659	13.907	10.919	78,5%	64%
2021	1.395	330	12.677	17.299	661	4.539	45	184.182	22.504	118.747	13.897	11.948	86,0%	64%
2022	1.439	300	14.186	17.779	642	4.349	35	185.178	23.344	120.698	13.887	12.747	91,8%	65%
2023	1.516	314	15.732	18.159	614	4.158	27	186.129	24.219	122.521	13.882	13.346	96,1%	66%
2024	1.611	331	17.363	18.767	714	3.976	28	187.089	25.237	124.286	13.877	13.616	98,1%	66%
2025	1.633	398	19.067	19.305	713	3.804	24	188.007	26.174	126.049	13.859	13.722	99,0%	67%
2026	1.595	312	20.588	19.946	728	3.605	12	188.794	27.156	127.640	13.848	13.785	99,5%	68%
2027	1.638	321	22.115	20.467	666	3.395	6	189.483	28.137	129.130	13.833	13.795	99,7%	68%
2028	1.636	329	23.599	21.027	719	3.191	7	190.200	29.142	130.678	13.820	13.797	99,8%	69%
2029	1.617	312	25.020	21.616	713	2.995	3	190.829	30.169	132.027	13.808	13.792	99,9%	69%
2030	1.649	306	26.436	22.266	728	2.824	2	191.422	31.190	133.485	13.795	13.784	99,9%	70%
2031	1.668	326	27.808	22.897	745	2.658	0	192.073	32.164	134.889	13.782	13.773	99,9%	70%
2032	1.698	347	29.181	23.442	695	2.491	1	192.575	33.120	136.185	13.762	13.753	99,9%	71%

Fuente: Elaboración propia.

## Anexo 3 - Resultados de Modelos VAR y modelos de varianza

Tabla A3.1 - Resultados Estimación VAR para Variables Exógenas a Economía Chilena

VARIABLES	(1) TPM_EEUU_M	(2) EMBI	(3) PIB_EEUU_GAP	(4) PCOB_GAP
L.TPM_EEUU_M	1,003*** (0,00735)	3,554 (3,366)	0,615* (0,336)	0,486 (3,466)
L.EMBI	-2,59e-07*** (6,63e-08)	0,954*** (0,0303)	-5,10e-06* (3,03e-06)	-9,68e-05*** (3,12e-05)
L.PIB_EEUU_GAP	-0,000895 (0,000565)	212,7 (258,7)	0,922*** (0,0258)	-0,617** (0,266)
L.PCOB_GAP	-6,83e-05** (3,12e-05)	-8,211 (14,27)	0,000157 (0,00143)	0,965*** (0,0147)
Constant	8,69e-05** (3,38e-05)	11,95 (15,46)	0,00119 (0,00154)	0,0478*** (0,0159)
Observations	180	180	180	180
logLik	1242	1242	1242	1242
Standard errors in parentheses, *** p<0,01, ** p<0.05, *p<0,1				

Fuente: Elaboración propia.

Tabla A3.2 - Resultados Estimación VAR Variables Macroeconómicas para Chile

VARIABLES	(1) PIB_CL_GAP	(2) IPC_GAP	(3) TPM_CL_M	(4) TCR_GAP	(5) DESEMP_L_GAP	(6) SALAR_GAP
L.PIB_CL_GAP	0,832*** (0,0441)	0,0271* (0,0152)	0,00847*** (0,00160)	-0,0494 (0,108)	-5,912*** (1,870)	-5,271*** (1,965)
L.IPC_GAP	-0,236 (0,194)	0,408*** (0,0668)	0,0121* (0,00705)	0,276 (0,477)	18,94** (8,229)	-59,52*** (8,647)
L.TPM_CL_M	-0,164 (0,824)	0,519* (0,283)	0,812*** (0,0299)	-0,558 (2,022)	99,98*** (34,89)	-61,06* (36,67)
L.TCR_GAP	0,0102 (0,0180)	-4,49e-05 (0,00619)	8,29e-05 (0,000653)	0,823*** (0,0441)	-0,958 (0,762)	0,364 (0,801)
L.DESEMP_L_GAP	-4,96e-05 (0,000783)	0,000834*** (0,000270)	-2,59e-05 (2,84e-05)	-0,00117 (0,00192)	0,926*** (0,0332)	-0,138*** (0,0349)
L.SALAR_GAP	6,86e-05 (0,00102)	0,00211*** (0,000350)	-9,74e-05*** (3,69e-05)	-0,00278 (0,00249)	0,248*** (0,0430)	0,647*** (0,0452)
TPM_EEUU_M	1,229* (0,704)	-0,485** (0,242)	0,0101 (0,0255)	0,0925 (1,727)	-16,16 (29,80)	106,8*** (31,32)
EMBI	-6,77e-06 (5,42e-06)	2,65e-07 (1,87e-06)	5,79e-07*** (1,97e-07)	1,90e-05 (1,33e-05)	-7,56e-05 (0,000230)	-0,000239 (0,000241)
PIB_EEUU_GAP	0,0888* (0,0473)	0,0543*** (0,0163)	0,00266 (0,00172)	-0,116 (0,116)	-0,932 (2,005)	-1,157 (2,107)
PCOB_GAP	0,00250 (0,00232)	0,00101 (0,000798)	4,68e-05 (8,42e-05)	0,00243 (0,00569)	-0,176* (0,0983)	-0,0974 (0,103)
Constant	-0,000909 (0,00306)	-0,00180* (0,00105)	0,000535*** (0,000111)	-0,00596 (0,00751)	-0,273** (0,130)	0,244* (0,136)
Observations	181	181	181	181	181	181
logLik	2875	2875	2875	2875	2875	2875
Standard errors in parentheses						
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1						

Fuente: Elaboración propia.

Tabla A3.3 - Resultados Estimación VAR entre Factores  
Financieros y Factores Macroeconómicos

VARIABLES	LibroBolsa RV1	DivYield RV1	DivUt RV1	DivPrecio RV2	DivUt RV2	TasaLibRie RV3	Tircorto RF1234	Tirlargo RF1234	RetSpread RF1234	Tircorto RF567	SpreadTY RF567	Tirlargo RF567	DefRet RF567
L.LibroBolsa RV1	0,429***	0,0826	0,272**	0,182***	0,287*	-0,00177	0,481**	0,422*	-0,087***	-0,214	0,996*	-0,111	-0,964*
L.DivYield RV1	0,00203	0,760***	0,165	0,0632	0,142	-0,00159	0,0283	-0,0863	0,0109	0,296	-0,0258	-0,162	-0,734*
L.DivUt RV1	0,0137	-0,0959	0,579***	0,106	0,0407	0,00145	-0,108	-0,309	-0,0277	-0,528	-0,694	-0,569**	-0,907
L.DivPrecio RV2	-0,128	0,381***	-0,214	0,686***	-0,170	0,00717	-1,120**	-1,84***	0,0586	0,651	1,615	0,752*	-0,958
L.DivUt RV2	0,0180	-0,0896	0,256	0,0270	0,845***	-0,00285	0,628**	0,898***	-0,00223	0,0367	0,0507	0,155	0,785
L.TasaLibRie RV3	0,905	-1,676	-1,419	-2,501	-2,689	0,399***	-13,92**	-12,28*	-0,153	-0,467	-50,53***	-3,345	35,65**
L.Tircorto RF1234	0,0434	-0,0249	-0,00862	-0,0304*	-0,0342	0,000829	0,890***	0,0558	0,00724	0,125	-0,245*	0,0197	0,195
L.Tirlargo RF1234	0,0134	0,0259	-0,0817	-0,000125	-0,0470	0,00135	-0,255***	0,414***	0,0194**	0,0766	0,195	0,140*	-0,0827
L. RetSpread RF1234	0,418	-0,0778	0,301	0,146	0,888	0,00903	0,614	-0,155	0,185**	-1,999*	1,911	-1,824**	4,346**
L.Tircorto RF567	0,0472***	-0,00124	-0,06***	-0,0249***	-0,057***	0,000754**	0,00907	-0,0299	3,71e-05	0,0299	-0,133*	-0,0133	-0,0325
L.SpreadTY RF567	0,00350	-0,0160*	0,0175	0,0147	0,0360	0,00135***	0,0233	0,0247	0,00395	-0,89***	0,544***	0,0607**	-0,125
L.Tirlargo RF567	-0,0451	0,00521	0,0185	0,0101	0,0109	-0,00153**	-0,174***	-0,159**	0,00542	0,537***	-0,194	0,535***	-0,00920
L. DefRet RF567	-0,0247*	0,00799	0,000942	0,00137	-0,0216	-0,000127	-0,0120	-0,0561*	-0,00298	-0,0576	0,174**	-0,062**	0,625***
PIB_EEUU_GAP	-0,489	0,795	0,132	-0,856	-0,964	-0,00210	0,0754	-0,197	0,468*	1,848	-9,362	5,127**	2,222
L.PIB_EEUU_GAP	1,004	-0,0629	0,285	-0,0562	0,0316	0,0402	-4,016	-6,537**	0,0749	1,718	22,04***	-0,128	-4,236
PIB_CL_GAP	0,0754	0,0328	-0,232	0,900*	0,186	-0,00964	-2,612	-4,159**	0,104	-2,186	0,396	-2,980*	-0,586
L.PIB_CL_GAP	0,611	-0,627	0,135	-0,705	0,238	-0,00675	1,889	1,343	0,0527	-1,032	-9,709**	-2,227	1,203
IPC_GAP	-3,626*	0,613	-0,535	0,0560	-0,526	-0,0529	-2,154	5,812	-0,551	-0,954	29,62***	-6,344*	5,248
L.IPC_GAP	1,589	-2,833**	-1,053	1,040	0,521	0,354***	3,635	7,470	-0,0666	-10,98*	41,99***	-9,922**	12,49
TCR_GAP	-1,393***	0,0467	1,743***	0,798***	2,260***	-0,00950	0,814	0,461	0,164**	-0,144	0,995	-0,0287	0,368
L.TCR_GAP	0,755**	0,169	-1,21***	-0,529***	-1,739***	0,00493	-0,671	-0,693	-0,224***	-0,374	0,251	-0,238	-2,125
TPM_EEUU_M	48,26	-14,11	2,051	36,43	171,7	-2,024	630,5***	30,37	-11,27	-226,4	49,53	-17,46	-112,5
L.TPM_EEUU_M	-38,86	14,83	-5,515	-34,90	-172,6	1,899	-640,5***	-35,58	13,59	178,1	-175,1	-13,04	119,0
TPM_CL_M	1,530	87,77***	-66,69	4,441	-43,71	1,511	-8,776	-101,8	-2,525	68,36	-878,9***	17,97	-494,9**
L.TPM_CL_M	-47,99	-91,2***	129,0**	37,85	130,1**	-0,901	46,33	155,3	3,878	12,84	696,0***	35,10	390,9*
PCOB_GAP	0,0783	0,0371	0,0772	-0,0268	0,00443	-0,00164	0,287*	0,405**	-0,0359**	0,137	1,098***	0,147	0,0432
L.PCOB_GAP	-0,0391	-0,0147	-0,0873	-0,0248	-0,0793	0,000481	0,0218	-0,0913	0,0234	-0,276	-0,293	0,0419	-0,273
Constant	0,121**	-0,00634	-0,18***	-0,110***	-0,230***	-0,00152	-0,258**	-0,36***	-8,85e-05	-0,148	0,234	-0,29***	0,472*
Observations	131	131	131	131	131	131	131	131	131	131	131	131	131
logLik	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392

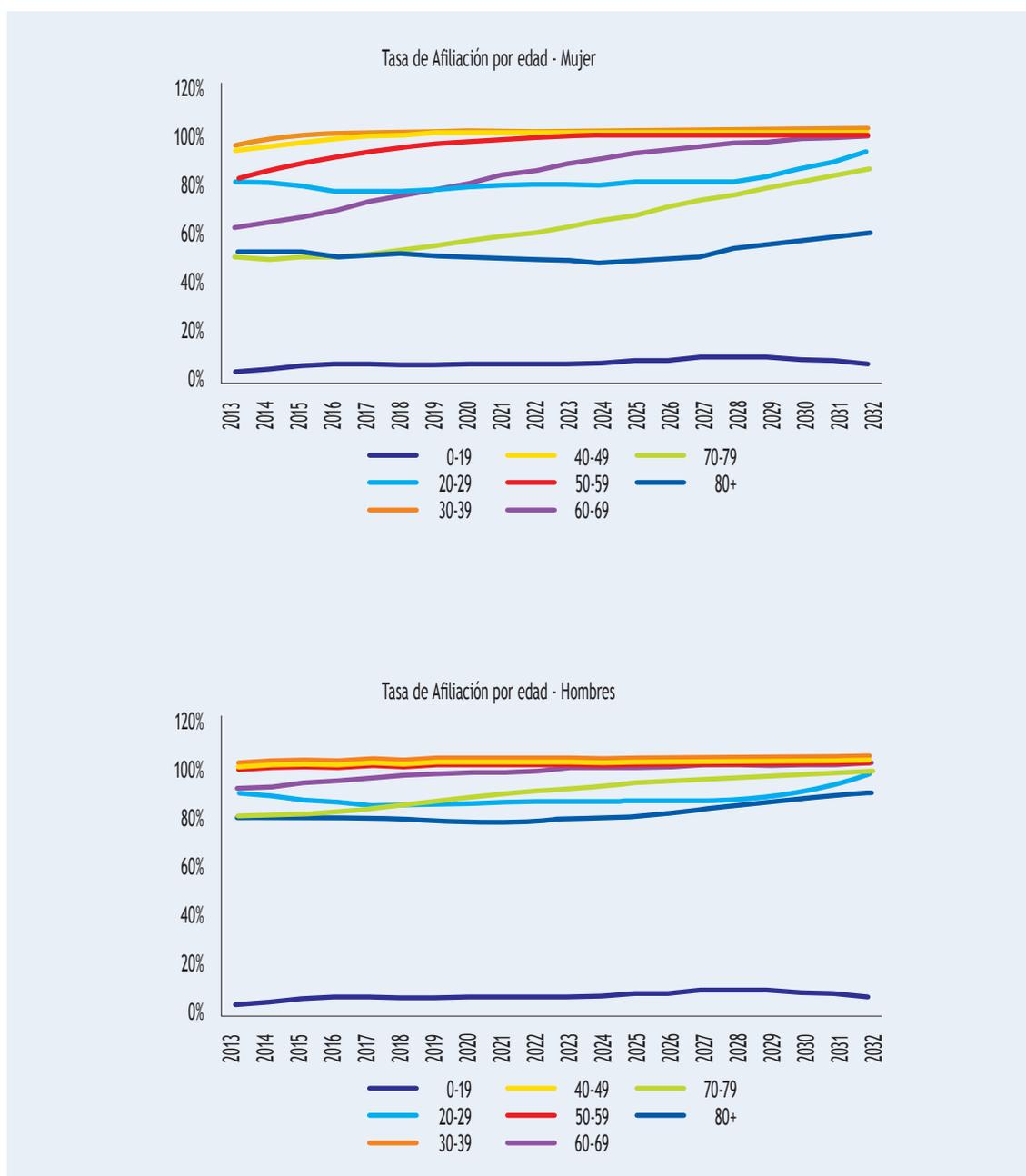
Fuente: Elaboración propia.

**Tabla A3.4 - Variables empleadas en la estimación de los VAR**

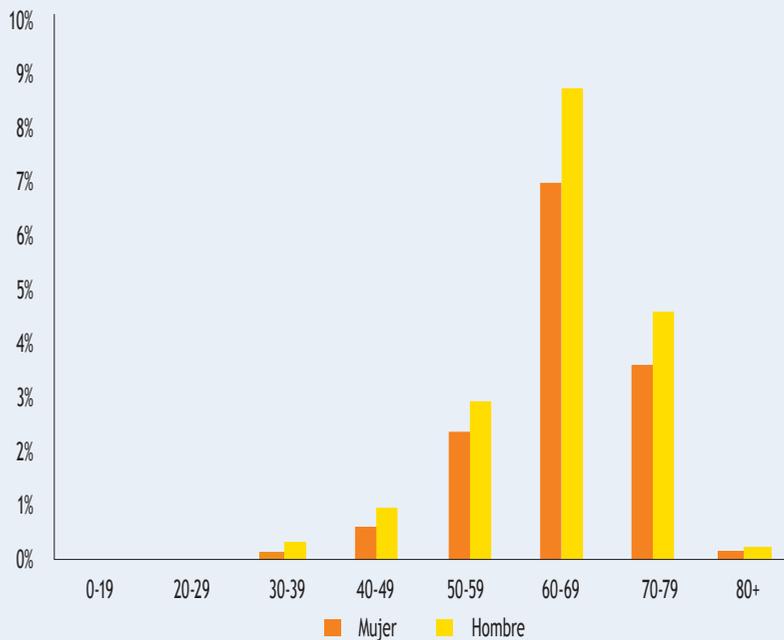
Variables Macro Exógenas	
TPM_EEUU_M	Tasa de política monetaria mensualizada de EE.UU.
EMBI	Premio por riesgo de mercados emergentes.
PIB_EEUU_GAP	Gap de crecimiento del PIB de EE.UU.
PCOB_GAP	Gap del precio del cobre
Variables Macro Endógenas	
PIB_CL_GAP	Gap de crecimiento del PIB de Chile
IPC_GAP	Gap de inflación de Chile
TPM_CL_M	Tasa de política monetaria mensualizada de Chile
TCR_GAP	Gap de tipo de cambio real
DESEMPLE_GAP	Gap de desempleo de Chile
SALAR_GAP	Gap de crecimiento salarial de Chile
Variables Financieras	
LibroBolsa RV1	Cociente entre el valor libro y la capitalización bursátil de las acciones que componen el índice RV1.
DivYield RV1	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por el índice RV1, menos el logaritmo del índice en cuestión rezagado.
DivUt RV1	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por el índice RV1, menos el logaritmo de la suma móvil en 12 meses de sus utilidades.
DivPrecio RV2	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por el índice RV2, menos el logaritmo del índice accionario.
DivUt RV2	Logaritmo de la suma móvil en 12 meses de los dividendos pagados por el índice RV2, menos el logaritmo de la suma móvil en 12 meses de sus utilidades.
TasaLibRie RV3	Tasa libre de riesgo para Chile.
Tircorto RF1234	Tasa de interés de obligaciones a tres meses de EE.UU.
Tirlargo RF1234	Tasa de interés de bonos de largo plazo de EE.UU.
RetSpread RF1234	Diferencia entre TIR de bonos corporativos de bajo riesgo crediticio, menos TIR de bonos corporativos de baja calidad crediticia.
Tircorto RF567	Tasa de interés de obligaciones a tres meses de Chile.
SpreadTY RF567	TIR de bonos de gobierno de largo plazo, menos TIR de papeles de gobierno de corto plazo.
Tirlargo RF567	Tasa de interés de bonos de largo plazo de Chile.
DefRet RF567	Diferencia entre retorno de bonos corporativos chilenos de bajo riesgo crediticio, menos retorno de bonos corporativos chilenos de baja calidad crediticia.

Fuente: Elaboración propia.

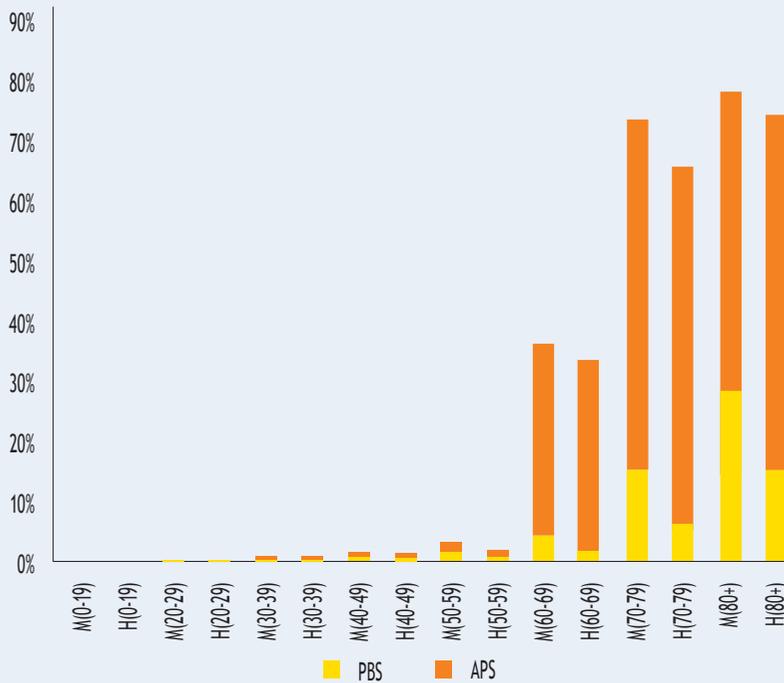
## Anexo 4 - Estadísticas descriptivas modelo previsual - escenario determinístico central



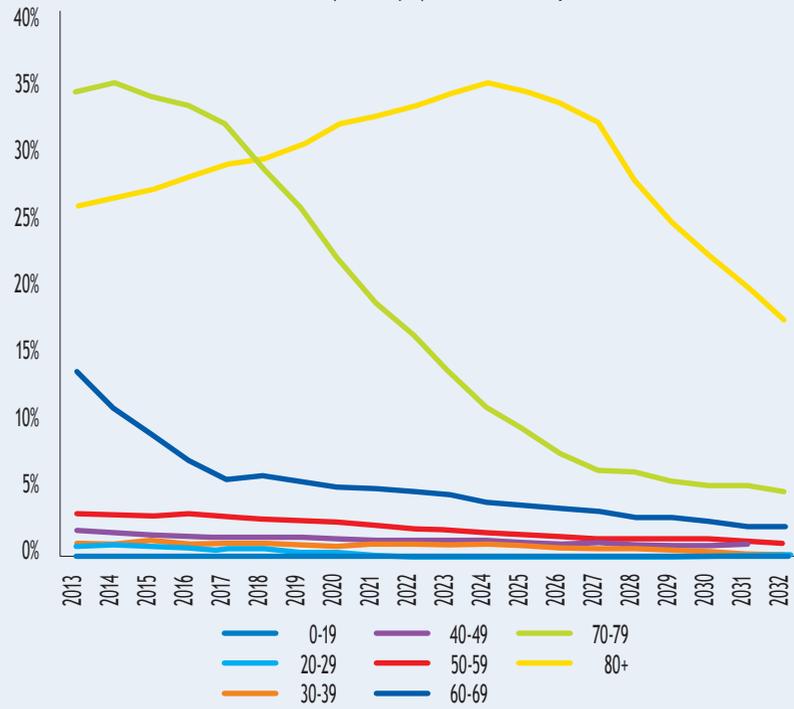
Tasa de Invalidez por edad Hombres y Mujeres



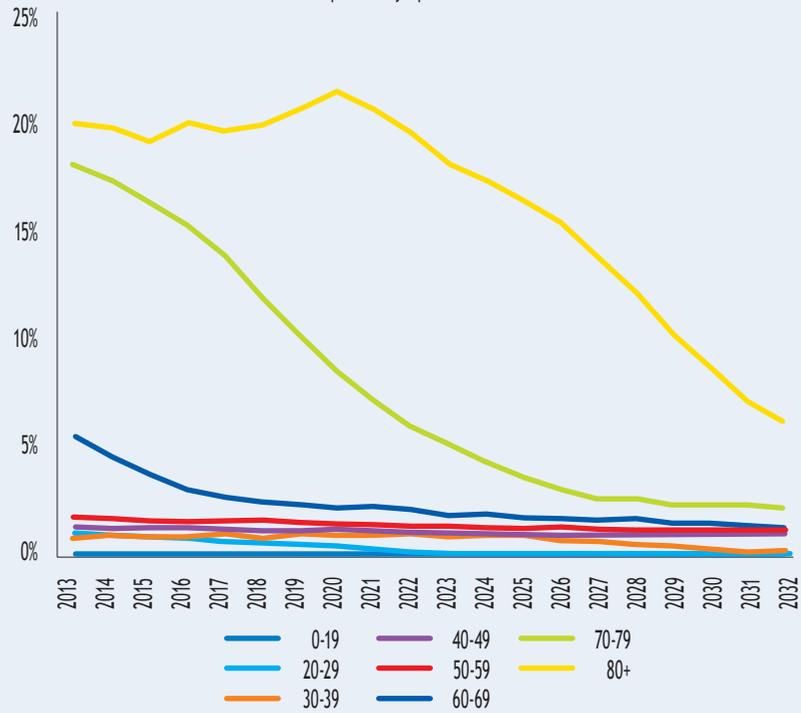
Tasa de Cobertura SPS por edad y tipo de beneficio - Hombres y Mujeres



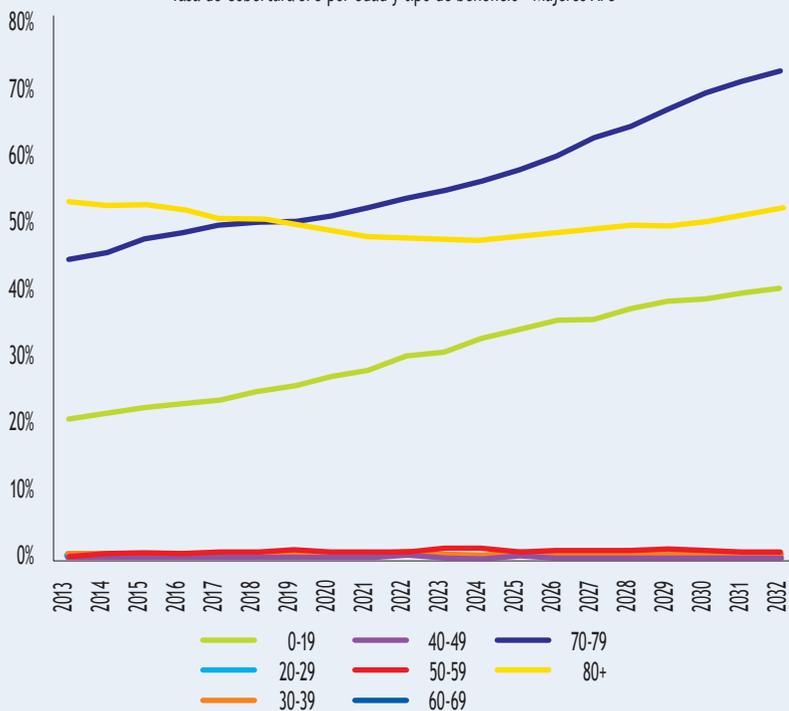
Tasa de Cobertura SPS por edad y tipo de beneficio - Mujeres PBS



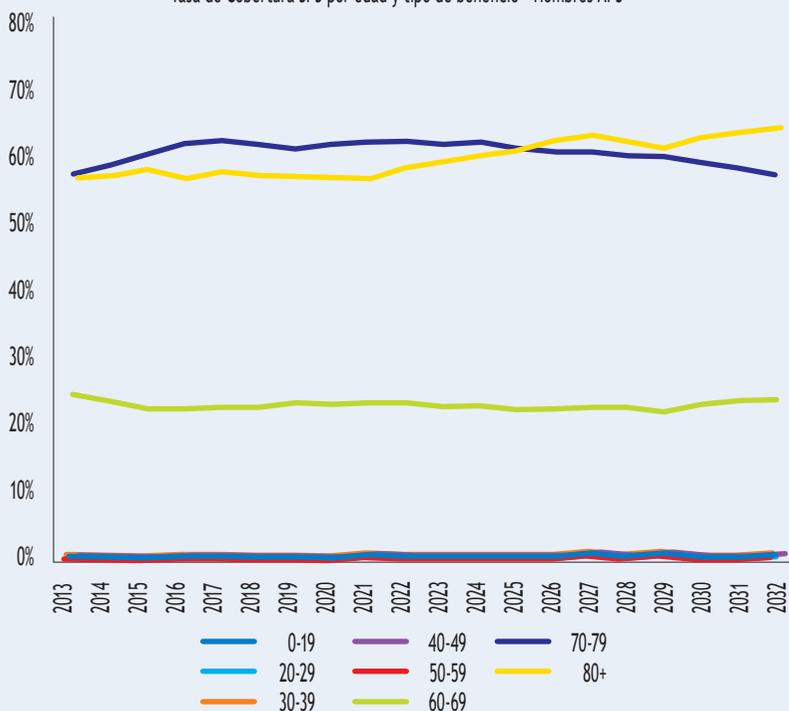
Tasa de Cobertura SPS por edad y tipo de beneficio - Hombres PBS



Tasa de Cobertura SPS por edad y tipo de beneficio - Mujeres APS

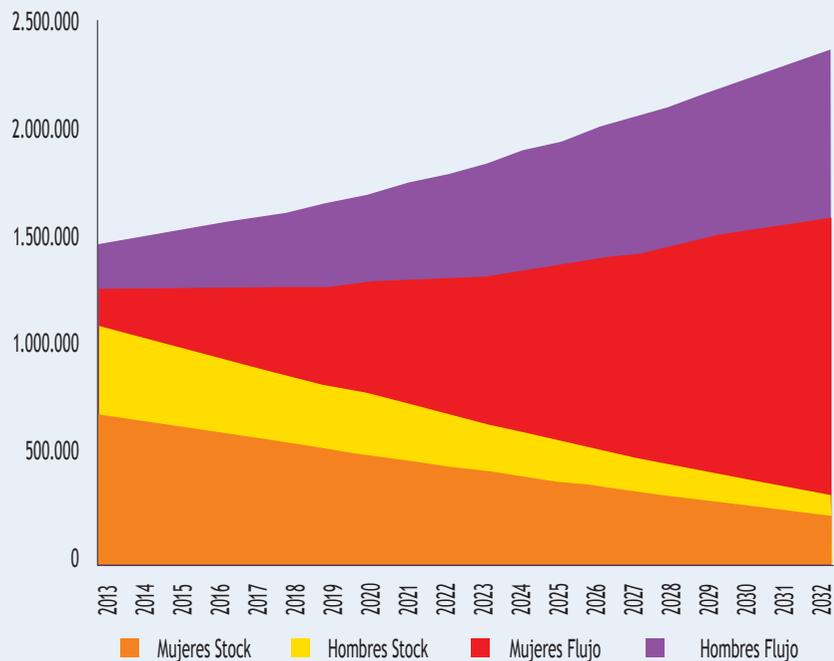


Tasa de Cobertura SPS por edad y tipo de beneficio - Hombres APS

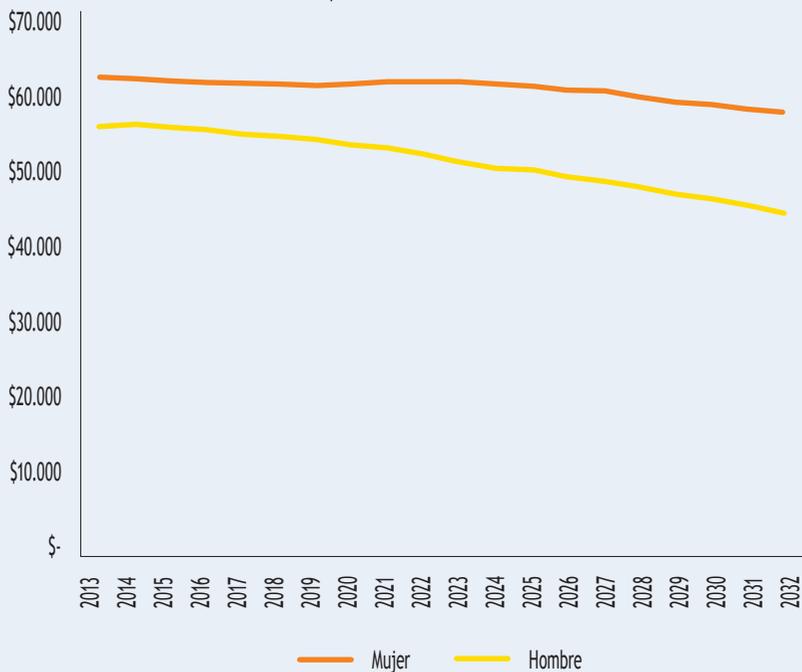


Fuente de todas las figuras: Elaboración propia.

Número de beneficios SPS según stock/flujo - Hombres y Mujeres



Monto promedio SPS - Pesos de diciembre 2012



## Anexo 5 - Evolución determinística FRP bajo escenarios alternativos

**Tabla A5.1 - Evolución del FRP - Escenario Optimista**  
(millones de dólares de cada año)

Año	Valor de Mercado Inicial (US\$ millones)	Aportes (US\$ millones)	Aportes (% PIB)	Retiro máximo (US\$ millones)	Retorno Financiero (interés devengado + ganancia de capital)	Costos de Adm., Custodia y otros (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (UF millones)
2007	605	736	0,50%	0	126	0,0	1.466,0	40,8
2008	1.466	909	0,50%	0	131	0,3	2.507,0	64,0
2009	2.507	837	0,50%	0	78	0,3	3.421,0	91,1
2010	3.421	337	0,20%	0	79	0,4	3.837,0	92,5
2011	3.837	443	0,20%	0	126	0,4	4.406,0	97,5
2012	4.406	1.197	0,20%	0	282	1,2	5.883,0	126,7
2013	5.883	561,6	0,20%	0,0	86,6	1,5	6.529,7	140,4
2014	6.529,7	577,6	0,20%	86,6	95,9	1,7	7.114,8	156,6
2015	7.114,8	624,1	0,20%	95,9	133,0	1,9	7.774,1	166,7
2016	7.774,1	674,3	0,20%	549,7	180,2	2,0	8.076,8	168,8
2017	8.076,8	728,5	0,20%	571,6	221,9	2,1	8.453,5	172,2
2018	8.453,5	786,8	0,20%	600,9	261,2	2,2	8.898,4	176,4
2019	8.898,4	847,3	0,20%	627,6	300,0	2,3	9.415,8	182,3
2020	9.415,8	926,5	0,20%	670,3	333,2	2,5	10.002,7	186,2
2021	10.002,7	1.023,8	0,20%	728,9	365,0	2,6	10.659,9	188,7
2022	10.659,9	1.100,1	0,20%	784,2	396,5	2,8	11.369,5	196,7
2023	11.369,5	1.181,5	0,20%	838,0	428,0	3,0	12.138,0	205,3
2024	12.138,0	1.270,4	0,20%	903,2	460,4	3,2	12.962,4	214,0
2025	12.962,4	1.365,4	0,20%	973,4	493,9	3,4	13.844,8	223,0
2026	13.844,8	1.466,9	0,20%	1.048,2	529,0	3,6	14.788,9	232,5
2027	14.788,9	1.575,1	0,20%	1.128,7	566,0	3,9	15.797,4	242,4
2028	15.797,4	1.690,7	0,20%	1.220,2	605,2	4,2	16.869,0	252,6
2029	16.869,0	1.814,0	0,20%	1.313,1	646,7	4,4	18.012,2	263,2
2030	18.012,2	1.945,4	0,20%	1.414,1	690,8	4,7	19.229,5	274,2
2031	19.229,5	2.085,6	0,20%	1.509,2	737,6	5,1	20.538,4	285,9
2032	20.538,4	2.234,9	0,20%	1.618,3	787,9	5,4	21.937,5	298,0

Fuente: Elaboración propia (salvo datos previos a 2013, obtenidos del Informe Anual de Fondos Soberanos 2012).

Nota: Los retiros máximos corresponden, para los años 2013 a 2015, a la ganancia de capital del año anterior. A partir del año 2016, se obtuvo como un tercio de la diferencia entre el gasto en el SPS del año correspondiente y aquel del año 2008 (debidamente actualizado por inflación). Los costos de administración y custodia a partir del año 2013 se obtuvieron aplicando una tasa constante de 0,026% del fondo administrado, la cual fue estimada a partir del detalle de comisiones pagadas (sólo por administración y custodia) durante el año 2012.

**Tabla A5.2 - Evolución del FRP - Escenario Moderado**  
(millones de dólares de cada año)

Año	Valor de Mercado Inicial (US\$ millones)	Aportes (US\$ millones)	Aportes (% PIB)	Retiro máximo (US\$ millones)	Retorno Financiero (interés devengado + ganancia de capital)	Costos de Adm., Custodia y otros (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (UF millones)
2007	605	736	0,50%	0	126	0,0	1.466,0	40,8
2008	1.466	909	0,50%	0	131	0,3	2.507,0	64,0
2009	2.507	837	0,50%	0	78	0,3	3.421,0	91,1
2010	3.421	337	0,20%	0	79	0,4	3.837,0	92,5
2011	3.837	443	0,20%	0	126	0,4	4.406,0	97,5
2012	4.406	1,197	0,20%	0	282	1,2	5,883,0	126,7
2013	5.883,0	561,6	0,20%	0,0	86,6	1,5	6.529,7	140,4
2014	6.529,7	571,6	0,20%	86,6	95,9	1,7	7.108,7	156,4
2015	7.108,7	611,1	0,20%	95,9	132,9	1,9	7.755,0	166,3
2016	7.755,0	652,7	0,20%	549,7	179,8	2,0	8.035,7	168,0
2017	8.035,7	696,6	0,20%	571,6	220,7	2,1	8.379,3	170,7
2018	8.379,3	746,3	0,20%	602,4	259,0	2,2	8.780,0	173,6
2019	8.780,0	788,2	0,20%	624,5	296,0	2,3	9.237,4	179,7
2020	9.237,4	833,7	0,20%	653,3	326,9	2,4	9.742,2	186,0
2021	9.742,2	877,5	0,20%	685,6	355,5	2,6	10.286,9	193,6
2022	10.286,9	921,9	0,20%	731,0	382,6	2,7	10.857,8	201,6
2023	10.857,8	967,7	0,20%	773,9	408,8	2,9	11.457,5	209,9
2024	11.457,5	1.026,2	0,20%	834,1	434,5	3,0	12.081,1	216,0
2025	12.081,1	1.087,7	0,20%	898,9	460,3	3,2	12.727,0	222,0
2026	12.727,0	1.152,2	0,20%	968,0	486,3	3,4	13.394,1	228,0
2027	13.394,1	1.220,0	0,20%	1.042,3	512,6	3,5	14.080,9	234,0
2028	14.080,9	1.291,3	0,20%	1.126,8	539,5	3,7	14.781,2	239,7
2029	14.781,2	1.366,2	0,20%	1.212,6	566,7	3,9	15.497,6	245,2
2030	15.497,6	1.445,1	0,20%	1.305,9	594,3	4,1	16.227,1	250,6
2031	16.227,1	1.528,1	0,20%	1.393,7	622,5	4,3	16.979,6	255,9
2032	16.979,6	1.615,4	0,20%	1.494,5	651,4	4,5	17.747,5	261,0

Fuente: Elaboración propia (salvo datos previos a 2013, obtenidos del Informe Anual de Fondos Soberanos 2012).

Nota: Los retiros máximos corresponden, para los años 2013 a 2015, a la ganancia de capital del año anterior. A partir del año 2016, se obtuvo como un tercio de la diferencia entre el gasto en el SPS del año correspondiente y aquel del año 2008 (debidamente actualizado por inflación). Los costos de administración y custodia a partir del año 2013 se obtuvieron aplicando una tasa constante de 0.026% del fondo administrado, la cual fue estimada a partir del detalle de comisiones pagadas (sólo por administración y custodia) durante el año 2012.

## Anexo 6 - Evolución determinística FRP bajo escenarios alternativos - Incluyendo aporte efectivamente realizado durante el 2013

**Tabla A6.1 - Evolución del FRP - Escenario Central - Aporte efectivo 2013**  
(millones millones de dólares de cada año)

Año	Valor de Mercado Inicial (US\$ millones)	Aportes (US\$ millones)	Aportes (% PIB)	Retiro máximo (US\$ millones)	Retorno Financiero (interés devengado + ganancia de capital)	Costos de Adm., Custodia y otros (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (UF millones)
2007	605,0	736	0,50%	0	126	0,0	1.466,0	40,8
2008	1.466,0	909	0,50%	0	131	0,3	2.507,0	64,0
2009	2.507,0	837	0,50%	0	78	0,3	3.421,0	91,1
2010	3.421,0	337	0,20%	0	79	0,4	3.837,0	92,5
2011	3.837,0	443	0,20%	0	126	0,4	4.406,0	97,5
2012	4.406,0	1.197	0,20%	0	282	1,2	5.883,0	126,7
2013	5.883,0	1.376,8	0,49%	0,0	86,6	1,5	7.344,8	157,9
2014	7.344,8	575,4	0,20%	86,6	107,8	1,9	7.939,5	174,7
2015	7.939,5	618,7	0,20%	107,8	148,4	2,1	8.596,7	184,4
2016	8.596,7	665,3	0,20%	549,7	199,3	2,3	8.909,4	186,2
2017	8.909,4	715,5	0,20%	571,6	244,7	2,3	9.295,7	189,4
2018	9.295,7	766,2	0,20%	601,6	287,3	2,4	9.745,1	193,0
2019	9.745,1	817,2	0,20%	626,1	328,5	2,6	10.262,2	199,1
2020	10.262,2	879,3	0,20%	662,2	363,2	2,7	10.839,7	204,2
2021	10.839,7	949,5	0,20%	708,5	395,5	2,9	11.473,4	209,0
2022	11.473,4	1.009,1	0,20%	759,1	426,8	3,0	12.147,2	217,2
2023	12.147,2	1.071,7	0,20%	807,8	457,3	3,2	12.865,2	225,8
2024	12.865,2	1.144,2	0,20%	870,7	487,9	3,4	13.623,3	233,3
2025	13.623,3	1.220,8	0,20%	938,3	519,1	3,6	14.421,3	241,0
2026	14.421,3	1.302,0	0,20%	1.010,4	551,0	3,8	15.260,1	248,9
2027	15.260,1	1.387,8	0,20%	1.088,0	584,0	4,0	16.140,0	256,9
2028	16.140,0	1.478,7	0,20%	1.176,2	618,4	4,2	17.056,6	265,0
2029	17.056,6	1.574,9	0,20%	1.265,7	653,9	4,5	18.015,1	273,1
2030	18.015,1	1.676,6	0,20%	1.363,1	690,9	4,7	19.014,8	281,3
2031	19.014,8	1.784,4	0,20%	1.454,8	729,4	5,0	20.068,8	289,8
2032	20.068,8	1.898,4	0,20%	1.560,0	769,9	5,3	21.171,9	298,3

Fuente: Elaboración propia (salvo datos previos a 2013, obtenidos del Informe Anual de Fondos Soberanos 2012, y cifra de aporte 2013 obtenida del Reporte Mensual Activos consolidados del tesoro público de Junio de 2013).

Nota: Los retiros máximos corresponden, para los años 2013 a 2015, a la ganancia de capital del año anterior. A partir del año 2016, se obtuvo como un tercio de la diferencia entre el gasto en el SPS del año correspondiente y aquel del año 2008 (debidamente actualizado por inflación). Los costos de administración y custodia a partir del año 2013 se obtuvieron aplicando una tasa constante de 0.026% del fondo administrado, la cual fue estimada a partir del detalle de comisiones pagadas (sólo por administración y custodia) durante el año 2012.

**Tabla A6.2 - Evolución del FRP - Escenario Optimista - Aporte efectivo 2013**  
(millones de dólares de cada año)

Año	Valor de Mercado Inicial (US\$ millones)	Aportes (US\$ millones)	Aportes (% PIB)	Retiro máximo (US\$ millones)	Retorno Financiero (interés devengado + ganancia de capital)	Costos de Adm., Custodia y otros (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (UF millones)
2007	605	736	0,50%	0	126	0,0	1.466,0	40,8
2008	1.466	909	0,50%	0	131	0,3	2.507,0	64,0
2009	2.507	837	0,50%	0	78	0,3	3.421,0	91,1
2010	3.421	337	0,20%	0	79	0,4	3.837,0	92,5
2011	3.837	443	0,20%	0	126	0,4	4.406,0	97,5
2012	4.406	1.197	0,20%	0	282	1,2	5.883,0	126,7
2013	5.883	1.376,8	0,49%	0,0	86,6	1,5	7.344,8	157,9
2014	7.344,8	577,6	0,20%	86,6	107,8	1,9	7.941,7	174,8
2015	7.941,7	624,1	0,20%	107,8	148,5	2,1	8.604,3	184,5
2016	8.604,3	674,3	0,20%	549,7	199,5	2,3	8.926,1	186,6
2017	8.926,1	728,5	0,20%	571,6	245,2	2,3	9.325,8	190,0
2018	9.325,8	786,8	0,20%	600,9	288,2	2,5	9.797,5	194,2
2019	9.797,5	847,3	0,20%	627,6	330,3	2,6	10.344,9	200,3
2020	10.344,9	926,5	0,20%	670,3	366,1	2,7	10.964,5	204,1
2021	10.964,5	1.023,8	0,20%	728,9	400,1	2,9	11.656,5	206,3
2022	11.656,5	1.100,1	0,20%	784,2	433,6	3,1	12.402,9	214,6
2023	12.402,9	1.181,5	0,20%	838,0	466,9	3,3	13.210,0	223,4
2024	13.210,0	1.270,4	0,20%	903,2	501,0	3,5	14.074,8	232,3
2025	14.074,8	1.365,4	0,20%	973,4	536,3	3,7	14.999,4	241,6
2026	14.999,4	1.466,9	0,20%	1.048,2	573,1	3,9	15.987,2	251,4
2027	15.987,2	1.575,1	0,20%	1.128,7	611,9	4,2	17.041,3	261,5
2028	17.041,3	1.690,7	0,20%	1.220,2	652,9	4,5	18.160,2	271,9
2029	18.160,2	1.814,0	0,20%	1.313,1	696,2	4,8	19.352,5	282,8
2030	19.352,5	1.945,4	0,20%	1.414,1	742,2	5,1	20.620,9	294,1
2031	20.620,9	2.085,6	0,20%	1.509,2	791,0	5,4	21.982,8	306,0
2032	21.982,8	2.234,9	0,20%	1.618,3	843,4	5,8	23.436,9	318,4

Fuente: Elaboración propia (salvo datos previos a 2013, obtenidos del Informe Anual de Fondos Soberanos 2012, y cifra de aporte 2013 obtenida del Reporte Mensual Activos consolidados del tesoro público de Junio de 2013).

Nota: Los retiros máximos corresponden, para los años 2013 a 2015, a la ganancia de capital del año anterior. A partir del año 2016, se obtuvo como un tercio de la diferencia entre el gasto en el SPS del año correspondiente y aquel del año 2008 (debidamente actualizado por inflación). Los costos de administración y custodia a partir del año 2013 se obtuvieron aplicando una tasa constante de 0.026% del fondo administrado, la cual fue estimada a partir del detalle de comisiones pagadas (sólo por administración y custodia) durante el año 2012.

**Tabla A6.3 - Evolución del FRP - Escenario Moderado - Aporte efectivo 2013**  
(millones de dólares de cada año)

Año	Valor de Mercado Inicial (US\$ millones)	Aportes (US\$ millones)	Aportes (% PIB)	Retiro máximo (US\$ millones)	Retorno Financiero (interés devengado + ganancia de capital)	Costos de Adm., Custodia y otros (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (US\$ millones)	Valor de Mercado Final (UF millones)
2007	605	736	0,50%	0	126	0,0	1.466,0	40,8
2008	1.466	909	0,50%	0	131	0,3	2.507,0	64,0
2009	2.507	837	0,50%	0	78	0,3	3.421,0	91,1
2010	3.421	337	0,20%	0	79	0,4	3.837,0	92,5
2011	3.837	443	0,20%	0	126	0,4	4.406,0	97,5
2012	4.406	1,197	0,20%	0	282	1,2	5.883,0	126,7
2013	5.883,0	1.376,8	0,49%	0,0	86,6	1,5	7.344,8	157,9
2014	7.344,8	571,6	0,20%	86,6	107,8	1,9	7.935,6	174,6
2015	7.935,6	611,1	0,20%	107,8	148,3	2,1	8.585,2	184,1
2016	8.585,2	652,7	0,20%	549,7	199,0	2,3	8.885,0	185,7
2017	8.885,0	696,6	0,20%	571,6	244,0	2,3	9.251,7	188,5
2018	9.251,7	746,3	0,20%	602,4	285,9	2,4	9.679,0	191,4
2019	9.679,0	788,2	0,20%	624,5	326,3	2,5	10.166,5	197,8
2020	10.166,5	833,7	0,20%	653,3	359,8	2,7	10.703,9	204,4
2021	10.703,9	877,5	0,20%	685,6	390,6	2,8	11.283,5	212,3
2022	11.283,5	921,9	0,20%	731,0	419,7	3,0	11.891,2	220,7
2023	11.891,2	967,7	0,20%	773,9	447,7	3,1	12.529,5	229,5
2024	12.529,5	1.026,2	0,20%	834,1	475,2	3,3	13.193,5	235,8
2025	13.193,5	1.087,7	0,20%	898,9	502,7	3,5	13.881,5	242,2
2026	13.881,5	1.152,2	0,20%	968,0	530,4	3,7	14.592,4	248,4
2027	14.592,4	1.220,0	0,20%	1.042,3	558,5	3,8	15.324,8	254,6
2028	15.324,8	1.291,3	0,20%	1.126,8	587,1	4,0	16.072,3	260,6
2029	16.072,3	1.366,2	0,20%	1.212,6	616,2	4,2	16.837,9	266,5
2030	16.837,9	1.445,1	0,20%	1.305,9	645,7	4,4	17.618,5	272,1
2031	17.618,5	1.528,1	0,20%	1.393,7	675,8	4,6	18.424,0	277,7
2032	18.424,0	1.615,4	0,20%	1.494,5	706,8	4,9	19.246,9	283,1

Fuente: Elaboración propia (salvo datos previos a 2013, obtenidos del Informe Anual de Fondos Soberanos 2012, y cifra de aporte 2013 obtenida del Reporte Mensual Activos consolidados del tesoro público de Junio de 2013).

Nota: Los retiros máximos corresponden, para los años 2013 a 2015, a la ganancia de capital del año anterior. A partir del año 2016, se obtuvo como un tercio de la diferencia entre el gasto en el SP5 del año correspondiente y aquel del año 2008 (debidamente actualizado por inflación). Los costos de administración y custodia a partir del año 2013 se obtuvieron aplicando una tasa constante de 0,026% del fondo administrado, la cual fue estimada a partir del detalle de comisiones pagadas (sólo por administración y custodia) durante el año 2012.



